

Opérations polyphasiques en génie des procédés

**Hydrodynamique, transferts, réactions,
séparations mécaniques**

2^e édition

Sabine Rode

Éléments de correction des exercices

Date de mise à jour : 4 mai 2023

Éléments de correction des exercices

Remarques préliminaires

Les corrections présentées ne sont pas exhaustives. Seules les valeurs numériques sont données pour les exercices jugés simples, ceci afin d'améliorer l'apprentissage en incitant l'apprenant à chercher la démarche à suivre. Les explications nécessaires peuvent être trouvées dans le chapitre traité. Les exercices plus complexes sont corrigés en donnant plus de précisions. Je tiens à remercier mes collègues ainsi que les étudiants de l'ENSIC. En effet, leur relecture et leurs propositions de reformulation ont permis d'améliorer la clarté et la précision des énoncés des exercices et des corrections. Des coquilles ont toutefois pu nous échapper. Le lecteur est invité à rester vigilant.

Première partie - Éléments génériques

I. Contexte, concepts et méthodologies

I.7.1 Questions générales

1. Voir Figure I-1. Principaux concepts dédiés : opération unitaire, réacteur idéal (RPA ou RP), étage théorique. Principales méthodologies : DTS, association de réacteurs idéaux ou d'étages théoriques, L'établissement de bilans et de corrélations et l'analyse dimensionnelle sont aussi essentiels. Toutefois, ces méthodologies sont utilisées dans d'autres branches des sciences physiques. Elles ne sont pas spécifiques au génie des procédés.
2. Voir Figure I-3. La classification est généralement la suivante : réacteurs, séparations mécaniques, séparations thermiques, transfert et transport, agitation et mélange.
3. La quantité de mouvement, l'énergie et la matière. Les lois fondamentales associées sont les lois de Newton, la première loi de la thermodynamique et la loi de Lavoisier. Voir Figure I-7.
4. Réacteur parfaitement agité ou RPA : distribution uniforme des grandeurs intensives. Réacteur piston ou RP : Variation unidirectionnelle des grandeurs intensives. Cette variation a lieu dans la direction de l'écoulement convectif qui traverse le RP.

1.7.2 Bilans et réacteurs idéaux

Les réponses aux questions sont présentées dans les tableaux ci-dessous.

Élément développé	Expression
1. $X_{A\text{RPA}}$ VOIR TABLEAU I-16 ; VALEUR DU GROUPEMENT $k_1 \tau_{P\text{RPA}}$, QUI EST UN NOMBRE DE DAMKÖHLER	$X_{A\text{RPA}} = k_1 \tau_{P\text{RPA}} / (1 + k_1 \tau_{P\text{RPA}})$ Soit $k_1 \tau_{P\text{RPA}} = X_{A\text{RPA}} / (1 - X_{A\text{RPA}})$ A.N. : $k_1 \tau_{P\text{RPA}} = 0,8 / (1 - 0,8) = 4$
MÊME VOLUME, TEMPÉRATURE ET DÉBIT VOLUMIQUE POUR LE RP ET LE RPA.	$k_1 \tau_{P\text{RP}} = k_1 \tau_{P\text{RPA}}$
$X_{A\text{RP}}$ voir Tableau I-16 VALEUR DE $X_{A\text{RP}}$ POUR $k_1 \tau_{P\text{RP}} = k_1 \tau_{P\text{RPA}}$	$X_{A\text{RP}} = 1 - \exp(-k_1 \tau_{P\text{RP}})$ A.N. : $X_{A\text{RP}} = 1 - \exp(-4) = 0,9817$
$X_{A\text{RPA}i}$ voir Tableau I-21	$X_{A\text{RPA}i} = \frac{k_1 \tau_{P\text{cascade}}}{N + k_1 \tau_{P\text{cascade}}} = \frac{4}{4 + 4} = 0,5$
TAUX DE CONVERSION CASCADE DE 4 RPA	$X_{A\text{cascade}} = 1 - (1 - 0,5)^4 = 0,9375$
2. COMPORTEMENT LIMITE	pour $N \rightarrow \infty$ on a $X_{A\text{cascade}} \rightarrow X_{A\text{RP}}$
3. LES CONCLUSIONS SONT LES MÊMES QUE CELLES FORMULÉES POUR Q2 $X_{A\text{RPA}} \leq X_{A\text{cascade}} \leq X_{A\text{RP}}$	$X_{A\text{RP}} = 0,8 \text{ et } k_1 \tau_{P\text{RP}} = -\ln(1 - 0,8) = 1,609$ De plus $k_1 \tau_{P\text{RPA}} = k_1 \tau_{P\text{RP}}$ Soit $X_{A\text{RPA}} = 1,609 / (1 + 1,609) = 0,616$ $X_{A\text{RPA}i} = 1,609 / (4 + 1,609) = 0,2869$ $X_{A\text{cascade}} = 1 - (1 - 0,2869)^4 = 0,7474$
4. LE TEMPS DE PASSAGE NÉCESSAIRE POUR ATTEINDRE $X_A = 0,800$ EST BIEN PLUS ÉLEVÉ EN RPA, COMPARÉ AU RP.	Pour $X_A = 0,800$ on a $k_1 \tau_{P\text{RP}} = 1,609$ et $k_1 \tau_{P\text{RPA}} = 4$ soit $\tau_{P\text{RPA}} / \tau_{P\text{RP}} = 2,485$

1.7.4 Influence de la dispersion axiale sur la conversion au sein d'un réacteur piston

$Pe_{maz} > 20$. On peut donc assimiler le réacteur à une cascade de RPA avec $N = Pe_{maz} / 2$, soit $N = 11,6$. $\tau_{P\text{cascade}} / \tau_{P\text{RP}}$, voir expression ci-dessus.

$$\frac{\tau_{P\text{RP}, Pe = 23,2}}{\tau_{P\text{RP}, Pe \rightarrow \infty}} = \frac{\tau_{P\text{cascade}, N = 11,6}}{\tau_{P\text{RP}, Pe \rightarrow \infty}} = \frac{N \left(1 - (1 - \eta_A)^{-\frac{1}{N}} \right)}{\ln(1 - \eta_A)} = \frac{11,6 \times \left(1 - (10^{-2})^{-\frac{1}{11,6}} \right)}{\ln(10^{-2})} = 1,23$$

La dispersion axiale réduit la conversion. Il convient d'être attentif à ce point.

1.7.5 Analyse dimensionnelle dans des écoulements dominés par les forces inertielles

1. On procède de manière analogue à la démarche présentée dans le Tableau I-31. L'analyse est consignée dans le tableau ci-dessous.

Élément considéré	Expression	
HYPOTHÈSES	i. Hypothèses du Tableau I-29 ii. L'écoulement est dominé par les forces inertielles	
GRANDEURS PHYSIQUES ¹	$\rho_F [M L^{-1} t^{-1}], u_F [L t^{-1}], D [L], (\Delta P_f / Z) [M L^{-2} t^{-2}]$	
GRANDEUR CIBLE	Perte de charge linéique, $\Delta P_f / Z$.	
ANALYSE DIMENSIONNELLE DU SYSTÈME	Nombre de grandeurs physiques indépendantes, n	4
	Nombre de dimensions fondamentales, k (M, L, t)	3
	Nombre de groupements adimensionnels, $n - k$	1
FORME GÉNÉRIQUE DE LA RELATION PHYSIQUE	DIMENSIONNELLE	$F(\rho_F, u_F, D, (\Delta P_f / Z)) = 0$
	ADIMENSIONNELLE	$G(\pi_1) = 0$
NOMBRE ADIMENSIONNEL OBTENU EN CHOISSANT ρ_F, D, u_F COMME GRANDEURS RÉPÉTÉES.	FORME GÉNÉRIQUE	$\pi_1 = \frac{\Delta P_f / Z}{\rho_F^{p_{11}} D^{p_{21}} u_F^{p_{31}}} = cste$
	SYSTÈME D'ÉQUATIONS LINÉAIRES ²	M $1 = p_{11} + 0 + 0$ L $-2 = -3p_{11} + p_{21} + p_{31}$ t $-2 = 0 + 0 - p_{31}$
	SOLUTION ^{3,4,5}	$p_{11} = 1 ; p_{31} = 2 ; p_{21} = -1$ $\pi_1 = \frac{\Delta P_f}{Z} \frac{D}{\rho_F u_F^2} = cste$
<p>1. La viscosité dynamique du fluide n'intervient pas dans un écoulement confiné s'il est dominé par les forces inertielles. Voir Tableau I-29 pour le regroupement $\Delta P_f / Z$. La paroi est supposée lisse et il n'y a pas de terme de rugosité qui intervient.</p> <p>2. Pour chaque nombre adimensionnel, on écrit une égalité par dimension fondamentale.</p> <p>3. On procède par élimination et substitution.</p> <p>4. L'analyse dimensionnelle aveugle ne renseigne pas sur la valeur de la constante. Cette valeur doit être déterminée par modélisation ou par expérimentation.</p> <p>5. Dans les conduites lisses on observe une influence de la viscosité, traduite par la corrélation de Blasius, qui lie la valeur du facteur de frottement au nombre de Reynolds, voir Tableau V-6.</p>		

2. On procède de manière analogue à la démarche présentée dans le Tableau I-32. L'analyse est consignée dans le tableau ci-dessous.

Élément considéré	Expression	
HYPOTHÈSES	iii. Hypothèses du Tableau I-30 iv. L'écoulement est dominé par les forces visqueuses	
GRANDEURS PHYSIQUES ¹	$\rho_F [M L^{-1} t^{-1}], (\Delta\rho g)[M L^{-2} t^{-2}], d_P [L], u_t [L t^{-1}]$	
GRANDEUR CIBLE	Vitesse relative en régime établi dite <i>vitesse terminale</i> , u_t .	
ANALYSE DIMENSIONNELLE DU SYSTÈME	Nombre de grandeurs physiques indépendantes, n 4 Nombre de dimensions fondamentales, k (M, L, t) 3 Nombre de groupements adimensionnels, $n - k$ 1	
FORME GÉNÉRIQUE DE LA RELATION PHYSIQUE	DIMENSIONNELLE	$F((\Delta\rho g), \rho_F, d_P, u_t) = 0$
	ADIMENSIONNELLE	$G(\pi_1) = 0$
NOMBRE ADIMENSIONNEL OBTENU EN CHOISSANT $\rho_F, \Delta\rho g, d_P$ COMME GRANDEURS RÉPÉTÉES.	FORME GÉNÉRIQUE	$\pi_1 = \frac{u_t}{\rho_F^{p_{11}} (\Delta\rho g)^{p_{21}} d_P^{p_{31}}} = cste$
	SYSTÈME D'ÉQUATIONS LINÉAIRES ²	M $0 = p_{11} + p_{21} + 0$ L $1 = -3p_{11} - 2p_{21} + p_{31}$ t $-1 = 0 - 2p_{21} - 0$
	SOLUTION ^{3,4,5}	$p_{21} = 0,5 ; p_{11} = -0,5 ; p_{31} = 0,5$ $\pi_1 = Fr_{p \text{ mod } t} = \frac{u_t^+}{(d_P^+)^{0,5}}$ $\pi_1 = \frac{\rho_F^{0,5} u_t}{(\Delta\rho g)^{0,5} d_P^{0,5}} = cste$
1. La viscosité du fluide n'intervient pas dans la modélisation de l'écoulement autour de la sphère, s'il est dominé par les forces inertielles. Voir Tableau I-30 pour les groupements $(\Delta\rho g)$ et u_t . 2. Pour chaque nombre adimensionnel, on écrit une égalité par dimension fondamentale. 3. On procède par élimination et substitution. 4. L'analyse dimensionnelle aveugle ne renseigne pas sur la valeur de la constante. Cette valeur doit être déterminée par modélisation ou par expérimentation. 5. Dans la loi de Newton on démontre que $cste = 1,74$, voir Tableau VIII-5.		

II. Transferts dans les contacteurs polyphasiques

II.8.1 Questions générales

1. La masse volumique des liquides varie très peu avec T et avec P . La masse volumique des gaz diminue lorsque la température augmente et augmente lorsque la pression augmente. Si l'on admet la loi des gaz parfaits la masse volumique est proportionnelle à la pression et inversement proportionnelle à la température exprimée en Kelvin.
2. La conductivité thermique des gaz et des liquides varie peu avec T et P .

3. La viscosité dynamique des liquides diminue rapidement lorsque T augmente, elle est indépendante de P , les liquides étant peu compressibles. La viscosité dynamique des gaz augmente lorsque T augmente, elle varie très peu avec P .
4. La diffusivité matérielle au sein d'un liquide augmente rapidement lorsque la température augmente, elle est indépendante de la pression. Suivant la loi de Stokes-Einstein, le produit $D_{AB}\mu_B / T$ est invariant. La diffusivité matérielle au sein d'un gaz augmente avec l'augmentation de la température et avec la diminution de la pression. Elle peut être estimée à partir de la théorie cinétique des gaz.
5. Dans les liquides, suivant la loi de Stokes-Einstein, le coefficient de diffusion binaire est inversement proportionnel au rayon hydrodynamique de la molécule diffusante. Les petites molécules diffusent plus vite que les grandes. Pour les gaz, suivant la théorie cinétique des gaz, le coefficient de diffusion binaire diminue avec la masse molaire de la molécule. Dans les gaz aussi, les petites molécules diffusent plus vite que les grandes.
6. Pour des opérations à contre-courant, on choisit un rapport d'extraction de l'ordre de l'unité, afin de maximiser les efficacités d'extraction des phases gaz et liquide. Si le rapport d'extraction est loin de l'unité, l'opération à contre-courant perd son intérêt, comparé à une opération à co-courant, plus facile à mettre en œuvre d'un point de vue hydrodynamique. Par définition du rapport extraction, $\lambda = 1$ implique l'égalité entre le rapport des débits volumiques gaz et liquide et le coefficient de partage volumique, m_A .
7. Ces grandeurs sont définies dans le cadre des modèles à écoulement piston et à étages théoriques.
 - a) Le NET représente le nombre d'étages théoriques d'une cascade. Les étages théoriques sont généralement alimentés en série et à contre-courant des phases.
 - b) Le NUT_{OG} est le nombre adimensionnel apparaissant lorsque l'on écrit des bilans dans les systèmes diphasiques sans réaction. (variation de flux d'une phase = transfert vers l'autre).
 - c) La HUT_{OG} est une longueur obtenue par décomposition du NUT_{OG} , usuelle pour les systèmes en écoulement piston. Par définition on a $HUT_{OG} = Z / NUT_{OG}$.
 - d) La HET est une longueur fictive qui permet de faire une analogie entre les deux modèles de systèmes opérant à contre-courant : étages théoriques en série et écoulements piston. Par définition on a $HET = Z / NET$.

II.8.2 Coefficients de diffusion et conductivités thermiques

On utilise les corrélations présentées dans le manuscrit. Le CO_2 est désigné par la lettre A , le solvant, l'eau ou l'air, par la lettre B . Les valeurs obtenues sont reportées ci-dessous.

Valeurs caractérisant le comportement du CO_2 dans l'eau dans les deux conditions T, P

Paramètre	Précisions	Valeur		Unité
$M_{mol A}(\text{CO}_2)$	Structure atomique	44,00		g mol^{-1}
$M_{mol B}(\text{eau})$	Structure atomique	18		g mol^{-1}
F_B	Valeur tabulée Tableau II-9	2,26		
$V_{mol A}$	Calcul formule énoncé	33,31		cm^3/mol
		40 °C 1 bar	5 °C 10 bars	
T	Donnée énoncé	313,15	278,15	K
μ_L	Corrélation Tableau II-5	$6,52 \times 10^{-4}$	$1,52 \times 10^{-3}$	Pa s
λ_L	Corrélation Tableau II-6	0,626	0,576	$\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$
D_{AL}	Corrélation Tableau II-9	$2,77 \times 10^{-5}$	$1,06 \times 10^{-5}$	$\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$
D_{AL}	Changement d'unité	$2,77 \times 10^{-9}$	$1,06 \times 10^{-9}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
ρ_L	Corrélation Tableau II-3	989	1011	kg m^{-3}
c_{pL}	Corrélation Tableau II-4	4205	4185	$\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$
Sc_{AL}	Définition Tableau II-2	238	1421	-
Pr_L	Définition Tableau II-2	4,4	11,0	-

Valeurs caractérisant le comportement du CO_2 (A) dans l'air (B) dans les deux conditions

Paramètre	Précisions	Valeur		Unité
$v_B(\text{air})$	Valeur tabulée Tableau II-8	20,1		$\text{cm}^3 \text{mol}^{-1}$
$v_B(\text{CO}_2)$	Valeur tabulée Tableau II-8	26,9		$\text{cm}^3 \text{mol}^{-1}$
$M_{mol B}(\text{air})$	Structure et composition	29		g mol^{-1}
		40 °C 1 bar	5 °C 10 bars	
P	Donnée énoncé	10^5	10^6	Pa
T	Donnée énoncé	313,15	278,15	K
μ_G	Corrélation Tableau II-5	$1,90 \times 10^{-5}$	$1,74 \times 10^{-5}$	Pa s
λ_G	Corrélation Tableau II-6	0,0270	0,0245	$\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$
D_{AG}	Corrélation Tableau II-8	0,1729	0,0141	$\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$
D_{AG}	Changement d'unité	$1,73 \times 10^{-5}$	$1,41 \times 10^{-6}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
ρ_G	Gaz parfait Tableau II-3	1,114	12,54	kg m^{-3}
c_{pG}	Corrélation Tableau II-4	1006	1005	$\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$
Sc_{AG}	Définition Tableau II-2	0,987	0,985	-
Pr_G	Définition Tableau II-2	0,708	0,711	-

Remarques pouvant être formulées

- Le coefficient de diffusion au sein du liquide diminue lorsque la température diminue. La valeur estimée par la corrélation de Wilke et Chang est proche de celle estimée par la corrélation proposée dans l'énoncé de l'exercice.
- Le coefficient de diffusion au sein du gaz diminue lorsque la température diminue et lorsque la pression augmente. Ces variations conduisent à une diminution du libre parcours moyen des molécules au sein du gaz.
- Les nombres de Schmidt et de Prandtl du gaz varient très peu avec la température et la pression. Dans le liquide, ces nombres augmentent lorsque l'on abaisse la température et sont indépendants de la pression.

II.8.3 Solubilités

Les calculs sont consignés dans le tableau ci-dessous. La solubilité du CO₂ dans l'eau augmente lorsque la température diminue. La concentration d'équilibre de CO₂ côté liquide augmente lorsque sa pression partielle, et donc sa concentration augmentent côté gaz. Des faibles températures et des fortes pressions sont ainsi favorables à l'absorption physique.

Paramètre	Précisions	Valeur 40 °C 1 bar	Valeur 5 °C 10 bars	Unité
$V_{mol\ solvant}$	Relation Tableau II-10	$1,82 \times 10^{-5}$	$1,78 \times 10^{-5}$	$m^3\ mol^{-1}$
H_A	Corrélation Énoncé	231	88,6	$mol_L\ MPa\ mol_G^{-1}$
He_A	Conversion Tableau II-10	$4,20 \times 10^{-3}$	$1,58 \times 10^{-3}$	$m_L^3\ MPa\ mol_G^{-1}$
He_A	Changement d'unité	$4,20 \times 10^3$	$1,58 \times 10^3$	$m_L^3\ Pa\ mol_G^{-1}$
m_A	Conversion Tableau II-10	0,620	1,466	$m_G^3\ m_L^{-3}$
y_A	Donnée énoncé	0,100	0,100	$mol_A\ mol_G^{-1}$
C_{AG}	Conversion Tableau II-10	3,84	43,2	$mol_A\ m_G^{-3}$
C_{AL}	Tableau II-10 ($C_{AL} = m_A C_{AG}$)	2,38	63,4	$mol_A\ m_L^{-3}$
$C_{AL\ mass}$	$C_{AL\ mass} = M_{mol\ A} C_{AL}$	0,105	2,79	$g_A\ L^{-1}$

II.8.4 Coefficients de transfert et épaisseur des couches limites

- Les résultats des calculs sont consignés dans le tableau ci-dessous.
- et 3 Pour les deux conditions étudiées, les coefficients de transfert partiels côté gaz sont significativement plus élevés que ceux côté liquide. Le coefficient de partage volumique, m_A , étant de l'ordre de l'unité, la résistance au transfert de matière est localisée côté liquide et on a $K_{AG} \cong m_A k_{AL}$. L'épaisseur des couches limites est d'environ 75 μm , soit environ six fois plus petit que le diamètre de la goutte.

4. Les valeurs des coefficients globaux de transfert côté gaz sont très proches dans les deux conditions étudiées. La diminution du coefficient de transfert côté liquide, observée lorsque la température est abaissée, est compensée par l'augmentation du coefficient de partage volumique accompagnant l'abaissement de la température.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur		Unité
d_g	Donnée énoncé	5×10^{-4}		m
Sh_{AL}	Donnée énoncé	6,6		-
		40 °C 1 bar	5 °C 10 bars	
d_p^+	Définition Tableau VIII-4	15,5	37,1	-
u_t^+	Corrélation Turton et Clark Tableau VIII-5	3,98	8,64	-
u_t	Définition Tableau VIII-4	2,11	0,89	m s ⁻¹
Re_p	Définition : $Re_{pG} = \rho_G u_t d_p / \mu_G = d_p^+ u_t^+$	61,8	320,4	-
Sh_{AG}	Ranz et Marshall, Tableau II-17	6,70	12,68	-
k_{AG}	Définition : $Sh_{AG} = k_{AG} d_p / D_{AG}$	0,232	0,0357	m s ⁻¹
δ_{mG}	Définition Tableau II-16	$7,47 \times 10^{-5}$	$3,94 \times 10^{-5}$	m
k_{AL}	Définition : $Sh_{AL} = k_{AL} d_p / D_{AL}$	$3,65 \times 10^{-5}$	$1,39 \times 10^{-5}$	m s ⁻¹
δ_{mL}	Définition Tableau II-16	$7,58 \times 10^{-5}$	$7,58 \times 10^{-5}$	m
K_{AG}	Définition Tableau II-19	$2,26 \times 10^{-5}$	$2,04 \times 10^{-5}$	m s ⁻¹

II.8.5 Établissement d'un modèle de contacteur

Le modèle à établir est celui présenté dans le Tableau II-23 et dans le Tableau II-24. L'apprenant peut ici réécrire les différents bilans et la démarche d'adimensionnalisation afin de mieux s'approprier l'approche.

II.8.6 Performances thermodynamiques des contacteurs

1. et 2. La valeur limite du rapport d'extraction est obtenue en atteignant l'objectif de la séparation avec $NUT_{OG} \rightarrow \infty$. Connaissant le taux de récupération du CO₂, les valeurs maximales du rapport d'extraction, conduisant à un débit minimal de liquide, peuvent être estimées par les relations présentées dans le Tableau II-33.

$$\text{Concentration adimensionnelle du CO}_2 \text{ en sortie : } \frac{C_{AGS}}{C_{AGE}} = C_{AGS\infty}^* = 1 - 0,95 = 0,05$$

$$\text{RPA-RPA et RP-RP co-courant} \quad \lambda_{\max} = \frac{C_{AGS\infty}^* - C_{ALE}^*}{1 - C_{AGS\infty}^*} = \frac{0,05 - 0}{0,95} = 0,053$$

$$\text{RP-RP contre-courant} \quad \lambda_{\max} = \frac{1 - C_{ALE}^*}{1 - C_{AGS}^*} = \frac{1 - 0}{0,95} = 1,053$$

Le débit volumique minimal de liquide peut être estimé à partir de la définition du rapport d'extraction : $\lambda = \frac{\dot{V}_G}{\dot{V}_L m_A}$ et $\lambda_{\max} = \frac{\dot{V}_G}{\dot{V}_{L \min} m_A}$ soit $\dot{V}_{L \min} = \frac{\dot{V}_G}{\lambda_{\max} m_A}$

3. Les valeurs des différents paramètres estimés dans les deux conditions sont consignées dans le tableau ci-dessous. L'opération à forte pression et à faible température conduit à des débits de liquide plus faibles et est donc favorable. Ceci est lié, d'une part, au fait que la solubilité du CO₂ est plus élevée si l'on opère à froid et, d'autre part, au fait que, à débit molaire donné, le débit volumique de gaz à traiter est plus faible si l'on opère sous forte pression. La mise en œuvre d'un contacteur RP-RP opéré à contre-courant conduit à une valeur maximale du rapport d'extraction plus élevée et permet, de ce fait de travailler avec des débits volumiques et massiques de liquide significativement plus faibles, comparé aux autres configurations de mise en contact.

Paramètre	Précisions	Valeur 40 °C 1 bar	Valeur 5 °C 10 bars	Unité
\dot{V}_G	Donnée énoncé	3600	3600	Nm ³ h ⁻¹
y_{AE}	Titre molaire du CO ₂ en entrée	0,1	0,1	mol _A mol _G ⁻¹
RPA-RPA ; RPA-RP ; RP-RP CO-COURANT				
\dot{V}_G	Données énoncé, conditions T, P	1,161	0,1032	m _G ³ s ⁻¹
λ_{\max}	Voir ci-dessus	0,0526	0,0526	-
$\dot{V}_{L \min}$	Voir ci-dessus	35,6	1,34	m _L ³ s ⁻¹
$(\dot{V}_L / \dot{V}_G)_{\min}$	À partir des résultats précédents	30,7	13,0	m _L ³ m _G ⁻³
$(\dot{M}_L / \dot{M}_G)_{\min}$	À partir des résultats précédents	$2,72 \times 10^4$	1045	kg _L kg _G ⁻¹
$F_{LG \min}$	À partir des résultats précédents	914	116	-
RP-RP CONTRE-COURANT				
\dot{V}_G	Données énoncé, conditions T, P	1,161	0,1032	m _G ³ s ⁻¹
λ_{\max}	Voir ci-dessus	1,053	1,053	-
$\dot{V}_{L \min}$	Voir ci-dessus	1,781	0,0668	m _L ³ s ⁻¹
$(\dot{V}_L / \dot{V}_G)_{\min}$	À partir des résultats précédents	1,533	0,648	m _L ³ m _G ⁻³
$(\dot{M}_L / \dot{M}_G)_{\min}$	À partir des résultats précédents	1362	52,3	kg _L kg _G ⁻¹
$F_{LG \min}$	À partir des résultats précédents	45,7	5,82	-

4. Même dans les conditions les plus favorables, soit une faible température, une pression élevée et une opération en RP-RP à contre-courant, la valeur minimale du facteur de débit, F_{LG} , est de 5,8, ce qui est trop élevé pour permettre la mise en œuvre d'une technologie conventionnelle, colonne à plateaux ou à garnissage.

II.8.7 Performances cinétiques et hydrodynamique d'une colonne hypothétique

Le NUT_{OG} est calculé en utilisant la relation présentée dans le Tableau II-25 avec

$$\dot{V}_L = 1,2 \dot{V}_{L \min} = 1,2 \times 0,0683 = 0,0820 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \text{ et } \lambda = \lambda_{\max} / 1,2 = 1,053 / 1,2 = 0,877.$$

$$NUT_{OG} = \frac{1}{1-\lambda} \ln \left(\frac{1-\lambda(1-C_{AGZ}^*)-C_{ALZ}^*}{C_{AGZ}^*-C_{ALZ}^*} \right) = \frac{1}{0,123} \ln \left(\frac{1-0,877(1-0,05)-0}{0,05-0} \right) = 9,80$$

L'aire interfaciale gaz-liquide est calculée connaissant la valeur et la définition du NUT_{OG} .

$$NUT_{OG} = \frac{K_{AG} a_{LG} V}{\dot{V}_G} \text{ soit } A_{LG} = a_{LG} V = \frac{NUT_{OG} \dot{V}_G}{K_{AG}} = \frac{9,80 \times 0,1032}{2,04 \times 10^{-5}} = 4,95 \times 10^4 \text{ m}^2$$

Le volume du contacteur et le diamètre de la colonne cylindrique ayant comme caractéristique $Z_{col} = 10 D_{col}$ sont estimés connaissant l'aire spécifique gaz-liquide, a_{LG} :

$$V_{col} = \frac{A_{LG}}{a_{LG}} = \frac{4,95 \times 10^4}{200} = 248 \text{ m}^3 ; D_{col} = \left(\frac{4V_{col}}{10\pi} \right)^{1/3} = \left(\frac{4 \times 248}{31,416} \right)^{1/3} = 3,2 \text{ m} ; Z_{col} = 32 \text{ m}$$

Le volume est très élevé pour le débit de gaz que l'on traite ($1 \text{ Nm}^3 \text{ s}^{-1}$). La concentration du CO_2 au sein du liquide en sortie du contacteur peut être estimée à partir de la droite de bilan (Tableau II-25) : $\lambda(C_{AG}^* - C_{AGZ}^*) = C_{AL}^* - C_{ALZ}^*$. Ceci conduit à une concentration adimensionnelle de $C_{AL0}^* = \lambda(C_{AG}^* - C_{AGZ}^*) + C_{ALZ}^* = 0,877(1-0,05) + 0 = 0,833$.

La concentration dimensionnelle de CO_2 en phase liquide en sortie du contacteur est de

$$C_{AL0} = C_{AL0}^* C_{AG0} m_A = C_{AL0}^* \frac{y_{A0} P}{RT} m_A = 0,833 \frac{0,1 \times 10^6}{8,314 \times 278,15} \times 1,466 = 52,8 \text{ mol m}^{-3}$$

La force motrice moyenne côté gaz est donnée par la moyenne logarithmique des forces motrices observées aux sections extrêmes du contacteur (Tableau II-28) :

$$(C_{AG}^* - C_{AL}^*)_{\text{lm}} = \frac{(1 - C_{AL0}^*) - (C_{AGZ}^* - C_{ALZ}^*)}{\ln \left(\frac{1 - C_{AL0}^*}{C_{AGZ}^* - C_{ALZ}^*} \right)} = \frac{(1 - 0,833) - (0,05 - 0)}{\ln \left(\frac{1 - 0,833}{0,05 - 0} \right)} = 0,0969$$

Soit sous forme dimensionnelle :

$$\left(C_{AG} - \frac{C_{AL}}{m_A} \right)_{\text{lm}} = C_{AG0} (C_{AG}^* - C_{AL}^*)_{\text{lm}} = \frac{y_{A0} P}{RT} (C_{AG}^* - C_{AL}^*)_{\text{lm}} = 4,19 \text{ mol m}^{-3}$$

Les temps de séjour du gaz et du liquide seraient de respectivement :

$$t_{\text{séjour } G} = \frac{V_G}{\dot{V}_G} = \frac{\varepsilon_G V}{\dot{V}_G} = \frac{0,8 \times 248}{0,1032} = 1921 \text{ s} ; t_{\text{séjour } L} = \frac{V_L}{\dot{V}_L} = \frac{\varepsilon_L V}{\dot{V}_L} = \frac{0,15 \times 248}{0,0820} = 463 \text{ s}$$

Ces temps de séjour sont très élevés, ce qui est lié au volume important du contacteur. Les vitesses superficielles des phases gaz et liquide seraient :

$$\dot{v}_G = \frac{4\dot{V}_G}{\pi D_{col}^2} = 0,0132 \text{ m s}^{-1} \quad ; \quad \dot{v}_L = \frac{4\dot{V}_L}{\pi D_{col}^2} = 0,0102 \text{ m s}^{-1}$$

La vitesse superficielle du gaz est très faible pour la technologie (colonne garnie). Ceci tient à la valeur très élevée du facteur de débit F_{LG} . Même dans les conditions les plus favorables, le design de la colonne n'est pas convaincant. Il convient de conclure qu'il n'est pas raisonnable de faire l'absorption physique du CO_2 dans l'eau dans ces conditions.

III. Absorption réactive gaz-liquide

III.7.1 Détermination de la cinétique d'une réaction gaz-liquide

1. C'est le nombre de Hatta.
2. Si $Ha < 0,3$ la réaction a lieu dans l'ensemble du liquide présent dans le réacteur. Les contacteurs à phase liquide continue permettent de travailler avec des volumes de liquide élevés par unité de volume de réacteur, ce qui maximise la conversion volumique, exprimée en production par unité de volume du système.

III.7.2 Détermination de la cinétique d'une réaction gaz-liquide

1. Solubilité du gaz

Bilan sur A entre le début ($t = 0$) et la fin ($t = \infty$) : $n_A = \frac{P_0}{RT} V_G = \frac{P_\infty}{RT} V_G + C_{AL\infty} V_L$

Concentration à l'équilibre : $C_{AL\infty} = m_A C_{AG\infty} = \frac{y_{A\infty} P_\infty}{He_A} = \frac{P_\infty}{He_A}$ avec $C_{AG\infty} = \frac{P_\infty}{RT}$

Après réarrangement du bilan : $\frac{(P_0 - P_\infty)}{RT} V_G = m_A \frac{P_\infty}{RT} V_L$

Soit $m_A = \frac{(P_0 - P_\infty) V_G}{P_\infty V_L} = \frac{(1 - 0,62) 10^5 10^{-3}}{0,62 10^5 10^{-3}} = 0,612 \text{ m}_G^3 \text{ m}_L^{-3}$

Puis $He_A = \frac{RT}{m_A} = \frac{8,314 \times 293}{0,612} = 3,975 \times 10^4 \frac{\text{Pa m}_L^3}{\text{mol}_G}$

2. Coefficient de transfert et ordres de la réaction

Expérience 1. Absorption physique dans solution vierge avec $P_A = 1 \text{ bar}$:

$$N_{A0} = k_{AL} a_{LG} (C_{ALi} - 0) = k_{AL} a_{LG} m_A C_{AG0} = \frac{k_{AL} a_{LG} m_A P_{A0}}{RT}$$

$$k_{AL} = \frac{N_{A0}RT}{a_{LG}m_A P_{A0}} = 4 \times \frac{510^{-6} \times 8,314 \times 293}{\pi \times 0,01 \times 0,612 \times 10^5} = 2,53 \cdot 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$$

Ordres de réaction p , q : on peut calculer, d'une part, le facteur d'accélération expérimental et, d'autre part, le facteur d'accélération en régime instantané.

$$E = \frac{N_{Ai \text{ avec réaction}}}{N_{A \text{ sans réaction}}} \quad E_\infty = 1 + F_{B/A} \quad F_{B/A} = \frac{D_{BL} C_{BL\infty}}{v_B D_{AL} m_A C_{AGi}}$$

Les résultats sont présentés sous forme tabulaire ci-dessous.

Expérience	Paramètre				
	C_{BL} (kmol m ⁻³)	P_A (bar)	Flux (mol _A m ⁻³)	E	E_∞
1	0	1	$5,0 \times 10^{-9}$	1	
2	0	2	$1,0 \times 10^{-8}$	1	
3	1	1	$2,0 \times 10^{-8}$	4	40,80
4	1	2	$4,0 \times 10^{-8}$	4	20,90
5	2	1	$2,83 \times 10^{-8}$	5,66	80,61
6	2	2	$5,66 \times 10^{-8}$	5,66	40,80

On a $E > 3$ et $E < 10 E_\infty$ (ou presque) soit un régime de pseudo premier ordre, limitation par la réaction dans le film diffusionnel sans limitation diffusionnelle du coréactif.

$$E = Ha_{p,q} = \frac{1}{k_{AL}} \sqrt{\frac{2}{p+1} k_{p,q} D_{AL} (m_A C_{AGi})^{p-1} C_{BL\infty}^q}$$

Détermination de l'ordre par rapport à A (on utilise les Expériences 3 et 4 ou 5 et 6) :

$$\frac{E(\text{exp 3})}{E(\text{exp 4})} = \left(\frac{P_A(\text{exp 3})}{P_A(\text{exp 4})} \right)^{\frac{p-1}{2}} \quad \text{soit} \quad p = \frac{2 \ln \left(\frac{E(\text{exp 3})}{E(\text{exp 4})} \right)}{\ln \left(\frac{P_A(\text{exp 3})}{P_A(\text{exp 4})} \right)} + 1 = \frac{2 \ln(1)}{\ln \left(\frac{1}{2} \right)} + 1 = 0 + 1 = 1$$

Détermination de l'ordre par rapport à B :

$$\frac{E(\text{exp 3})}{E(\text{exp 5})} = \left(\frac{C_{BL}(\text{exp 3})}{C_{BL}(\text{exp 5})} \right)^{q/2} \quad \text{soit} \quad q = \frac{2 \ln \left(\frac{E(\text{exp 3})}{E(\text{exp 5})} \right)}{\ln \left(\frac{C_{BL}(\text{exp 3})}{C_{BL}(\text{exp 5})} \right)} = \frac{2 \ln(0,7067)}{\ln(0,5)} = 1$$

III.7.3 Absorption de CO₂ avec réaction chimique

DÉBIT DE LIQUIDE ET FACTEUR DE DÉBIT

1. Le tableau ci-dessous présente les concentrations des phases en entrée et en sortie du contacteur, permettant de respecter le taux de récupération du CO₂ (TR_A) et les taux de

charge du solvant. Le débit de liquide est ensuite estimé par bilan de matière. On calcule enfin le nombre P , les rapports des débits volumiques et massiques et le facteur de débit.

2. Le rapport des débits massiques est dans le domaine de fonctionnement typique des colonnes de pulvérisation (Tableau XVII-11). Le facteur de débit F_{LG} est dans le domaine de fonctionnement des colonnes à garnissage (Figure XIX-15). Les deux contacteurs pourraient ainsi être utilisés.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
\dot{V}_G	Donnée énoncé	3600	Nm ³ h ⁻¹
\dot{V}_G	Loi des gaz parfaits (40 °C 1 bar)	1,16	m ³ s ⁻¹
y_{AE}	Donnée énoncé	0,10	mol _A / mol _{mél G}
TAUX DE RÉCUPÉRATION	Donnée énoncé	0,95	-
$C_{MEA\ tot}$	Donnée énoncé	5000	Mol _{MEA tot} / mol _{mél L}
$\alpha_E = \alpha_{lean}$	Donnée énoncé	0,15	mol _{CO2} / mol _{MEA tot}
$\alpha_S = \alpha_{rich}$	Donnée énoncé	0,45	mol _{CO2} / mol _{MEA tot}
C_{AGE}	Donnée énoncé et loi gaz parfaits	3,84	mol _A m ⁻³
C_{AGS}	Donnée énoncé et loi gaz parfaits	0,192	mol _A m ⁻³
C_{BLE}	$C_{BLE} = C_{MEA\ tot} (1 - 2\alpha_E)$	3500	mol _B m ⁻³
C_{BLS}	$C_{BLS} = C_{MEA\ tot} (1 - 2\alpha_S)$	500	mol _B m ⁻³
BILAN SUR LE CO ₂ ¹	$\dot{V}_L C_{MEA\ tot} (\alpha_S - \alpha_E) = \dot{V}_G (C_{AGE} - C_{AGS})$		mol _{CO2} s ⁻¹
\dot{V}_L	$\dot{V}_L = \frac{\dot{V}_G (C_{AGE} - C_{AGS})}{C_{MEA\ tot} (\alpha_S - \alpha_E)}$	0,00283	m ³ s ⁻¹
P	$P = v_B \frac{\dot{V}_G C_{AGE}}{\dot{V}_L C_{BLE}}$ Définition Tableau III-15	0,902	-
\dot{V}_L / \dot{V}_G	À partir des résultats précédents	0,00243	m _L ³ m _G ⁻³
\dot{M}_L / \dot{M}_G	À partir des résultats précédents	2,193	kg _L kg _G ⁻¹
F_{LG}	À partir des résultats précédents	0,073	-
1. On considère que le CO ₂ est présent sous forme de carbamate en phase liquide et sous forme moléculaire en phase gaz. La réaction étant considérée irréversible, il n'y a pas de CO ₂ moléculaire dissous en phase liquide.			

COLONNE DE PULVÉRISATION

3.4 et 5. Les calculs sont présentés ci-dessous. Ils peuvent être commentés comme suit. Le nombre de Hatta est élevé, la réaction a lieu au voisinage de l'interface, au sein du film diffusionnel. La résistance au transfert côté liquide reste prépondérante. La valeur de NUT_{OG} est élevée. Le volume de la colonne est très élevé, sa hauteur est trop importante. La solution n'est pas envisageable.

6. La force motrice globale côté gaz est liée à l'expression du flux de transfert (Tableau III-14) : $N_{Ai} = K_{AG} C_{AGS}$. Ceci, car $\Delta C_{AG} = C_{AGS} - 0 = C_{AGS} = 0,192 \text{ mol}_A \text{ m}^{-3}$.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
$k_{1,1}$	Estimée à T, P du contacteur	14,27	$\text{m}_L^3 \text{ mol}_B^{-1} \text{ s}^{-1}$
k_{AL}	À partir de $Sh_{AL \text{ goutte}}$	$1,70 \times 10^{-5}$	m s^{-1}
Ha	Définition (Tableau III-10; $p = q = 1$; C_{BLS})	178	-
E_∞	Définition (Tableau III-10; $v_B = 2$; C_{BLS} ; C_{AGS})	1721	-
E	$E = Ha$ car $Ha > 3$ et $Ha < E_\infty / 2$	178	-
E	Estimation de E par combinaison de E_∞ et de Ha (Tableau III-9), valeur peu différente.	169	-
$\frac{Em_A k_{AL}}{k_{AG}}$	La très faible valeur du rapport indique que la résistance est principalement localisée côté liquide.	0,0083	-
K_{AG}	$K_{AG} \cong Em_A k_{AL}$	0,00185	m s^{-1}
NUT_{OG}	Tableau III-15 : $NUT_{OG} = (1 - C_{AGS}^*) / C_{AGS}^*$ Valeur élevée car C_{AGS}^* est faible.	19,0	-
a_{LG}	$a_{LG} = 6\varepsilon_L / d_{\text{goutte}} = 6 \times 0,005 / 5 \times 10^{-4}$ L'aire spécifique est peu élevée, car la rétention volumique du liquide est très faible en pulvérisation.	60	m^{-1}
V_{col}	Par définition du NUT_{OG} : $V_{col} = \frac{NUT_{OG} \dot{V}_G}{K_{AG} a_{LG}}$	200	m^3
D_{col}	$D_{col} = \left(\frac{4\dot{V}_G}{\dot{V}_G \pi} \right)^{0,5} = \left(\frac{4 \times 1,16}{1 \times \pi} \right)^{0,5}$	1,22	m
Z	$Z = \frac{4V}{\pi D_{col}^2}$	172	m

COLONNE À GARNISSAGE

7. et 8. Les résultats des calculs sont regroupés dans les tableaux ci-dessous. Le facteur d'accélération, E , varie entre 40 et 143. La force motrice exprimée côté gaz varie entre 0,192 et 3,84 mol_A m⁻³. L'approche utilisant un coefficient de transfert moyen n'est pas précise mais donne une première estimation. Il conviendrait de faire une intégration numérique du bilan différentiel établi sur le CO₂, car le coefficient de transfert varie. En prenant une valeur moyenne de K_{AG} on trouve une hauteur de colonne de 16 m pour un volume d'environ 10 m³. Ces valeurs sont raisonnables, on peut construire la colonne.

La réduction volumique comparée à la colonne de pulvérisation (d'un facteur 20) est liée, d'une part, au fait que la force motrice *moyenne* est plus élevée (d'un facteur 10) et, d'autre part, au fait que l'aire interfaciale est plus importante (d'un facteur 2). Le coefficient de transfert global moyen $K_{AG \text{ moy}} = (K_{AG 0} + K_{AG Z}) / 2 = 0,00289$ est du même ordre de grandeur que celui que l'on calcule dans la colonne de pulvérisation.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur		Unité
		$z = 0$	$z = Z$	
C_{AG}	Données énoncé	3,84	0,192	mol _A m ⁻³
C_{BL}	Données énoncé	500	3500	mol _A m ⁻³
Ha	Définition (Tableau III-10 ; $p = q = 1$) k_{AL}, m_A donnés dans l'énoncé	54	143	-
E_∞	Définition (Tableau III-10; $v_B = 2$) D_{AL}, D_{BL} , donnés dans l'énoncé	87	12044	-
E	$E = Ha$ car $Ha > 3$ et $Ha < E_\infty / 2$	-	143	-
E	Tableau III-9 Combinaison de E_∞ et de Ha	40	-	-
$\frac{Em_A k_{AL}}{k_{AG}}$	La résistance côté gaz est d'environ 10 % en $z = Z$. Cette valeur ne peut pas être négligée.	0,027	0,097	-
K_{AG}	$\frac{1}{K_{AG}} = \frac{1}{k_{AG}} + \frac{1}{Em_A k_{AL}}$ En $z = Z, E = Ha$; La cinétique étant d'ordre 1 par rapport à A, E est indépendant de $C_{AG i}$.	0,00133	0,00444	m s ⁻¹
FORCE MOTRICE LOCALE	La force motrice est définie en considérant le coefficient de transfert global et le flux de transfert : $N_{Ai} = K_{AG} C_{AG S}$	3,84	0,192	mol _A m ⁻³

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
Ha pour $K_{AG \text{ réf}}$	Estimé avec $C_{AG 0}$ et $C_{BL Z}$	143	-
E_∞ pour $K_{AG \text{ réf}}$	Estimé avec $C_{AG 0}$ et $C_{BL Z}$	603	-

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
E pour $K_{AG \text{ réf}}$	Tableau III-9 ; combinaison de E_∞ et de Ha N.B. : Cette estimation est prudente. On aurait pu considérer $E = Ha$ car $Ha < E_\infty / 2$.	127	-
$K_{AG \text{ réf}}$	Prise en compte de la résistance côté gaz	0,0040	m s ⁻¹
$K_{AG \text{ moy}}^*$	$K_{AG \text{ moy}}^* = (K_{AG0} + K_{AGZ}) / (2K_{AG \text{ réf}})$	0,720	-
NUT_{OG}	Tableau III-17 : $NUT_{OG} = \frac{-\ln(C_{AGZ} / C_{AG0})}{K_{AG \text{ moy}}^*}$	4,16	-
Z	Tableau III-17 (définition de NUT_{OG}) : $NUT_{OG} = \frac{K_{AG \text{ réf}} a_{LG} Z}{\dot{V}_G} \quad \text{soit} \quad Z = \frac{NUT_{OG} \dot{V}_G}{K_{AG \text{ réf}} a_{LG}}$ avec $\dot{V}_G = \frac{V_G}{A_{col}} = \frac{4\dot{V}_G}{\pi D_{col}^2} = 1,73 \text{ m s}^{-1}$ N.B. : La hauteur est raisonnable.	16,2	m
V_{col}	Produit entre la section et la hauteur	10,9	m ³

III.7.4 Dissolution réactive

1. $Ha = \frac{\sqrt{k_1 D_{AL}}}{k_{AL}} = 0,0316 < 0,3$ (réaction d'ordre 1 $k_1 = k_2 C_{BL}$). La réaction est lente.

2. Réaction lente, système parfaitement agité en fonctionnement batch $E = S = 0$

$$N_{Ai} A_{LG} = r_A \varepsilon_L V_R \quad \text{soit} \quad k_{AL} (C_{ALi} - C_{AL}) a_{LG} V_R = k_1 C_{AL} \varepsilon_L V_R \quad \text{et} \quad \frac{C_{AL}}{C_{ALi}} = \frac{k_{AL} a_{LG}}{k_1 \varepsilon_L + k_{AL} a_{LG}}$$

$$\varepsilon_L = \frac{H-h}{H} = 1 - \frac{h}{H} = 0,99 \quad ; \quad a_{LG} = \frac{A}{V_R} = \frac{1}{H} = 1 \quad ; \quad \frac{C_{AL}}{C_{ALi}} = \frac{10^{-4}}{0,99 \times 10^{-2} + 10^{-4}} = 0,01$$

3. Temps de dissolution

$$t = \frac{M_A}{\text{flux massique}} = \frac{Ah\rho_S}{Ak_{AL} C_{ALi} (1-0,01)} = \frac{10^{-2} \times 2 \times 10^3}{10^{-4} \times 50 \times 0,99} = 4040 \text{ s}$$

4. Augmentation de k_1 $Ha = \frac{\sqrt{k_1 D_{AL}}}{k_{AL}} = 1 \quad ; \quad E = \sqrt{1 + Ha^2} = \sqrt{2}$

E reste faible. Il convient d'augmenter k_{AL} ou a_{LG} .

III.7.5 Absorption réactive de l'oxygène dans une solution de sulfites

1. *Corrélation de Wilke et Chang* : $D_{AL} = 1,87 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$

2. *Coefficient de partage volumique* : $m_A = \frac{C_{AL \text{ éq}}}{C_{AG}} = \frac{0,3RT}{0,21P} = 0,0344 \text{ m}^3 \text{ G m}^{-3} \text{ L}$

3. *Réaction d'ordre 2 par rapport à l'oxygène et d'ordre 1 par rapport aux sulfites* :

$$Ha = \frac{1}{k_{AL}} \sqrt{\frac{2}{3} k_{2,0} D_{AL} (m_A C_{AGi})} \cong 96,8 ; F_{B/A} = \frac{D_{BL} C_{BL\infty}}{v_B D_{AL} m_A C_{AGi}} ; E_\infty = F_{B/A} + 1 = 1668$$

$3 < Ha < E_\infty / 2$: réaction rapide dans le film diffusionnel conduisant à $E = Ha$

4. *Estimation du coefficient de transfert côté gaz* $\frac{1}{K_{AG}} = \frac{1}{k_{AG}} + \frac{1}{Em_A k_{AL}} = \frac{Em_A k_{AL} + k_{AG}}{k_{AG} Em_A k_{AL}}$

Rapport entre les deux flux mesurés (l'aire interfaciale et la concentration en phase gazeuse sont inchangées dans les deux expériences) :

$$\frac{N_{A-i(2)}}{N_{A-i(1)}} = \frac{C_{AG(2)} K_{AG(2)} a_{LG(2)}}{C_{AG(1)} K_{AG(1)} a_{LG(1)}} = \frac{K_{AG(2)}}{K_{AG(1)}} = \frac{E_{(2)} (m_A E_{(1)} k_{AL} + k_{AG})}{E_{(1)} (m_A E_{(2)} k_{AL} + k_{AG})} = \frac{2m_A E_{(1)} k_{AL} + 2k_{AG}}{2m_A E_{(1)} k_{AL} + k_{AG}} = r$$

$$\frac{A + 2k_{AG}}{A + k_{AG}} = r \quad \text{soit} \quad A(r-1) = k_{AG}(2-r) \quad \text{et} \quad k_{AG} = A \frac{r-1}{2-r} ; r = 1,95$$

$$A = 2m_A E_1 k_{AL} = 1,5710^{-3} \text{ m s}^{-1} ; k_{AG} = 0,030 \text{ m s}^{-1} \text{ peu précis, car } k_{AG} \gg m_A E_1 k_{AL}$$

5. *Alimentation séparée des deux phases*

Hypothèses : Le nombre total des bulles est identique (car même débit total) ; les bulles restent séparées (pas de coalescence et rupture) m_A et k_{AL} sont inchangés ; on néglige la résistance côté gaz (inexistante pour O_2 pur et faible sinon). Les bulles d'azote ne transfèrent rien, l'aire interfaciale de transfert diminue dans les mêmes proportions que le nombre de bulles d'oxygène et donc que le volume d'oxygène injecté. Toutefois, la concentration d'oxygène au sein de ces bulles est plus élevée.

$$\frac{a_{LG(3)}}{a_{LG(1)}} = \frac{V_{bulles O_2(3)}}{V_{bulles O_2(1)}} = 0,21 \quad \text{et} \quad \frac{C_{AG(3)}}{C_{AG(1)}} = \frac{1}{0,21}$$

$$\frac{N_{A-i(3)}}{N_{A-i(1)}} = \frac{C_{AG(3)} K_{AG(3)} a_{LG(3)}}{C_{AG(1)} K_{AG(1)} a_{LG(1)}} \cong \frac{C_{AG(3)} m_A E_{(3)} k_{AL} a_{LG(3)}}{C_{AG(1)} m_A E_{(1)} k_{AL} a_{LG(1)}} = \frac{C_{AG(3)}^{1,5} a_{LG(3)}}{C_{AG(1)}^{1,5} a_{LG(1)}} = \sqrt{\frac{1}{0,21}} = 2,18$$

On est en effet assez proche de la valeur de 2 déterminée expérimentalement.

IV. Transfert et réaction en catalyse hétérogène

IV.7.1 Questions générales

1. L'utilisation de grains catalytiques poreux permet de développer une grande surface de réaction, tout en manipulant des particules facilement séparables des fluides transportant les réactifs et les produits.
2. En lit fixe, l'ordre de grandeur du diamètre de surface volumique des grains catalytiques est le millimètre. Pour des procédés opérant en phase gaz, ce diamètre permet fréquemment d'éviter les limitations diffusionnelles. Il conduit pour des procédés en phase gaz et en phase liquide à des pertes de charge linéiques raisonnablement faibles. Si l'on travaille en lit fluidisé, le diamètre des particules catalytiques est environ dix fois plus faible. La fluidisation est aisée et il n'y a pas de limitations de transfert.
3. Il s'agit du module de Thiele.
4. Le critère de Weisz permet d'estimer l'importance d'une éventuelle limitation diffusionnelle à partir de la connaissance de la vitesse de réaction apparente. Cette grandeur est généralement disponible.

IV.7.2 Oxydation du benzène en anhydride maléique en lit fixe multitubulaire

1. Les valeurs des grandeurs matérielles du mélange réactif à 550 K et 5 bars sont rassemblées dans le tableau ci-dessous. On notera que la molécule de benzène diffuse environ deux fois moins vite que la molécule d'oxygène, car elle est plus volumineuse.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
NOTATIONS	A : benzène ; B : oxygène ; G : air (mélange N ₂ - O ₂) ; 0 : entrée		
$M_{mol\ moy\ 0}$	Moyenne pondérée des masses molaires $M_{mol\ A} = 0,078$; $M_{mol\ G} = 0,029$, kg mol ⁻¹ $x_{AG\ 0} = 0,01$; $x_{BG\ 0} = 0,21$ mol _i mol _{tot} ⁻¹	0,0295	kg mol ⁻¹
c_{pG}	Corrélation Tableau II-4 pour l'air seul	1040	J kg ⁻¹ K ⁻¹
μ_G	Corrélation Tableau II-5 pour l'air seul	$2,84 \times 10^{-5}$	Pa s
λ_G	Corrélation Tableau II-6 pour l'air seul	0,0425	W m ⁻¹ K ⁻¹
$\rho_{mél}$	Loi des gaz parfaits avec $M_{mol\ moy}$	3,225	kg m ⁻³
D_{iG}	Corrélation Tableau II-8, avec $v_{benzène} = 90,68$; $v_{air} = 20,1$; $v_{O_2} = 16,6$ cm ³ mol ⁻¹	$D_{AG} = 0,529 \times 10^{-5}$ $D_{BG} = 1,17 \times 10^{-5}$	m ² s ⁻¹

2. L'élévation de température adiabatique dont l'estimation est présentée ci-dessous est élevée, ce qui oriente le choix de la technologie vers un réacteur multitubulaire.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation ¹	Valeur	Unité
$\Delta T_{adiabatique}$	$\Delta T_{max} = \Delta T_{adiabatique} = \frac{x_{AF0}(-\Delta H_{rA})}{M_{mol\ m\acute{e}l} c_{pF}}$	417	K
1. Calculé en considérant la concentration du réactif limitant, A ; Tableau IV-18			

3. Les calculs des paramètres de transfert et des critères permettant de juger de l'existence de gradients intra- et extragranulaires sont rassemblés dans le tableau ci-dessous. Les modules de Thiele calculés pour les deux réactifs sont petits, la réaction n'est pas limitée par le transfert interne. Les critères de Mears de transfert extragranulaire sont respectés. On peut poser un modèle pseudo-homogène. Le critère de Mears concernant le profil radial de température n'est pas respecté. Il convient de poser un modèle bidimensionnel.
4. Afin de diminuer le critère de Mears radial, on pourrait diminuer la vitesse de réaction en diminuant la température ou le titre initial en benzène. On pourrait également augmenter h_{tube} en augmentant la vitesse superficielle du gaz.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
C_{iG0}	Concentration en entrée $C_{iG0} = \frac{x_{i0}P}{RT}$	$C_{AG0} = 1,093$ $C_{BG0} = 22,96$	mol m ⁻³
$D_{i\ eff}$	Définition, Tableau IV-5	$D_{A\ eff} = 0,662 \times 10^{-6}$ $D_{B\ eff} = 1,46 \times 10^{-6}$	m ² s ⁻¹
φ_i	$\varphi_i = \frac{d_p}{6} \sqrt{\frac{k'_{ivol}}{D_{i\ eff}}}$; $k'_{ivol} = k_{ij\ vol} C_j$ $k_{ij\ vol} = k_0 \exp(E / RT) = 6,69 \times 10^{-4}$	$\varphi_A = 0,076$ $\varphi_B = 0,011$ ce qui conduit à $\eta = 1$	-
Pr_G	Définition, Tableau II-2	0,695	-
Sc_{iG}	Définition, Tableau II-2	$Sc_{AG} = 1,664$ $Sc_{BG} = 0,754$	-
Re_{GP}	Tableau XI-2 : $Re_{GP} = \rho_G \dot{V}_G d_p / \mu_G$	106	-
Nu_{GP}	Tableau XI-2 : $Nu_{GP} = 2 + 1,1 Re_{GP}^{0,6} Pr_G^{1/3}$	18,0	-
h_G	Définition du Nusselt Tableau XI-1	254	Wm ⁻² K ⁻¹
Sh_{iGP}	Tableau XI-2 : $Sh_{iGP} = 2 + 1,1 Re_{GP}^{0,6} Sc_{iG}^{1/3}$	$Sh_{AGP} = 23,35$ $Sh_{BGP} = 18,40$	-
k_{iG}	Définition du Sherwood Tableau XI-1	$k_{AG} = 0,0412$ $k_{BG} = 0,0717$	m s ⁻¹

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
h_{tube}	Tableau XI-4	81,8	$Wm^{-2}K^{-1}$
CRITÈRES DE MEARS EXTRA-GRANULAIRES MATÉRIEL ET THERMIQUE	Tableau IV-13 : $\frac{\Delta C_i}{C_{iG}} \cong \frac{\eta r_{i vol 0}}{k_{iG} a_p C_{iG}} < 0,05$ $\frac{\Delta T}{T_\infty} \cong \frac{ \Delta H_{r A} \eta r_{A vol} (C_{AF \infty}, T_\infty)}{h_F a_p T_\infty} < 0,0023$	$\Delta C_A / C_{AG} = 1,9 \times 10^{-4}$ $\Delta C_B / C_{BG} = 10^{-6}$ $\Delta T / T = 7,7 \times 10^{-5}$	-
CRITÈRE DE MEARS THERMIQUE RADIAL	Tableau IV-16 $\frac{ \Delta H_{r A} \eta r_{A vol} \varepsilon_S D_{tube}}{h_{tube} T_w} < 0,0091$	0,0143 Critère non respecté	-

V. Éléments de mécanique des fluides

V.7.1 Question générale

La vitesse interstitielle linéique, u_j , est égale à ou plus élevée que la vitesse superficielle du fluide \dot{v}_j . En effet, on a par définition (Tableau V-11) $u_j = \dot{v}_j / \varepsilon_j$ avec $0 \leq \varepsilon_j \leq 1$. Si $\varepsilon_j \rightarrow 1$, $u_j \rightarrow \dot{v}_j$, la phase j occupe tout l'espace. La vitesse interstitielle linéique est plus proche de la vitesse réelle du fluide. La vitesse interstitielle n'est pas strictement confondue avec la vitesse réelle, car le fluide peut suivre un chemin tortueux, qui n'est pas dans l'axe de l'écoulement moyen. L'intérêt de la vitesse superficielle est qu'il s'agit d'un paramètre opératoire, qui est en général connu et qui peut être régulé. En effet, par définition on a $\dot{v}_j = \dot{V}_j / A$. Or c'est l'opérateur qui impose le débit volumique de la phase. Il connaît la section totale de l'écoulement. La vitesse superficielle est de ce fait extrêmement utilisée dans la description des écoulements diphasiques.

Deuxième partie – Systèmes fluide-solide

VI. Caractérisation géométrique d'un solide divisé

VI.5.1 Questions générales

1. Pour toute particule non sphérique on a $d_S > d_V$, la sphère étant le corps présentant la plus petite surface possible pour un volume donné.

$$d_{SV} = \frac{d_V^3}{d_S^2} = \frac{d_V^2}{d_S^2} d_V \text{ or } d_S \geq d_V \text{ donc } d_{SV} \leq d_V$$

2. Au vu du résultat de la question précédente on a forcément $0 < \psi_S = \frac{d_{SV}}{d_V} \leq 1$

3. Le diamètre de Sauter, $d_{3,2}$, peut être estimé connaissant la distribution des diamètres volumiques d'une population de particules. Si toutes les particules sont sphériques, le diamètre de Sauter représente le diamètre de surface volumique de la population. Si les particules ne sont pas sphériques, il faut multiplier le diamètre de Sauter avec le facteur de sphéricité en surface volumique afin d'estimer le diamètre moyen de surface volumique de la population.
4. Oui, il est possible de définir des moments statistiques à partir d'une distribution en masse ou en volume. Mais l'usage veut que l'on définisse les diamètres caractéristiques à partir de la distribution en nombre. Ainsi, le diamètre correspondant à la moyenne arithmétique d'une distribution en nombre est le diamètre portant les indices 1,0. Le diamètre correspondant à la moyenne arithmétique d'une distribution en masse (ou en volume) est le diamètre indexé 4,3.

VI.5.2 Calculs de caractéristiques géométriques d'une population

Soit n_{total} le nombre de particules V_{total} le volume de la population et S_{total} sa surface.

Tableau VI-7 : $d_{3,0} = \bar{d}_V = (6V_{total} / n_{total}\pi)^{1/3} = 611 \mu\text{m}$ et $a_P = S_{total} / V_{total} = 13649 \text{m}^{-1}$

Tableau VI-8 : $\bar{d}_{SV} = 6V_{total} / S_{total} = 6 / a_P = 440 \mu\text{m}$

VI.5.3 Calculs de diamètres caractéristiques et d'un facteur de sphéricité

Pour un cube, de longueur d'arête a , on a $V_P = a^3$; $S_P = 6a^2$.

On calcule les différents diamètres équivalents à partir des expressions du Tableau VI-1.

On trouve : $d_V = 1,24a$; $d_S = 1,38a$; $d_{SV} = a$; $\psi_S = 0,806$

Pour un cylindre, dont on désigne le diamètre par le symbole $d_{cylindre}$ et dont la hauteur est donnée par le produit $k \times d_{cylindre}$ on montre que :

$$V_P = \frac{\pi k d_{cylindre}^3}{4} \quad ; \quad S_P = \frac{\pi d_{cylindre}^2}{2} + \pi k d_{cylindre}^2 = \pi d_{cylindre}^2 (0,5 + k)$$

On exprime les diamètres équivalents en utilisant les définitions du Tableau VI-1 :

$$d_V = (1,5k)^{1/3} d_{cylindre} \quad ; \quad d_S = (0,5 + k)^{1/2} d_{cylindre} \quad ; \quad d_{SV} = \frac{3k}{1 + 2k} d_{cylindre}$$

$$\Psi_S = \frac{(36\pi)^{1/3} \left((k\pi d_{cylindre}^3) / 4 \right)^{2/3}}{\left(\frac{\pi d_{cylindre}^2}{2} + \pi k d_{cylindre}^2 \right)} = \frac{\left(\frac{9}{4} \right)^{1/3} k^{2/3}}{\left(\frac{1}{2} + k \right)}$$

A.N. pour $k = 1$: $d_V = 1,14 d_{cylindre}$; $d_S = 1,22 d_{cylindre}$; $d_{SV} = d_{cylindre}$; $\Psi_S = 0,874$

REMARQUE : Le facteur de sphéricité du cylindre de hauteur égale au diamètre est supérieur au facteur de sphéricité du cube.

VI.5.4 Estimation de différents diamètres en partant d'une distribution volumique

On doit exploiter la courbe de tamisage. Les résultats sont présentés ci-dessous. Ils peuvent être commentés comme suit.

- i. La fraction massique ou volumique est obtenue en divisant les masses recueillies sur les différents tamis par la masse totale de l'échantillon.
- ii. On affecte à chaque fraction volumique le diamètre volumique moyen des particules dont elle est constituée. Ce diamètre volumique moyen est ici estimé par la moyenne arithmétique entre la taille de l'ouverture du tamis sur lequel les particules sont posées et la taille de l'ouverture du dernier tamis que les particules ont traversé. En effet, le diamètre volumique des particules isométriques peut être borné par ces deux longueurs.
- iii. Connaissant x_i pour les différents d_{Vi} on peut estimer les diamètres caractéristiques.
- iv. Afin de calculer les paramètres de la loi log-normale, il convient d'estimer la distribution en nombre, connaissant la distribution en volume. On estime pour ce faire les fréquences numériques des différentes classes (voir Tableau VI-6). La valeur de α est fonction de l'unité du diamètre.
- v. Dans l'exemple étudié, les différents diamètres calculés par la loi log-normale sont proches des diamètres estimés directement à partir de la distribution expérimentale. Il est toutefois toujours prudent de tracer la distribution obtenue par la loi log-normale et de la comparer au tracé expérimental de la distribution en nombre (voir Figure VI-6).

Poids posé sur le tamis	Taille de l'ouverture de la mèche	Diamètre moyen $d_{Ti} = d_{Vi}$	Fraction massique ou volumique x_i	$\frac{x_i}{d_{Vi}}$	Fréquence $f_i = (x_i / d_{Vi}^3) / \sum (x_i / d_{Vi}^3)$	$y_i = \ln(d_{Vi})$	$f_i y_i$
g	μm	μm		μm^{-1}		m	
0	175						
		162,5	0,0833	513	0,0149	-8,725	-0,130
30	150						
		137,5	0,1667	1212	0,0493	-8,892	-0,438
60	125						
		112,5	0,3333	2963	0,1799	-9,093	-1,636
120	100						
		87,5	0,2778	3175	0,3187	-9,344	-2,978
100	75						
		62,5	0,1389	2222	0,4372	-9,680	-4,232
50	50						
		25	0	0			
0	0						
Diamètre de Sauter de la population : $d_{3,2} = \bar{d}_P = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{d_{Vi}}} = \frac{1}{0,010085} = 99,2 \mu\text{m}$							
N.B. : Afin de déterminer le diamètre moyen de surface volumique, il convient d'estimer le diamètre de Sauter de la distribution.							
Diamètre moyen de surface volumique				$\bar{d}_{SV} = \psi_S d_{3,2} = 57,5 \mu\text{m}$			
Diamètre moyen volumique en nombre				$\bar{d}_V = d_{3,0} = 91,6 \mu\text{m}$			
Diamètre moyen arithmétique en volume				$d_{4,3} = \sum_{i=1}^n x_i d_{Vi} = 106,9 \mu\text{m}$			
Paramètres de la loi log-normale :							
$\alpha = -9,414$ (d_V en m) ou $\alpha = 4,401$ (d_V en μm) ; $\beta^2 = 0,07169$ (pour toute unité de d_V)							
Ceci conduit à : $d_{3,0} = 90,8 \mu\text{m}$; $d_{3,2} = 97,6 \mu\text{m}$; $d_{4,3} = 104,8 \mu\text{m}$							
L'application des corrélations du Tableau VI-15 conduit à $\varepsilon_{lâche} = 0,61$ et $\varepsilon_{dense} = 0,50$.							

VI.5.5 Caractéristiques géométriques d'un empilement de particules

On peut utiliser les valeurs du Tableau VI-14: $0,40 < \varepsilon < 0,49$ ou les corrélations du Tableau VI-15 : $\varepsilon = 0,46$; $\tau = 1,47$; $\varepsilon_{lâche} = 0,52$ et $\varepsilon_{dense} = 0,44$. On notera que les corrélations de la porosité et de la tortuosité sont peu précises. Si l'on dispose de données caractérisant le lit fixe il faut toujours les utiliser en priorité. Par définition de a_C (Tableau VI-13) : $a_C = 3103 \text{ m}^{-1}$. Mêmes réponses pour ε et τ , si d_p est dix fois plus grand. L'aire spécifique, a_C , est par contre dix fois plus faible.

VII. Écoulement en lit fixe

VII.7.1 Questions générales

1. Forces inertielle et force visqueuse, nombre de Reynolds, facteur de frottement
2. $Re_p \rightarrow 0 : f \rightarrow cste / Re_p$; $Re_p \rightarrow \infty : f \rightarrow cste$ en première approximation.
3. Comme dans tout écoulement monophasique, on distingue en lit fixe entre le régime d'écoulement laminaire dans lequel les lignes de courant sont parfaitement définies et le régime d'écoulement turbulent dans lequel la vitesse du fluide présente une composante fluctuante, liée à la présence de tourbillons, dont la taille, la localisation et l'orientation varient de façon aléatoire. La transition entre régime d'écoulement laminaire et turbulent a lieu en lit fixe pour Re_p d'environ 130.
4. L'écoulement rampant, encore désigné par le terme *régime de Darcy* ou *régime de Kozeny* correspond aux écoulements dans lesquels la perte de charge linéique du fluide s'écoulant à travers le lit fixe est proportionnelle à la viscosité du fluide et à la vitesse en fût vide. L'écoulement rampant est observé pour $Re_p < 5$ environ. Le régime d'écoulement laminaire est défini par la stabilité des lignes de courant. Il est observé pour $Re_p < 130$ environ. Ainsi, pour $5 < Re_p < 130$ le régime d'écoulement est laminaire mais l'écoulement n'est pas rampant. Une perte de charge d'origine inertielle peut ainsi être observée en régime laminaire, si le fluide subit des changements de vitesse et de direction, ce qui est le cas en lit fixe, par différence avec la conduite droite.
5. Le nombre de Péclet particulière caractérisant l'écoulement en lit fixe est pour la plupart des applications de l'ordre de 0,4 pour un liquide et de l'ordre de 2 pour un gaz, car le produit $Re_p Sc_A$ est compris entre 10 et 10^4 (voir Section VII.4). Le diamètre des pores, qui est de l'ordre du diamètre des particules, étant très petit devant la longueur du lit, le nombre de Péclet du lit est généralement supérieur à 50. Ceci conduit à un comportement de type piston. Autrement dit : l'échelle de la dispersion axiale étant le pore, la dispersion axiale à l'échelle du réacteur devient faible lorsque d_p / Z est élevé. C'est généralement le cas, car d_p est de l'ordre du mm et Z de l'ordre du mètre.

VII.7.2 Perte de charge à travers un lit fibreux

1. Évolution de la constante de Kozeny

$$\frac{\Delta P_f}{Z} = \frac{64(1-\varepsilon)^{3/2} \left(1 + 56(1-\varepsilon)^3\right)}{d_{\text{fibre}}^2} \mu_F \dot{V}_F = h_K \frac{36}{\psi_S^2 \bar{d}_P^2} \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \mu_F \dot{V}_F$$

Ici la distribution est uniforme donc $\bar{d}_P = d_P = d_V$

$$\text{Diamètre de surface volumique (fibres longues)} : d_{SV} = \psi_S d_P = \frac{6\pi d_{\text{fibre}}^2}{4\pi d_{\text{fibre}}} = \frac{3}{2} d_{\text{fibre}}$$

On peut également estimer le diamètre volumique et la sphéricité (on néglige les sections terminales des fibres). Si l'on exprime le produit $d_p \psi_S$ on retrouve l'expression précédente. Toutefois, pour des fibres très longues, l'expression de ψ_S seul tend vers zéro et l'expression de d_p seul tend vers l'infini.

$$d_V = \left(\frac{6V_P}{\pi} \right)^{1/3} = d_p \quad ; \quad \psi_S = \frac{(36\pi V_P^2)^{1/3}}{S_P} \quad \text{et} \quad \psi_S d_p = \frac{6V_P}{S_P} = \frac{6\pi d_{\text{fibre}}^2}{4\pi d_{\text{fibre}}} = \frac{3}{2} d_{\text{fibre}}$$

$$\text{En substituant dans l'expression de Kozeny : } h_K = \frac{4\varepsilon^3 (1 + 56(1 - \varepsilon)^3)}{(1 - \varepsilon)^{1/2}}$$

$$\text{AN : } \varepsilon = 0,95 \quad ; \quad h_K = 15,44 \quad \text{et} \quad \varepsilon = 0,925 \quad ; \quad h_K = 11,83$$

Conclusion : la valeur de h_K de 4,17 n'est pas adaptée.

2. Relation épaisseur-porosité et perte de charge par conservation de la quantité de solide

$$Z_0(1 - \varepsilon_0) = Z(1 - \varepsilon) \quad \text{soit} \quad \varepsilon = 1 - \frac{Z_0}{Z}(1 - \varepsilon_0) \quad \text{A.N. : } \varepsilon = 0,925$$

3. Application de la relation de Kozeny avec la valeur de h_K trouvée dans la première question ou utilisation de la relation de Davies. Avant compression : $\Delta P_f = 236 \text{ Pa}$; après compression : $\Delta P_f = 294 \text{ Pa}$. Vérification de la validité : $Re_{\text{fibre}} = 0,0714$.

4. Si l'on utilise la relation de Kozeny avec $h_K = 4,17$, la perte de charge et donc la surpression nécessaire pour assurer une vitesse superficielle de $0,05 \text{ m s}^{-1}$ est de $\Delta P_f = 63,7 \text{ Pa}$. Si l'on considère l'équation de Davies, cette surpression conduit à une vitesse superficielle de $0,0135 \text{ m s}^{-1}$. Pour un lit et une perte de charge donnés, le produit $h_K \dot{v}_F$ est invariant : $h_K \dot{v}_F = h_K' \dot{v}_F'$ ou $\dot{v}_F' = h_K \dot{v}_F / h_K'$; A.N. : $\dot{v}_F' = 0,0135 \text{ m s}^{-1}$.

La vitesse d'écoulement est considérablement réduite (divisée par un facteur de 3,70), on ne peut dimensionner un équipement en prenant $h_K = 4,17$.

VII.7.3 Étude d'une colonne à garnissage

$$1. \text{ Aire spécifique} \quad a_p = \frac{S_p}{V_P} = \frac{h(\pi d_e + \pi d_i) + 2\pi(d_e^2 - d_i^2)/4}{\frac{\pi(d_e^2 - d_i^2)}{4}h} = \frac{(d_e + d_i) + \frac{(d_e^2 - d_i^2)}{2d_e}}{\frac{(d_e^2 - d_i^2)}{4}}$$

$$\text{Soit} \quad a_p = 4 \frac{(d_e + d_i) + \frac{(d_e + d_i)(d_e - d_i)}{2d_e}}{(d_e + d_i)(d_e - d_i)} = \frac{4 + \frac{2(d_e - d_i)}{d_e}}{(d_e - d_i)} = \frac{2}{d_e} \left(\frac{2}{(1 - d_i/d_e)} + 1 \right)$$

$$2. \text{ Diamètre de surface volumique} \quad d_{SV} = \frac{6}{a_p} = \frac{3d_e(1 - d_i/d_e)}{3 - d_i/d_e}$$

3. Aires spécifiques : voir tableau ci-dessous.

4. Porosité d'un lit constitué d'anneaux Raschig

$$\text{Volume relatif des vides d'un cylindre} \quad e_{int} = \frac{V_{int}}{V_{cylindres}} = \frac{4\pi d_i^2 h}{4\pi d_e^2 h} = \frac{d_i^2}{d_e^2} \quad \frac{\text{m}^3_{vides}}{\text{m}^3_{cylindres}}$$

$$\text{Volume global des vides} \quad \varepsilon_{lit} = \frac{V_{vides}}{V_{total}} = \frac{V_{ext} + V_{int}}{V_{total}} = \varepsilon_{ext} + e_{int} \frac{V_{cylindres}}{V_{total}}$$

$$\varepsilon_{lit} = \varepsilon_{ext} + e_{int} (1 - \varepsilon_{ext}) = \varepsilon_{ext} + \left(\frac{d_i}{d_e}\right)^2 (1 - \varepsilon_{ext}) \quad ; \quad \text{A.N. voir tableau ci-dessous}$$

$$5. \text{ Aire de couche : } a_C = \frac{S_P}{V_T} = \frac{S_P}{V_P} (1 - \varepsilon) = a_p (1 - \varepsilon) = \frac{6(1 - \varepsilon)}{d_{SV}} \quad ; \quad \text{A.N. voir ci-dessous}$$

6. Perte de charge dans un empilement d'anneaux Raschig

$$h_K \frac{36}{\bar{d}_{SV}^2} \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \mu_F \dot{V}_F + h_B \frac{6(1 - \varepsilon)}{\bar{d}_{SV} \varepsilon^3} \rho_F \dot{V}_F^2 = h_K \frac{a_C^2}{\varepsilon^3} \mu_F \dot{V}_F + h_B \frac{a_C}{\varepsilon^3} \rho_F \dot{V}_F^2$$

d_i / d_e	a_p	ε_{lit}	a_C	Ergun (Kozeny)	Ergun (Burke)	Ergun (total)	Kozeny / Burke
-	m^{-1}	-	m^{-1}	Pa m^{-1}	Pa m^{-1}	Pa m^{-1}	
0 (Anneaux pleins)	600	0,4	360	143,6	1958	2100	0,0733
0,6 (Céramique)	1200	0,62	460,8	69,5	686	756	0,101
0,9 (Métallique)	4200	0,89	478,8	25,2	240	265	0,105

7. et 8. et discussion : les parois minces que l'on peut avoir en utilisant des anneaux métalliques conduisent à une augmentation importante de l'aire spécifique des particules, a_p . Elles permettent d'augmenter la porosité du lit. Les parois minces influencent par contre peu l'aire spécifique du réacteur, a_C . La perte de charge linéique observée pour une vitesse superficielle donnée est diminuée de façon importante lorsqu'on utilise des anneaux à parois minces. Dans le domaine opératoire étudié, typique des colonnes garnies, l'écoulement du gaz est dominé par les forces inertielles.

VII.7.4 Dimensions optimales d'un lit catalytique pour la synthèse de l'ammoniac

Le volume du réacteur et le débit volumique sont imposés ici par le procédé. On choisit le couple A, Z permettant de respecter la contrainte sur la perte de charge.

$$\frac{\Delta P_f}{Z} = h_B \frac{6(1 - \varepsilon)}{\psi_S \bar{d}_p \varepsilon^3} \rho_F \dot{V}_F^2 \quad \text{avec} \quad \dot{V}_F = \frac{\dot{V}_F}{A} \quad \text{et} \quad V_{lf} = AZ$$

$$\text{Substitution : } \frac{\Delta P_f}{Z} = h_B \frac{6(1 - \varepsilon)}{\psi_S \bar{d}_p \varepsilon^3} \rho_F \left(\frac{\dot{V}_F Z}{V_{lf}} \right)^2 \quad \text{soit} \quad Z = \left(\frac{\Delta P_f \psi_S \bar{d}_p \varepsilon^3}{h_B 6(1 - \varepsilon) \rho_F} \right)^{1/3} \left(\frac{V_{lf}}{\dot{V}_F} \right)^{2/3}$$

Soit $Z_{\max} = 1,84 \text{ m}$ et $D_{\min} = 2,88 \text{ m}$ si l'on pose une géométrie cylindrique ; $Re_p = 653$ ce qui valide l'hypothèse de la prédominance des forces inertielles.

VIII. Écoulement d'une particule isolée

VIII.5.1 Questions générales

1. Forces inertielle, force visqueuse, résultante des forces de pesanteur. Nombre de Reynolds et nombre de Froude modifié.
2. $Re_{p_t} \rightarrow 0$: $Fr_{p_{mod t}}^2 \rightarrow cste / Re_{p_t}$; $Re_{p_t} \rightarrow \infty$; $Fr_{p_{mod t}}^2 \rightarrow cste$ toujours en première approximation. On constatera l'analogie avec la Question VI.6.1.
3. La loi de Stokes décrit l'écoulement rampant autour d'une sphère isolée alors que la loi de Darcy décrit l'écoulement rampant à travers un lit fixe de particules (sphériques ou non). On parle d'un écoulement de Stokes lorsque la loi de Stokes est vérifiée alors que l'on parle d'un régime de Darcy lorsque la loi de Darcy peut être appliquée. Dans les deux cas, il s'agit d'un écoulement rampant dans lequel la perte énergétique est proportionnelle aux forces visqueuses exclusivement. La perte de charge (ou la force de traînée par unité de surface dans le cas de la sphère isolée), est alors proportionnelle à la vitesse relative entre le fluide et le solide et à la viscosité du fluide.
4. La vitesse terminale de chute augmente avec la taille des particules, car dans le bilan des forces on égalise la résultante des forces de pesanteur, qui varie en d_p^3 , et la traînée, qui varie en $d_p u_t$ en régime de Stokes et en $d_p^2 u_t^2$ en régime de Newton. Pour un système donné (même facteur de forme et mêmes constantes physicochimiques), lorsque le diamètre augmente, l'égalité des forces est rétablie par l'augmentation de la vitesse de chute de la particule. Ceci est bien visible dans les relations $u_t^+ = f(d_p^+)$ dans lesquelles les deux paramètres, la vitesse et le diamètre, apparaissent séparément.
5. En écoulement de Stokes, pas d'influence, en régime mixte ou de Newton on observe une diminution de la vitesse terminale de chute avec le facteur de sphéricité (voir corrélation de Haider et Levenspiel). À diamètre volumique donné, la résultante des forces de gravité est constante. La traînée est d'autant plus importante que la surface de la particule est grande (augmentation de l'aire projetée et modification de la couche limite hydrodynamique) et donc que son facteur de sphéricité est faible. Ceci se traduit par une valeur plus élevée du C_x de la particule et donc par une vitesse terminale de chute plus faible.

VIII.5.2 Estimation de vitesses terminales de chute de particules

Les différents calculs sont consignés dans le tableau ci-dessous. Une diminution du facteur de sphéricité en surface volumique conduit à une diminution significative de la vitesse terminale de chute. La valeur du rapport entre les termes visqueux et inertiels est fonction du facteur de sphéricité en surface volumique. On peut considérer que les particules chutent en régime de Newton (avec une erreur $< 10\%$) dans l'air mais en régime mixte dans l'eau.

Grandeur	$d_p^+ \text{ air}$	$d_p^+ \text{ eau}$	$u_t \text{ air}$	$u_t \text{ eau}$	Rapport des termes visqueux et inertiels, r^1	r_{air}	r_{eau}
UNITÉ	-	-	m s ⁻¹	m s ⁻¹	-	-	-
$\psi_S = 0,86$	44,9	24,5	5,05	0,123	$r = 21,6 / (d_p^+)^{1,5}$	0,07	0,18
$\psi_S = 0,66$			3,63	0,091	$r = 15,2 / (d_p^+)^{1,5}$	0,05	0,13

1. Ici, r est estimé par le rapport des termes visqueux et inertiels de la corrélation de Haider et Levenspiel (Tableau VIII-5). La valeur du numérateur est fonction de ψ_S .

VIII.5.3 Démonstration des relations aux limites de la vitesse terminale de chute

Il convient de substituer les expressions limites de C_x (Tableau VIII-2) dans la forme adimensionnelle du bilan des forces (Tableau VIII-3). On sépare ensuite les nombres adimensionnels. Enfin, on utilise les définitions des autres nombres adimensionnels.

Détails pour la loi de Stokes : $\frac{24}{Re_{p_t}} = \frac{4}{3} \frac{1}{Fr_{p_{mod t}}^2}$ soit $Re_{p_t} = 18 Fr_{p_{mod t}}^2$. Sachant que par

définition $Ar_p = Re_{p_t}^2 / Fr_{p_{mod t}}^2$ (Tableau VIII-4) on peut substituer le nombre de Froude modifié dans la relation précédente, ce qui conduit à $Re_{p_t} = 18 Re_{p_t}^2 / Ar_p$ et après séparation des variables : $Re_{p_t} = Ar_p / 18$. Par définition $Ar_p = (d_p^+)^3$ et $Re_p = d_p^+ u_{SF}^+$. On peut substituer ces relations dans l'équation précédente ce qui conduit à $u_t^+ = (d_p^+)^2 / 18$.

VIII.5.4 Chute de sphères de même masse

L'égalité des masses s'écrit $\rho_{S1} d_{P1}^3 = \rho_{S2} d_{P2}^3$.

Les sphères chutant dans le même fluide, l'air, le rapport des diamètres adimensionnels s'écrit $\frac{d_{P1}^+}{d_{P2}^+} = \frac{d_{P1}}{d_{P2}} \left(\frac{\Delta\rho_1}{\Delta\rho_2} \right)^{1/3} \cong \frac{d_{P1}}{d_{P2}} \left(\frac{\rho_{S1}}{\rho_{S2}} \right)^{1/3}$. La combinaison de l'égalité des masses et du

rapport des diamètres adimensionnels conduit à $d_{P1}^+ = d_{P2}^+$. Les sphères ayant un même diamètre adimensionnel, leurs vitesses terminales de chute adimensionnelles sont identiques, $u_{t1}^+ = u_{t2}^+$. Ceci conduit à l'égalité des nombres de Reynolds à la vitesse terminale de chute, car $Re_{p_t} = d_p^+ u_t^+$. Le nombre de Reynolds étant le même, l'écoulement

autour des sphères est similaire d'un point de vue hydrodynamique. L'égalité des nombres

de Reynolds s'écrit $\frac{\rho_{\text{air}} d_{P1} u_{t1}}{\mu_{\text{air}}} = \frac{\rho_{\text{air}} d_{P2} u_{t2}}{\mu_{\text{air}}}$ soit $\frac{u_{t1}}{u_{t2}} = \frac{d_{P2}}{d_{P1}}$.

IX. Fluidisation particulaire

IX.6.1 Questions générales

1. Force inertielle, force visqueuse, résultante des forces de pesanteur ; deux nombres sont nécessaires et suffisants pour décrire le système. On constate l'analogie avec l'analyse de la vitesse terminale de chute.
2. L'utilisation du couple $d_p^+; \dot{v}_{mf}^+$ permet d'exprimer simplement, pour un système donné (même facteur de forme et mêmes constantes physicochimiques), la dépendance entre la vitesse minimale de fluidisation et le diamètre volumique moyen des particules.
3. La vitesse minimale de fluidisation est déterminée en écrivant l'égalité entre le poids apparent du lit par unité de volume et la perte de charge linéique de l'écoulement, estimée à partir de l'équation d'Ergun. Pour un système donné (même géométrie et mêmes constantes physicochimiques) le poids apparent volumique et donc la perte de charge linéique au minimum de fluidisation ($\Delta P_f / Z$) sont indépendants de la taille des particules. Suivant l'équation d'Ergun, plus le diamètre des particules est élevé, plus la vitesse du fluide permettant d'atteindre la perte de charge linéique nécessaire au soulèvement des particules est élevée.
4. La perte de charge dépend de la porosité, des masses volumiques et de la hauteur du lit. On fluidise si la vitesse superficielle appliquée est supérieure à la vitesse minimale de fluidisation. La perte de charge correspond alors au poids apparent des particules par unité de section du lit et est donnée par $\Delta P_f = (1 - \varepsilon_{lf})(\rho_S - \rho_F)gV_{lf} / A$.
5. La pression et la température influencent à travers la variation des grandeurs physiques matérielles, viscosité et masse volumique. Pour un liquide, la viscosité du fluide diminue avec la température alors que sa masse volumique est invariante. Les deux sont insensibles à la pression. De ce fait, la vitesse minimale de fluidisation augmente avec la température lorsque l'on est en écoulement rampant (car on est proportionnel à la viscosité) et est invariante lorsque l'écoulement est dominé par l'inertie (car on est indépendant de la viscosité). Pour un gaz, la viscosité augmente avec la température et avec la pression alors que la masse volumique diminue avec la température et augmente avec la pression. L'influence est donc un peu plus complexe.

IX.6.2 Étude d'une fluidisation particulaire dans un procédé de fermentation

1. $d_p^+ = d_p \left(\frac{g \rho_F \Delta \rho}{\mu_F^2} \right)^{1/3} = 8,56$ soit $d_p^+ < 18,8$; on fluidise en écoulement rampant, voir

Tableau IX-3. Si l'on accepte une erreur de 10 % sur la perte de charge, on peut admettre que la variation de la perte de charge est linéaire jusqu'à la vitesse minimale de

fluidisation. De ce fait la vitesse minimale de fluidisation peut être déterminée par l'intersection de deux droites, dont l'une est horizontale, voir Figure IX-1).

$$2. V_S = \frac{M_S}{\rho_S} = (1 - \varepsilon_{mf})AZ \quad \text{soit} \quad \varepsilon_{mf} = 1 - \frac{M_S}{AZ\rho_S} = 1 - \frac{4 \times 0,828}{3,14 \times 0,01 \times 0,18 \times 1013} = 0,422$$

$$3. \text{ et } 4. \dot{v}_{Fmf}^+ = \frac{C_2}{2C_1} (d_p^+)^2 \quad \text{Constantes de Grace : } C_1 = 27,2 ; C_2 = 0,0408$$

Détermination des constantes à partir de la porosité expérimentale :

$$h_K = 4,17 \quad h_B = 0,29 \quad \varepsilon_{mf} = 0,422 \quad d_{SV} = d_p$$

$$C_1 = \frac{3h_K(1 - \varepsilon_{mf})}{h_B} = \frac{3 \times 4,17(1 - 0,422)}{0,29} = 24,94 \quad C_2 = \frac{\varepsilon_{mf}^3}{6h_B} = \frac{0,422^3}{6 \times 0,29} = 0,0431$$

d_p , m nominal	d_p^+ , -	\dot{v}_{mf}^+ , - C_1, C_2 selon Grace	\dot{v}_{mf} , m s ⁻¹ C_1, C_2 selon Grace	\dot{v}_{mf}^+ , - $C_1 = 24,94$ $C_2 = 0,0431$	\dot{v}_{mf} , m s ⁻¹ $C_1 = 24,94$ $C_2 = 0,0431$
$1,7 \times 10^{-3}$	8,557	0,0549	$2,76 \times 10^{-4}$	0,0633	$3,19 \times 10^{-4}$
$2,6 \times 10^{-3}$	13,09	0,1285	$6,47 \times 10^{-4}$	0,148	$7,46 \times 10^{-4}$

La valeur de \dot{v}_{mf} est très sensible à la valeur de la porosité et aux constantes utilisées, des erreurs de 10 à 20 % sont courantes et tout à fait admissibles.

5. et 6. Étude de l'expansion du lit

Corrélations à utiliser : Tableau IX-6 (équation de Richardson et Zaki) ;

Détermination de u_t et n par corrélation

La valeur de $u_{t(d_p/D_{lit}) \rightarrow 0}$ est fonction de la corrélation utilisée (Tableau VIII-5, corrélations de Turton et Clark ou de Haider et Levenspiel) l'écart est de 10 %.

$$\text{Effet de paroi : } u_{t,d_p/D} = 0,01124 \left(1 - 1,15 \left(\frac{0,0017}{0,1} \right)^{0,6} \right) = 0,0101 \text{ m s}^{-1}$$

$$u_{t,d_p/D} = 0,01875 \left(1 - 1,15 \left(\frac{0,0026}{0,1} \right)^{0,6} \right) = 0,0163 \text{ m s}^{-1}$$

L'effet de paroi ralentissant la chute des particules est de l'ordre de 10 % ici.

$$\frac{4,8 - n}{n - 2,4} = 0,043 (d_p^+)^{1,71} \left(1 - 1,24 \left(\frac{d_p}{D_{lit}} \right)^{1,27} \right) = K \quad \text{soit} \quad n = \frac{4,8 + 2,4K}{K + 1}$$

Calcul de la porosité connaissant la hauteur du lit expansé

$$V_S = AZ(1 - \varepsilon) = cste \quad \text{soit} \quad Z(1 - \varepsilon) = cste \quad \text{et} \quad \varepsilon = 1 - cste / Z$$

pour $d_p = 1,7 \text{ mm}$ $Z = 0,18$ $\varepsilon = 0,422$ $cste = 0,1041$

$d_p = 2,6 \text{ mm}$ $Z = 0,16$ $\varepsilon = 0,422$ $cste = 0,0925$

DÉTERMINATION DE u_t ET n PAR

RÉGRESSION :

TRACÉ DE

$$\ln(\dot{v}_f) = \ln(u_t) + n \ln(\varepsilon)$$

$$d_p = 1,7 \text{ mm} : n = 3,20$$

$$\ln(u_t) = -4,676;$$

$$u_t = 0,00932 \text{ m s}^{-1}$$

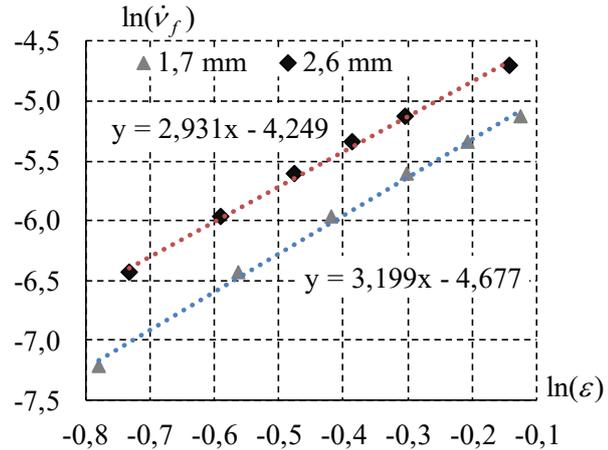
$$d_p = 2,6 \text{ mm} : n = 2,93$$

$$\ln(u_t) = -4,25 ;$$

$$u_t = 0,0143 \text{ m s}^{-1}$$

CES VALEURS SONT À

COMPARER AUX CORRÉLATIONS.



d_p , m nominal	d_p^+ , -	n ; par régression	K	n ; par corrélation
$1,7 \times 10^{-3}$	8,557	3,20	1,6776	3,30
$2,6 \times 10^{-3}$	13,09	2,93	3,4515	2,94

Bon accord entre les corrélations et les mesures.

IX.6.3 Perte de charge linéique et expansion d'un lit fluidisé

1. Combinaison des équations :

$$\left(\frac{17,3}{Re_p} + 0,336 \right) \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^{4,8}} = \frac{(1 - \varepsilon)}{Fr_{p,mod}^2} \quad \text{soit} \quad \frac{17,3}{d_p^+ \dot{v}_F^+} + 0,336 = \varepsilon^{4,8} \frac{d_p^+}{(\dot{v}_F^+)^2}$$

$$\text{Loi de Stokes : } u_t^+ = \frac{(d_p^+)^2}{18} \quad \text{et} \quad \frac{17,3}{d_p^+ \dot{v}_F^+} = \varepsilon^{4,8} \frac{d_p^+}{(\dot{v}_F^+)^2} \quad \text{soit} \quad \frac{\dot{v}_F^+}{u_t^+} = \frac{\dot{v}_F}{u_t} \cong \varepsilon^{4,8}$$

$$\text{Régime de Newton : } u_t^+ \cong \frac{(d_p^+)^{0,5}}{0,57} \quad \text{et} \quad 0,336 = \varepsilon^{4,8} \frac{d_p^+}{(\dot{v}_F^+)^2} \quad \text{soit} \quad \frac{\dot{v}_F^+}{u_t^+} = \frac{\dot{v}_F}{u_t} \cong \varepsilon^{2,4}$$

Ainsi, l'équation de perte de charge de Gibilaro *et al.* est cohérente avec l'équation de Richardson et Zaki pour décrire l'expansion des lits fluidisés.

$$2. \frac{u_t}{\dot{v}_{Fmf}} = \varepsilon_{mf}^{-n} \quad ; \quad \text{cas limites : } \frac{u_t}{\dot{v}_{Fmf}} = 0,40^{-4,8} = 81 \quad \text{et} \quad \frac{u_t}{\dot{v}_{Fmf}} = 0,40^{-2,4} = 9,0$$

IX.6.4 Colonne de lavage d'une résine échangeuse d'ions

OPÉRATION DANS UNE COLONNE À FOND FERMÉ

1. L'équation de continuité conduit à $u_D = (1 - \alpha)(u_D - u_C)$ et $\dot{v}_D = \alpha u_D = \alpha(1 - \alpha)u_{DC}$. La situation est analogue à celle décrite dans la modélisation de Kynch, exposée dans le Tableau XII-8. L'équation de Richardson et Zaki s'écrit de façon générale $u_{DC} / u_t = (1 - \alpha)^{n-1}$. Si l'on substitue u_{DC} on trouve $\dot{v}_D = \alpha(1 - \alpha)^n u_t$ (1a).
2. Les calculs sont présentés dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Précision concernant l'estimation	Valeur	Unité
$1 - 1,24(d_p / D_{lit})^{1,27}$	Correction de paroi pour l'estimation de n , par corrélation, Tableau IX-6	0,9996	-
d_p^+	Calculé à partir de sa définition	4,41	-
n	Exposant de l'équation de Richardson et Zaki, estimé par corrélation, Tableau IX-6	3,95	-
$1 - 1,15(d_p / D_{lit})^{0,6}$	Correction de paroi pour l'estimation de u_t , par corrélation, Tableau IX-6	0,975	-
u_t^+	Corrélation Turton et Clark, Tableau VIII-5	0,743	-
u_t	Calculé à partir de la définition de u_t^+	0,00655	m s ⁻¹

3. Variation de \dot{v}_D avec α : $\frac{1}{u_t} \frac{d\dot{v}_D}{d\alpha} = (1 - \alpha)^n - \alpha n(1 - \alpha)^{n-1} = (1 - \alpha)^{n-1} (1 - (n + 1)\alpha)$
 Valeur extrême de \dot{v}_D pour $\frac{d\dot{v}_D}{d\alpha} = 0$: $\alpha_{opt} = 1$ (solution triviale) et $\alpha_{opt} = \frac{1}{n + 1}$ (2a)
 En substituant (2a) dans (1a) : $\frac{\dot{v}_{Dmax}}{u_t} = \alpha_{opt} (1 - \alpha_{opt})^n = \frac{1}{n + 1} \left(\frac{n}{n + 1} \right)^n = \frac{n^n}{(n + 1)^{n+1}}$ (3a)
4. Les calculs et les valeurs obtenues sont présentés ci-dessous.

Paramètre	Précision concernant l'estimation	Valeur	Unité
α_{opt}	Application numérique de l'Éq. (2)	0,202	-
\dot{v}_{Dmax} / u_t	Application numérique de l'Éq. (3)	0,0828	-
\dot{M}_{Dmax}	$\dot{M}_{Dmax} = 3600(\dot{v}_{Dmax} / u_t)u_t \pi D_{lit}^2 \rho_D / 4$	148	kg h ⁻¹

OPÉRATION CONTINUE À CONTRE-COURANT DANS UNE COLONNE OUVERTE

5. $d_p^+ < 18,8$, Tableau IX-4, écoulement rampant, $\psi_s = 1$

$$\dot{v}_{Cmf}^+ = \frac{C_2}{2C_1} (d_p^+)^2 = \frac{\varepsilon_{mf}^3 (d_p^+)^2}{36h_K(1 - \varepsilon_{mf})} = \frac{(d_p^+)^2}{1175} = 0,0166 \quad \text{et} \quad \dot{v}_{Cmf} = 1,46 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$$

$$6. \dot{v}_{DC} = (1-\alpha)\dot{v}_D - \alpha\dot{v}_C = \alpha(1-\alpha)^n u_t \text{ soit } \dot{v}_D = \alpha(1-\alpha)^{n-1} u_t + \frac{\alpha}{1-\alpha} \dot{v}_C \quad (1b)$$

7. Valeur de α maximisant \dot{v}_D à \dot{v}_C donné : on estime la variation de \dot{v}_D avec α

$$\left(\frac{d\dot{v}_D}{d\alpha} \right)_{\dot{v}_C} = (1-\alpha)^{n-2} (1-n\alpha) u_t + \frac{(1-\alpha)+\alpha}{(1-\alpha)^2} \dot{v}_C = (1-\alpha)^{n-2} (1-n\alpha) u_t + \frac{1}{(1-\alpha)^2} \dot{v}_C$$

$$\left(\frac{d\dot{v}_D}{d\alpha} \right)_{\dot{v}_C} = \frac{1}{(1-\alpha)^2} \left((1-\alpha)^n (1-n\alpha) u_t + \dot{v}_C \right)$$

$$\text{Extrémum de } \dot{v}_D \text{ pour } \frac{d(\dot{v}_D / u_t)_{\dot{v}_C}}{d\alpha} = 0 : \alpha_{\text{opt}} = 1 \text{ et } (1-\alpha_{\text{opt}})^n (1-n\alpha_{\text{opt}}) = -\frac{\dot{v}_C}{u_t} \quad (2b)$$

(2b) dans (1b)

$$\frac{\dot{v}_{D \text{ max}}}{u_t} = \alpha_{\text{opt}} (1-\alpha_{\text{opt}})^{n-1} - \alpha_{\text{opt}} (1-\alpha_{\text{opt}})^{n-1} (1-n\alpha_{\text{opt}}) = n\alpha_{\text{opt}}^2 (1-\alpha_{\text{opt}})^{n-1} \quad (3b)$$

8. Expression de $\dot{v}_{D \text{ max}} / u_t$ pour $\dot{v}_D = -\dot{v}_C / 2$ en utilisant l'équation de Richardson et Zaki

$$\dot{v}_{DC} = (1-\alpha)\dot{v}_D - \alpha\dot{v}_C = (1+\alpha)\dot{v}_D = \alpha(1-\alpha)^n u_t \text{ soit } \dot{v}_D = \frac{\alpha(1-\alpha)^n}{1+\alpha} u_t \quad (1c)$$

$$(1c) \text{ dans } (3b) : \frac{\dot{v}_{D \text{ max}}}{u_t} = \frac{\alpha_{\text{opt}} (1-\alpha_{\text{opt}})^n}{1+\alpha_{\text{opt}}} = n\alpha_{\text{opt}}^2 (1-\alpha_{\text{opt}})^{n-1} \quad (3c)$$

$$\text{Ce qui conduit à } n\alpha_{\text{opt}}^2 + (n+1)\alpha_{\text{opt}} - 1 = 0 \text{ soit } \alpha_{\text{opt}} = \frac{-(n+1) + \sqrt{(n+1)^2 + 4n}}{2n} \quad (2c)$$

9. et 10. : Les applications numériques sont présentées ci-dessous

Paramètre	Précision concernant l'estimation	Valeur	Unité
α_{opt}	Application numérique de l'Éq. (2c) avec $n = 3,95$	0,177	-
$\dot{v}_{D \text{ max}} / u_t$	Application numérique de (3c)	0,0696	-
$\dot{M}_{D \text{ max}}$	$\dot{M}_{D \text{ max}} = 3600(\dot{v}_{D \text{ max}} / u_t) u_t \pi D_{\text{lit}}^2 \rho_D / 4$	124	kg h ⁻¹
$\dot{M}_{C \text{ max}}$	$ \dot{M}_{C \text{ max}} = 2\dot{M}_{D \text{ max}} \rho_C / \rho_D$	232	kg h ⁻¹
$D_{\text{fond}} / D_{\text{lit}}$	Conservation de $\dot{V}_C : \pi D_{\text{fond}}^2 \dot{v}_{C \text{ mf}} / 4 = \pi D_{\text{lit}}^2 \dot{v}_{C \text{ lit}} / 4$ $D_{\text{fond}} / D_{\text{lit}} = \left(2(\dot{v}_{D \text{ max}} / u_t) u_t / \dot{v}_{C \text{ mf}} \right)^{0,5}$	2,50	-

X. Fluidisation gaz-solide

X.7.1 Questions générales

1. Les systèmes réactifs gaz-solide divisé fortement endo- ou exothermiques nécessitent un apport ou une évacuation in situ d'énergie thermique. Ces systèmes sont généralement mis en œuvre en lit fluidisé, plutôt qu'en lit fixe. Les systèmes nécessitant une circulation du solide (désactivation ou consommation) sont également mis en œuvre dans les lits fluidisés.
2. Les bulles de gaz montent très rapidement dans le lit fluidisé, sous l'effet de la poussée d'Archimède. Le gaz présent dans l'émulsion (donc portant le solide par la traînée provoquée) se déplace beaucoup plus lentement. L'écart entre les deux vitesses est à l'origine du court-circuit. Ce court-circuit est gênant, car le gaz dans les bulles peut ne pas entrer en contact avec le solide et les réactifs véhiculés peuvent quitter le réacteur sans avoir été transformés.
3. Les lits multiétagés permettent de resserrer les distributions de temps de séjour de la phase gaz et de la phase solide. De ce fait, la conversion des réactifs peut être améliorée. On pourrait faire l'analogie avec les colonnes à plateaux, mettant en œuvre une cascade de réacteurs agités.
4. En écoulement monophasique on distingue entre le régime laminaire et le régime turbulent, Ces régimes se distinguent par les caractéristiques des lignes de courant, stables en régime laminaire, à composante aléatoire en régime turbulent. En fluidisation hétérogène, on définit les régimes d'écoulement en fonction non pas des caractéristiques internes d'une phase mais en fonction de la distribution des phases *bulles* et *émulsion*. On note une analogie avec l'écoulement diphasique gaz-liquide. On définit les régimes de fluidisation présentés sur la Figure VII-4. On ne fait plus allusion à la nature laminaire ou turbulente de l'écoulement du gaz en phase bulle ou émulsion.

X.7.2 Influence de la taille d'un réacteur sur ses performances

1. Classe de la poudre

$\Delta\rho d_p^3 = 2,8 \cdot 10^{-9} \text{ kg} > \Delta\rho d_{pCA}^3$ donc la poudre n'est pas de classe C (Tableau X-2)

$$d_p^+ = d_p \left(\frac{g \rho_F \Delta\rho}{\mu_F^2} \right)^{1/3} = 3,51 \quad \text{et} \quad d_{pAB}^+ = 101 \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_F} \right)^{-0,425} = 7,35 \quad (\text{Tableau X-2})$$

$d_p^+ < d_{pAB}^+$ donc la poudre est de classe A.

2. Régime de fluidisation

Vitesse minimale de fluidisation : $d_p^+ < 18,8$. L'écoulement est donc rampant au minimum de fluidisation, voir Tableau IX-3.

On peut écrire : $\dot{v}_{Fmf}^+ = \frac{C_2}{2C_1} (d_p^+)^2 \cong \frac{(d_p^+)^2}{1333} = 9,25 \times 10^{-3}$ (Tableau IX-2 avec les

constantes de Grace. On a $\dot{v}_F^+ = \dot{v}_F \left(\frac{\rho_F^2}{g \mu_F \Delta \rho} \right)^{1/3}$, soit $\dot{v}_{Fmf}^+ = \frac{\dot{v}_{Fmf}^+}{2,47} = 3,75 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$

Vitesse minimale de bullage (Tableau X-3) : $\dot{v}_{Fmb} = 33 \bar{d}_p \left(\frac{\rho_F}{\mu_F} \right)^{0,1} = 0,0124 \text{ m s}^{-1}$

Vitesse minimale de fluidisation turbulente (Tableau X-3)

$\dot{v}_{Fc}^+ = 1,24 (\bar{d}_p^+)^{0,35} = 1,92$ soit $\dot{v}_{Fc} = 0,777 \text{ m s}^{-1}$

$\dot{v}_F = 0,3 \text{ m s}^{-1}$ donc $\dot{v}_{Fmb} < \dot{v}_F < \dot{v}_{Fc}$ on est donc en fluidisation à bulles.

N.B. : On pourrait faire la même comparaison en vitesses adimensionnelles.

$\dot{v}_F^+ = \dot{v}_F \left(\frac{\rho_F^2}{g \mu_F \Delta \rho} \right)^{1/3} = 0,74$; $\dot{v}_{Fmb}^+ = \dot{v}_{Fmb} \times 2,47 = 0,031$ et $\dot{v}_{Fmb}^+ < \dot{v}_F^+ < \dot{v}_{Fc}^+$

3. *Taille des bulles* : on prendra 3 cm (Tableau X-4 taille équilibre classe A)

Vitesse ascensionnelle des bulles : corrélation de Kunii et Levenspiel (Tableau X-5)

$$u_b = 1,55 \left((\dot{v}_F - \dot{v}_{Fmf}) + 14,1 (d_{bV} + 0,005) \right) D_{lit}^{0,32} + 0,711 \sqrt{g d_{bV}}$$

Lit 1 : $D_{lit1} = 0,20 \text{ m}$; $u_{b1} = 1,12 \text{ m s}^{-1}$; Lit 2 : $D_{lit2} = 1,00 \text{ m}$; $u_{b2} = 1,61 \text{ m s}^{-1}$

L'effet de paroi est assez important dans le lit de petit diamètre (3 cm n'est pas petit devant 20 cm) et les bulles sont bien plus rapides dans le lit à diamètre plus élevé.

4. *Estimation de la porosité de la phase dense (appelée émulsion)*

On applique la loi d'expansion homogène du lit (Tableau IX-6) à la vitesse superficielle minimale de bullage. La correction de d_p / D_{lit} pour n est négligeable Il y a une petite correction pour u_t . On trouve pour les deux lits : $n = 4,15$; soit $u_{t1} = 0,204 \text{ m s}^{-1}$ et $u_{t2} = 0,207 \text{ m s}^{-1}$, ce qui conduit à $\varepsilon_{mb} = 0,508$ pour les deux lits (écarts faibles).

REMARQUE : La vitesse de fluidisation \dot{v}_F est supérieure à la vitesse terminale de chute des particules u_t et pourtant il n'y a pas d'entraînement des particules. Ceci est lié au court-circuit du gaz crée par la phase *bulle*. La vitesse du gaz dans la phase *émulsion* reste faible empêchant l'entraînement du solide.

5. *Rétention de la phase bulles* (Tableau X-6)

$$\delta_1 = \frac{\dot{v}_F - \dot{v}_{Fmb}}{u_{b1} - \dot{v}_{Fmb}} = \frac{0,3 - 0,0124}{1,12 - 0,0124} = 0,260 ; \delta_2 = \frac{\dot{v}_F - \dot{v}_{Fmb}}{u_{b2} - \dot{v}_{Fmb}} = \frac{0,3 - 0,0124}{1,61 - 0,0124} = 0,180$$

Vérification de la validité du critère de répartition du flux gazeux

$$u_b > 5 \dot{V}_{Fmb} / \varepsilon_{mb} = 5 \times 0,124 / 0,508 = 0,122 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Fraction du gaz passant en phase bulles : } \frac{\delta_1 u_{b1}}{\dot{V}_F} = 0,970 \text{ et } \frac{\delta_2 u_{b2}}{\dot{V}_F} = 0,966$$

Seul trois pourcents du flux gazeux traverse le lit en phase *émulsion* les bulles constituent donc un court-circuit important du réacteur.

6. *Rétention de gaz moyenne* (Tableau X-6)

$$\varepsilon_f = \delta + (1 - \delta)\varepsilon_{mb} \text{ soit } \varepsilon_{f1} = 0,636 \text{ et } \varepsilon_{f2} = 0,597$$

$$\text{Hauteurs lits fluidisés (conservation du solide): } Z_f = Z_{mf} \frac{1 - \varepsilon_{mf}}{1 - \varepsilon_f}; \varepsilon_{mf} = \varepsilon_{lf} = 0,45$$

$$\text{soit } Z_{f1} = 3,02 \text{ m ; } Z_{f2} = 2,73 \text{ m}$$

7. *Conservation du temps de passage* : $\frac{Z_{f2}}{u_{b2}} = \frac{Z_{f1}}{u_{b1}}$

$$\text{Hauteur lit fluidisé pilote conservant le temps de passage : } Z_{f2} = Z_{f1} \frac{u_{b2}}{u_{b1}} = 4,36 \text{ m}$$

$$\text{Hauteur de remplissage du lit pilote : } Z_{mf2} = Z_{f2} \frac{1 - \varepsilon_{f2}}{1 - \varepsilon_{mf}} = 4,36 \frac{1 - 0,597}{1 - 0,45} = 3,20 \text{ m}$$

Afin de garder le même temps de passage du gaz en phase bulles, il faut multiplier la quantité de catalyseur par 1,6. Ceci illustre le problème de l'extrapolation des lits opérés en régime à bulles. On notera que la procédure d'extrapolation est peu précise. Il serait plus prudent de calculer la conversion dans les deux lits par un modèle complet.

8. *Analyse de la proposition du collaborateur*

On essaie d'imposer la vitesse des bulles dans le réacteur pilote à $1,12 \text{ m s}^{-1}$. Résolution de l'équation implicite en faisant varier \dot{V}_F (Tableau X-5) :

$$1,12 - \left[1,55 \left[(\dot{V}_F - \dot{V}_{Fmf}) + 14,1 (d_{bV} + 0,005) \right] D_{lit}^{0,32} + 0,711 \sqrt{gd_{bV}} \right] = 0$$

On trouve $\dot{V}_F = -0,018 \text{ m s}^{-1}$, ce qui est aberrant, (vitesse négative). On ne peut ajuster la vitesse de gaz pour ralentir les bulles, leur vitesse étant essentiellement fonction de leur diamètre et de l'effet de paroi.

9. *Stratégie d'extrapolation*

Il est parfois suggéré de poser des internes dans les lits fluidisés opérés en régime à bulles, afin de ralentir des bulles. Souvent les échangeurs de chaleurs placés dans le lit jouent ce rôle.

X.7.3 Maquette froide pour la chloration du zirconium

1. Paramètres invariants : $\frac{d_P \dot{v}_F \rho_F}{\mu_F}$; $\frac{\rho_S}{\rho_F}$; $\frac{\dot{v}_F}{\sqrt{g d_P}}$; $\frac{Z_{mf}}{d_P}$; $\frac{\dot{v}_S}{\dot{v}_F}$

Conservation du rapport des masses volumiques : $\frac{\rho_{Sc}}{\rho_{Fc}} = \frac{3200}{0,64} = 5000$

Le fluide le plus simple pour la maquette est l'air à T et P ambiants : $\rho_{Fm} = 1,2 \text{ kg m}^{-3}$ et $\mu_{Fm} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$. Par invariance du rapport des masses volumiques on a :

$$\rho_{Sm} = \rho_{Fm} \frac{\rho_{Sc}}{\rho_{Fc}} = 1,2 \times 5000 = 6000 \text{ kg m}^{-3}.$$

Un composé solide pouvant convenir est le zirconium.

Rapport des longueurs

$$\frac{Re_P}{Fr_P} = \frac{d_P^{3/2} g^{1/2} \rho_F}{\mu_F} = cste \text{ soit } \frac{d_{Pm}}{d_{Pc}} = \left(\frac{\mu_{Fm} \rho_{Fc}}{\mu_{Fc} \rho_{Fm}} \right)^{2/3} = \left(\frac{1,810^{-5} \times 0,64}{510^{-5} \times 1,2} \right)^{2/3} = 0,33$$

Le solide doit avoir un diamètre moyen de $53 \times 0,33 = 18 \text{ }\mu\text{m}$; le réacteur doit avoir un diamètre de $0,915 \times 0,33 = 0,305 \text{ m}$.

Vérification de la classe de la poudre dans la maquette

$\Delta \rho_c d_{Pc}^3 = 4,8 \times 10^{-10} \text{ kg}$; les particules du réacteur commercial ne sont pas en classe C.

$\Delta \rho_m d_{Pm}^3 = 3,4 \times 10^{-11} \text{ kg}$; les particules de la maquette sont à la limite de la classe C

ATTENTION : il est possible que l'on ait des difficultés à fluidiser ces particules. Ce changement de classe peut être observé, car les forces cohésives n'entrent pas dans les phénomènes considérés dans la démarche de similitude. Bien entendu, si la poudre se révèle cohésive on ne peut l'utiliser pour l'étude et il conviendra de travailler dans des conditions P, T menant à des particules plus grandes dans la maquette.

Détermination de la vitesse de fluidisation

$$\frac{d_P \dot{v}_F \rho_F}{\mu_F} = cste \quad \text{soit} \quad \frac{d_{Pm}}{d_{Pc}} = \frac{\mu_{Fm} \dot{v}_{Fc} \rho_{Fc}}{\mu_{Fc} \dot{v}_{Fm} \rho_{Fm}} = \left(\frac{d_{Pm}}{d_{Pc}} \right)^{3/2} \frac{\dot{v}_{Fc}}{\dot{v}_{Fm}}$$

$$\frac{\dot{v}_{Fm}}{\dot{v}_{Fc}} = \left(\frac{d_{Pm}}{d_{Pc}} \right)^{1/2} = \sqrt{0,33} = 0,58 \quad \text{soit} \quad \dot{v}_{Fm} = 0,14 \times 0,58 = 0,081 \text{ m s}^{-1}$$

La vitesse superficielle d'alimentation en solide doit être modulée dans les mêmes proportions. Si l'on souhaite voir ce qui se passe dans le lit, on enregistre l'écoulement dans la maquette et on regarde le film avec une accélération d'un facteur de 1,73.

2. Évolution de \dot{v}_F^+ et d_P^+ entre maquette et réacteur commercial $d_P^+ = d_P \left(\frac{g \rho_F \Delta \rho}{\mu_F^2} \right)^{1/3}$

$$\frac{d_{Pm}^+}{d_{Pc}^+} = \frac{d_{Pm}}{d_{Pc}} \left(\frac{\rho_{Fm}(\rho_{Sm} - \rho_{Fm})\mu_{Fc}^2}{\rho_{Fc}(\rho_{Sc} - \rho_{Fc})\mu_{Fm}^2} \right)^{1/3} = \frac{d_{Pm}}{d_{Pc}} \left(\frac{\rho_{Fm}\rho_{Sm}(1 - \rho_{Fm}/\rho_{Sm})\mu_{Fc}^2}{\rho_{Fc}\rho_{Sc}(1 - \rho_{Fc}/\rho_{Sc})\mu_{Fm}^2} \right)^{1/3}$$

$$\text{Or par similitude : } \frac{d_{Pm}}{d_{Pc}} = \left(\frac{\mu_{Fm}\rho_{Fc}}{\mu_{Fc}\rho_{Fm}} \right)^{2/3} ; \text{ de même } 1 - \frac{\rho_{Fm}}{\rho_{Sm}} = 1 - \frac{\rho_{Fc}}{\rho_{Sc}}$$

En substituant dans l'équation ci-dessus plusieurs termes se simplifient et l'on trouve :

$$\frac{d_{Pm}^+}{d_{Pc}^+} = \left(\frac{\rho_{Sm}}{\rho_{Fm}} \frac{\rho_{Fc}}{\rho_{Sc}} \right)^{1/3} = 1 \quad \dot{v}_F^+ = \frac{Re_P}{d_P^+} = cste \quad \text{car } Re_P = cste \quad \text{et } d_P^+ = cste$$

Les deux nombres adimensionnels sont invariants, ce qui permet de se mettre dans des conditions hydrodynamiques similaires.

3. Si l'on fixe une réduction de taille de 1/5, la similitude conduit à :

$$\frac{\dot{v}_{Fm}}{\dot{v}_{Fc}} = \left(\frac{d_{Pm}}{d_{Pc}} \right)^{1/2} = \sqrt{0,2} = 0,45 ; \quad \text{de plus } \frac{Re_{Pc}}{Re_{Pm}} = \frac{\rho_{Fc}}{\rho_{Fm}} \frac{\dot{v}_{Fc}}{\dot{v}_{Fm}} \frac{d_{Pc}}{d_{Pm}} \frac{\mu_{Fm}}{\mu_{Fc}} = 1$$

$$\text{Soit } \rho_{Fm} = \rho_{Fc} \frac{\dot{v}_{Fc}}{\dot{v}_{Fm}} \frac{d_{Pc}}{d_{Pm}} \frac{\mu_{Fm}}{\mu_{Fc}} = 0,64 \times \frac{1}{0,45} \times \frac{1}{5} \times \frac{1,8 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-5}} = 2,58 \text{ kg m}^{-3}$$

Afin d'atteindre cette masse volumique de l'air il convient de travailler sous pression. Ceci rend la construction de la maquette plus complexe.

$$\rho_{Fm} = \frac{M_{mol \text{ air}} P}{RT} \quad \text{soit} \quad P = \frac{\rho_{Fm} RT}{M_{mol \text{ air}}} = \frac{2,58 \times 8,314 \times 293}{0,029} = 2,16 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{La masse volumique du solide doit être de } \rho_{Sm} = \rho_{Fm} \frac{\rho_{Sc}}{\rho_{Fc}} = 2,58 \times 5000 = 12900 \text{ kg m}^{-3}$$

Cette valeur est très élevée. Le plomb pourrait être utilisé ($\rho_{plomb} = 11350 \text{ kg m}^{-3}$). Il faudra vérifier que les particules, dont le diamètre caractéristique est de seulement 16 μm , n'aient pas un comportement caractéristique de la classe C de Geldart.

X.7.4 Fluidisation d'une poudre d'alumine

1 : $\varepsilon_{mf} = 0,530$ (ΔP palier et Z_{mf}) ; intersection des droites : $u_{mf} = 8,91 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$; à partir de la pente de la droite avant fluidisation en écoulement rampant : $\bar{d}_{SV} = \psi_S \bar{d}_P = 4,33 \times 10^{-5} \text{ m}$.

2 : $d_P^+ = 4,91 < 18,8$ donc fluidisation en écoulement rampant ; $\psi_S = 0,476$.

3 : $d_{PAB}^+ = 3,24$ soit poudre de classe B ; Tableau X-4 : $\bar{d}_{bV} = 0,0206 \text{ m}$.

4 : $\dot{v}_{Fc}^+ = 2,16$; $u_t^+ = 0,61$. La vitesse de transition au régime turbulent est supérieure à la vitesse d'entraînement des particules. Ceci est possible, car le gaz court-circuite le réacteur dans la phase bulles.

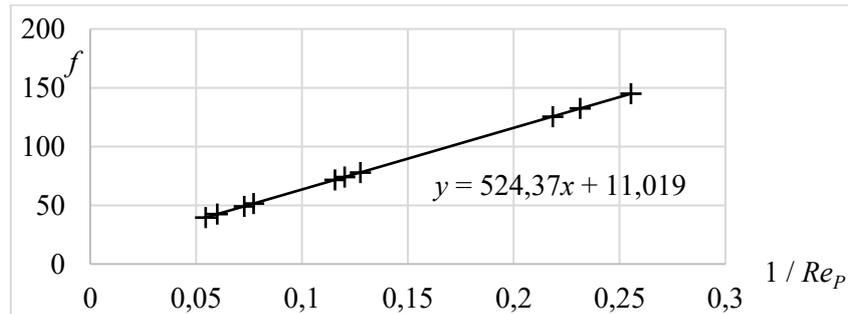
X.7.5 Conditions de transport pneumatique

Les différents calculs et les commentaires sont consignés dans le tableau ci-dessous

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
$d_{3,2}$	Donnée de l'énoncé	10^{-4}	m
μ_F	Donnée de l'énoncé	$1,80 \times 10^{-5}$	Pa s
ρ_F	Donnée de l'énoncé	1,20	kg m ⁻³
\dot{v}_{Fmf}	Donnée de l'énoncé	0,01	m s ⁻¹
ε	Donnée de l'énoncé	0,52	-
ρ_S	Donnée de l'énoncé	1800	kg m ⁻³
Re_{mf}	Par définition ; N.B. : L'écoulement est rampant.	0,0667	-
d_p^+	Par définition à partir des données de l'énoncé.	4,028	-
ψ_S	Tableau IX-2 : $\dot{v}_{Fmf}^+ = \frac{C_2}{2C_1} (d_p^+)^2 = \frac{\psi_S^2 \varepsilon_{mf}^3}{36h_K(1-\varepsilon_{mf})} (d_p^+)^2$	0,724	-
d_{pAB}^+	Critère de transition (Tableau X-2) $d_p^+ < d_{pAB}^+$ particules de classe A ou C	4,51	-
\dot{v}_{Ftr}^+	Critère de transitions (Tableau X-3)	3,07	-
\dot{v}_{Ftr}	Par définition : $\dot{v}_F^+ = \dot{v}_F \left(\frac{\rho_F^2}{\mu_F \Delta \rho g} \right)^{1/3}$	1,86	m s ⁻¹
$A \rho_S \dot{v}_S$	Donnée de l'énoncé	100	kg h ⁻¹
$A \dot{v}_S$	Conversion en SI et connaissant ρ_S	$1,54 \times 10^{-5}$	m ³ s ⁻¹
$A \dot{v}_F$	Critère du régime (Tableau X-3) $\frac{\dot{v}_F}{\dot{v}_S} \cong \frac{\rho_S}{20 \rho_F}$	$1,16 \times 10^{-3}$	m ³ s ⁻¹
u_t^+	Corrélation de Haider et Levenspiel (Tableau VIII-5)	0,608	-
u_t	Par définition du nombre adimensionnel	0,368	m s ⁻¹
\dot{v}_{Fmin}	Vitesse superficielle nécessaire pour atteindre le transport pneumatique (Tableau X-3) : $\frac{\dot{v}_{Fmin}}{u_t} = \frac{\dot{v}_{Fmin}^+}{u_t^+} \cong 20$	7,352	m s ⁻¹
A_{max}	$A_{max} = \dot{V}_F / \dot{v}_{Fmin}$	$1,57 \times 10^{-4}$	m ²
$D_{max cond}$	Conduite cylindrique	0,0142	m

X.7.6 Fluidisation à fluide supercritique

1. Il convient de faire la régression des données dans l'espace adimensionnel f , Re_p . De cette façon on peut intégrer l'ensemble des données dans une seule régression.



On peut effectuer une régression linéaire $f = F(1/Re_p)$. L'ordonnée à l'origine et la pente permettent d'estimer respectivement les constantes h_K et h_B de l'équation d'Ergun (voir graphe ci-dessus). La régression est de très bonne qualité et conduit à $h_K = 3,96$ et $h_B = 0,279$. Ces valeurs sont à respectivement 5 % et 3,7 % des valeurs proposées par Ergun (4,17 et 0,29), ce qui constitue un écart assez faible.

2. La fluidisation homogène permet d'éviter le court-circuit créé par l'écoulement des bulles de gaz. La conversion du réactif gazeux est meilleure dans ce régime.
- 3 et 4. Voir tableau ci-dessous. La fourchette des vitesses en fût vide est comprise entre la vitesse minimale de fluidisation et la vitesse minimale de bullage, soit environ entre 1 cm s^{-1} et $2,9 \text{ cm s}^{-1}$. Cette fourchette est étroite, mais s'élargit lorsque l'on augmente la pression. La fourchette des porosités correspondantes est comprise entre 0,44 (la porosité du lit fixe) et la porosité au minimum de bullage qui est calculée à partir de l'équation de Richardson et Zaki. Elle est comprise ici entre 0,512 et 0,687.

Paramètre	Valeur				Unité
T	55	58	58	57	°C
P	10	11,5	15,9	21,8	MPa
ρ_F	309	447	661	767	kg m ⁻³
μ_F	$2,51 \times 10^{-5}$	$3,30 \times 10^{-5}$	$5,17 \times 10^{-5}$	$6,62 \times 10^{-5}$	Pa s
$(\rho_F g \Delta\rho / \mu_F^2)^{1/3}$	218766	201705	164174	143414	m ⁻¹
d_p^+	36,97	34,09	27,75	24,24	-
$d_{p^+ \text{ lim A-B}}$ (Tableau X-2)	44,06	53,00	65,61	71,69	-
$\Delta\rho d_p^3$ (Tableau X-2)	$1,05 \times 10^{-8}$	$9,84 \times 10^{-9}$	$8,80 \times 10^{-9}$	$8,29 \times 10^{-9}$	kg
CLASSE	A	A	A	A	
CONSTANTES (Tableau IX-2)	$C_1 = 23,79$; $C_2 = 0,0508$				-

Paramètre	Valeur				Unité
$\dot{V}_{F\,mf}$ (Tableau IX-2)	0,87073	0,79183	0,60717	0,50001	-
$(\rho_F^2/\mu_F \Delta\rho g)^{1/3}$	56,3	67,2	77,9	80,8	s m ⁻¹
$\dot{V}_{F\,mf}$ (DÉFINITION)	0,01547	0,01179	0,00780	0,00619	m s ⁻¹
$\dot{V}_{F\,mb}$ (Tableau X-3)	0,029	0,029	0,029	0,028	m s ⁻¹
u_t^+ (Tableau VIII-5, Turton-Clark)	8,608	8,092	6,862	6,114	-
u_t (à partir de la définition de u_t^+)	0,153	0,121	0,088	0,076	m s ⁻¹
n (Tableau IX-6)	2,51	2,53	2,58	2,62	-
ε_{mb} (EXPANSION HOMOGENÈ À $\dot{V}_{F\,mb}$ Tableau IX-6)	0,512	0,568	0,647	0,687	-

$$5. \tau_F = \frac{V_F}{\dot{V}_F} = \frac{A\varepsilon Z}{A\dot{V}_F} \quad \text{et} \quad Z_{mf}(1-\varepsilon_{mf}) = Z(1-\varepsilon) \quad \text{soit} \quad \tau_F = \frac{Z_{mf}(1-\varepsilon_{mf})}{\dot{V}_F} \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}$$

$$6. \text{A.N. : } Z_f = 1,6 \text{ m} \quad ; \quad Z_{mf} = 1,25 \text{ m}$$

$$7. 2\rho_S \dot{V}_S = \rho_F \dot{V}_F \quad \text{donc} \quad \dot{V}_S = \frac{\rho_F}{\rho_S} \frac{\dot{V}_F}{2} \quad ; \quad \dot{v}_S = \frac{\rho_F}{\rho_S} \frac{\dot{V}_F}{2}$$

$$\tau_S = \frac{V_S}{\dot{V}_S} = \frac{A(1-\varepsilon)Z}{A\dot{V}_S} = \frac{\rho_S}{\rho_F} \frac{2(1-\varepsilon)Z}{\dot{V}_F} = \frac{\rho_S}{\rho_F} \frac{2Z_{mf}(1-\varepsilon_{mf})}{\dot{V}_F} \quad \text{A.N. : } 263 \text{ s}$$

XI. Transferts fluide-solide

XI.5.1 Questions générales

1. La raison est le court-circuit créé par les bulles de gaz en fluidisation à bulles. Le gaz véhiculé par les bulles n'entre pas en contact avec les grains de solide et le transfert, exprimé par rapport à la vitesse superficielle du gaz, est très mauvais.
2. La vitesse élevée du gaz permet de maximiser le coefficient de transfert de chaleur radial. En effet, afin d'évacuer la chaleur radialement, ce coefficient doit être aussi élevé que possible. Des valeurs typiques de vitesse massique superficielle sont présentées dans le Tableau VII-11.

XI.5.2 Transfert de matière en lit fixe

Expression de la vitesse et du diamètre du capillaire en fonction des caractéristiques du lit fixe, voir chapitre sur les lits fixes, expression de la tortuosité, voir chapitre sur la caractérisation d'un solide divisé.

$$u_C = \frac{\dot{V}_F}{\varepsilon} \frac{Z_C}{Z} = \frac{\dot{V}_F}{\varepsilon} \tau \quad ; \quad d_C = \frac{2 \psi_S \bar{d}_P \varepsilon}{3(1-\varepsilon)} \quad ; \quad \tau = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \quad \text{on pose} \quad d_C \cong Z_C$$

Nombres de Reynolds et de Sherwood du capillaire en fonction des caractéristiques du lit fixe :

$$Re_Z = \frac{u_C Z_C}{\nu_F} = \frac{\dot{V}_F}{\varepsilon} \tau \frac{Z_C}{\nu_F} = \frac{\dot{V}_F}{\nu_F} \tau \frac{2 \psi_S \bar{d}_P \varepsilon}{3(1-\varepsilon)} = \frac{2}{3} \frac{\psi_S}{\varepsilon^{0,5}(1-\varepsilon)} Re_P$$

Et

$$Sh_Z = \frac{h_C Z_C}{\lambda_F} = \frac{2 \psi_S \bar{d}_P \varepsilon}{3(1-\varepsilon)} = \frac{2}{3} \frac{\psi_S \varepsilon}{(1-\varepsilon)} Sh_P$$

Substitution dans l'équation de la couche limite laminaire sur plaque plane :

$$Sh_Z = 0,66 Re_Z^{0,5} Sc^{1/3} \quad \text{et donc} \quad Sh_P = 0,66 \left(\frac{3}{2} \frac{(1-\varepsilon)}{\psi_S \varepsilon^{2,5}} \right) Re_P^{0,5} Sc^{1/3} = cste \times Re_P^{0,5} Sc^{1/3}$$

A.N. : Relation entre ε et la valeur de la constante pour un lit de sphères.

ε	<i>cste</i>	Cas étudié
0,384	2,10	Valeur maximale, empilement tassé
0,42	1,82	Valeur moyenne, empilement lâche
0,472	1,50	Valeur minimale, empilement de particules très lâche

XII. Séparations mécaniques liquide-solide

XII.11.1 Questions générales

1. Le procédé de flottation nécessite des surfaces unitaires plus faibles que la décantation, car la vitesse terminale de montée des bulles de gaz est bien plus élevée que la vitesse terminale de chute des floes. De ce fait la séparation nécessite des temps plus courts donc, pour un débit donné, des volumes d'installation bien plus faibles.
2. La vitesse ascensionnelle des bulles est de l'ordre de $2 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$ pour des bulles générées par désorption et de $0,2 \text{ m s}^{-1}$ pour des bulles générées mécaniquement. On considère $P = 10^5 \text{ Pa}$; $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, système air-eau, soit $u_t^+ \cong 46,7 u_t$, ce qui conduit à $0,093 < u_t^+ < 9,35$. Les plus grandes bulles sont en régime intermédiaire entre les régimes de Stokes et de Newton. Les bulles sont sphériques et on peut utiliser la corrélation de Turton et Clark (Tableau VIII-5) : $1,36 < d_p^+ < 41,4$ et $6,4 \times 10^{-5} < d_p \text{ (m)} < 1,9 \times 10^{-3}$. Le diamètre moyen des bulles générées est de l'ordre de $50 \text{ } \mu\text{m}$ pour les procédés à gaz dissous et de l'ordre du mm pour des procédés à dispersion mécanique.

XII.11.2 Calcul d'un clarificateur particulaire

$$1. u_{coupure} = \frac{\dot{V}}{Le} = \frac{90}{3600 \times 6 \times 3} = 1,39 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1} ; u_t^+ = u_t \left(\frac{\rho_F^2}{g \mu_F \Delta \rho} \right)^{1/3} = 0,0567 < 0,25$$

La vitesse terminale des particules qui décantent à la vitesse de coupure est telle que ces particules décantent en régime de Stokes (voir Tableau VIII-6).

$$u_t = \frac{1}{18} \frac{\Delta\rho g d_p^2}{\mu_F} \quad \text{soit} \quad d_{P_{coupure}} = \sqrt{\frac{18 u_{coupure} \mu_F}{\Delta\rho g}} = 4,12 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$2. \quad \frac{d_{P_{coupure 1}}}{d_{P_{coupure 2}}} = \sqrt{\frac{u_{coupure 1}}{u_{coupure 2}}} = 2 \quad \text{soit} \quad u_{coupure 2} = \frac{u_{coupure 1}}{4} = 3,4 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$$

$$A_2 = 4 \times A_1 = 4 \times 18 = 72 \text{ m}^2$$

La section augmente rapidement.

REMARQUE : si l'on applique un facteur de sécurité de 1,5, la surface de dimensionnement corrigée du bassin de décantation est de $18 / 1,5 = 12 \text{ m}^2$. Ceci conduirait à une vitesse de coupure plus grande et donc à un diamètre de coupure plus élevé.

XII.11.3 Calcul d'un bassin de dessablage

Les réponses aux Questions 1 et 2 sont présentées dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur à 20°C	Valeur à 4°C	Unité
ψ_S	Sable anguleux, lecture Tableau VI-3	0,66	0,66	-
d_p^+	Utilisation de la définition (Tableau VIII-4) et des grandeurs physico-chimiques indiquées.	3,756	2,785	-
r	Rapport entre les termes visqueux et inertiels de la corrélation de Haider et Levenspiel (Tableau VIII-5). $r = \frac{18}{(2,3348 - 1,7439 \times 0,66) \times (d_p^+)^{1,5}}$ $r < 10$, on ne peut pas valider le régime de Stokes.	2,089	3,273	-
u_t^+	Par Haider et Levenspiel (Tableau VIII-5).	0,530	0,330	-
$u_t = u_{coupure}$	Utilisation de la définition (Tableau VIII-4)	0,00663	0,00480	m s ⁻¹
$A_{sol \min}$	Tableau XII-6 : $A_{sol \min} = \frac{3000}{3600 \times u_{coupure}}$	125,6		m ²
A_{sol}	Tableau XII-6 : $A_{sol} = F \times A_{sol \min}$	188		m ²
L	$L = A_{sol} / e$ $e = 5 \text{ m}$	37,7		m
$\eta_{d_p=0,3 \text{ mm}}$	Tableau XII-6 : $\eta_{d_p} = \frac{u_t(d_p)}{u_t(d_{P_{coupure}})} = \frac{0,00480}{0,00663}$		0,723	-

En hiver, seules 72 % des particules d'un diamètre de 0,3 mm sont séparées.

3. Pour le décanteur lamellaire on utilise $A_{sol\ min} = \frac{d}{Y} \frac{\dot{V}}{u_{coupure} \sin \beta \cos \beta}$ (Tableau XII-6),

soit $A_{sol\ min} = 14,50\ m^2$. Cette surface est environ neuf fois plus faible que celle d'un décanteur non chicané. On applique ensuite le facteur de sécurité, soit $A_{sol} = 21,76\ m^2$.

La longueur du bassin est de 4,35 m. Le nombre de lamelles est enfin estimé par

$$N = \frac{A_{sol}}{e} \frac{\sin \beta}{d} = L \frac{\sin \beta}{d} \quad (\text{Tableau XII-6}) \text{ ce qui conduit à } N = 37,7, \text{ soit } 38 \text{ lamelles.}$$

XII.11.4 Calcul d'un clarificateur de floes

Le temps de séjour est imposé et il convient de calculer le volume du bassin. Or, ce dernier est fonction de l'efficacité d'arrêt, elle-même fonction du rapport entre le diamètre et la hauteur du bassin de décantation. La relation est la suivante :

$$V_{bassin} = \frac{\pi D_{bassin}^2}{4} H = \frac{\dot{V}_L t_{rétention}}{\eta} = \frac{\dot{V}_L t_{rétention}}{0,75} \left(\frac{D_{bassin}}{H} \right)^{0,45}; \quad D_{bassin}^3 = \frac{4 \dot{V}_L t_{rétention}}{0,75 \pi} \left(\frac{D_{bassin}}{H} \right)^{1,45}$$

$$\text{Soit} \quad D_{bassin} = \left[\frac{4 \dot{V}_L t_{rétention}}{0,75 \pi} \left(\frac{D_{bassin}}{H} \right)^{1,45} \right]^{1/3} = 6,178 \left(\frac{D_{bassin}}{H} \right)^{0,483}$$

La surface et le volume sont fonction du rapport D / Z .

D_{bassin} / Z	D_{bassin} , m	A , m ²	V , m ³	η , -	\dot{V}_L / A , m h ⁻¹	H , m
2	8,64	58,6	253,0	0,55	3,41	4,32
4	12,07	114,5	345,6	0,40	1,75	3,02
6	14,69	169,4	414,7	0,33	1,18	2,45
8	16,88	223,7	472,1	0,29	0,89	2,11
10	18,80	277,6	521,9	0,27	0,72	1,88

On choisira en fonction de l'ensemble des contraintes de construction. Pour un volume donné, plus le décanteur est haut, plus il est efficace, ce qui n'est pas le cas des décanteurs des suspensions particulières, pour lesquels la séparation dépend de la section horizontale.

XII.11.5 Séparation de particules par crémage-sédimentation

Il convient d'exprimer la masse volumique du mélange eau (indice 4) – particules de ferrosillicium (indice 3) en fonction de sa teneur massique et volumique en particules de ferrosillicium. Par définition la masse volumique d'un mélange est égal au rapport entre sa masse et son volume. Le volume est constitué des volumes des deux composants qui peuvent être exprimés par leur masse et leur masse volumique.

$$\frac{1}{\rho_{\text{mél}}} = \frac{V_{\text{tot}}}{M_{\text{tot}}} = \frac{V_3 + V_4}{M_{\text{tot}}} = \frac{M_3 / \rho_3 + M_4 / \rho_4}{M_{\text{tot}}} = \frac{x_{\text{mass } 3}}{\rho_3} + \frac{1 - x_{\text{mass } 3}}{\rho_4}$$

Titre massique en ferrosillicium : $x_{\text{mass } 3} \left(\frac{1}{\rho_3} - \frac{1}{\rho_4} \right) = \frac{1}{\rho_{\text{mél}}} - \frac{1}{\rho_4}$ soit $x_{\text{mass } 3} = 0,756$.

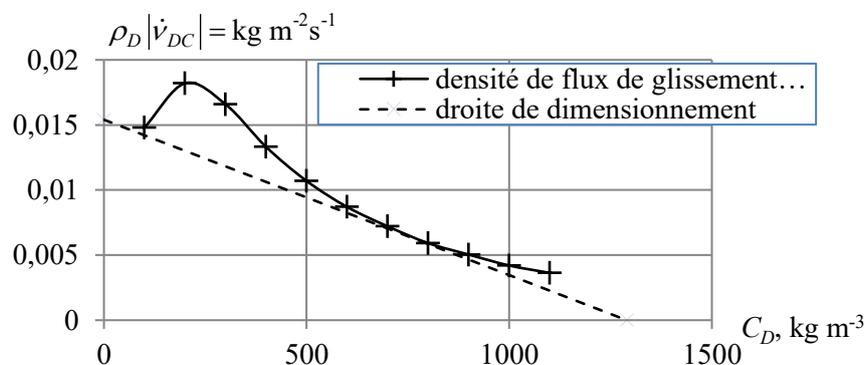
Titre volumique : $\alpha_D = \frac{V_3}{V_3 + V_4} = \frac{M_3 / \rho_3}{M_3 / \rho_3 + M_4 / \rho_4}$

Soit $\alpha_D = \frac{M_3 / (M_{\text{tot}} \rho_3)}{M_3 / (M_{\text{tot}} \rho_3) + M_4 / (M_{\text{tot}} \rho_4)} = \frac{x_{\text{mass } 3}}{x_{\text{mass } 3} + (1 - x_{\text{mass } 3}) \rho_3 / \rho_4} = 0,316$

Il faut une suspension de 32 % volumique en ferrosillicium, soit une rétention de liquide de 0,72. C'est beaucoup, sachant qu'un lit fixe particulière a une rétention de liquide entre 0,4 et 0,5. Afin de diminuer cette teneur, il faudrait chercher des particules plus denses.

XII.11.6 Calcul de l'aire d'un épaisseur

En traçant la courbe de la densité de flux de glissement et la tangente à la courbe passant par (1290, 0) on trouve un débit massique spécifique de solide à l'alimentation de $0,0154 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$, soit $1,33 \text{ t m}^{-2} \text{ j}^{-1}$ et $0,75 \text{ j m}^2 \text{ t}^{-1}$ (à comparer au Tableau XII-10), cette dernière valeur est très faible et la décantation est très aisée.



$$A = \frac{1,3 \times C_{D0} V_0}{\dot{m}_D} = 1266 \text{ m}^2, \text{ soit un bassin de 40 m de diamètre.}$$

XII.11.7 Épaisseur dans l'industrie du ciment

Le pourcentage massique est égal à cent fois le titre massique de solide dans la suspension, désigné ci-dessous par $x_{\text{mass-D}}$. L'indice D est utilisé, car le solide est la phase dispersée. L'eau, qui est la phase continue, porte l'indice C . Il convient dans un premier temps de déterminer le lien entre le titre massique et la concentration massique.

$$C_D = \rho_D \alpha = \rho_D \frac{V_D}{V_D + V_C} = \rho_D \frac{\frac{M_D}{\rho_D}}{\frac{M_D}{\rho_D} + \frac{M_C}{\rho_C}} = \frac{\frac{M_D}{\rho_D}}{\frac{M_D}{\rho_D} + \frac{M_C}{\rho_C}} = \frac{\frac{M_D}{M_{tot}}}{\frac{M_D}{M_{tot} \rho_D} + \frac{M_C}{M_{tot} \rho_C}} = \frac{x_{mass D}}{\frac{x_{mass D}}{\rho_D} + \frac{1 - x_{mass D}}{\rho_C}}$$

$$\text{Concentration de la boue soustrée en pied : } C_{D \text{ souverse}} = \frac{0,6}{\frac{0,6}{2090} + \frac{0,4}{1000}} = 873 \text{ kg m}^{-3}$$

On place la droite de bilan dans le diagramme ($\rho_D \dot{V}_{DC}; C_D$) dans lequel figure la courbe de décantation caractérisant l'équilibre des forces hydrodynamiques. En régime permanent, la droite de bilan est tangente à la courbe de décantation et passe par le point (873 ; 0). Elle passe par le point (400 ; 3,2). La valeur n'est pas très précise. Pente de la droite de bilan d'équation $y = ax + b$: $a = -3,2 / 473 = -6,765 \times 10^{-3} \text{ m h}^{-1}$. Ordonnée à l'origine : $\dot{m}_D = b = y - ax = 0 + 6,765 \times 10^{-3} \times 873 = 5,9 \text{ kg m}^{-2} \text{ h}^{-1}$ soit $1 / \dot{m}_D = 7,06 \text{ j m}^2 \text{ t}^{-1}$. Cette valeur est à comparer avec les valeurs du Tableau XII-10. La décantation est assez rapide.

$$\text{Surface et diamètre du bassin : } A = \frac{1,3 \times \dot{M}_D}{\dot{m}_D} = \frac{1,3 \times 5 \cdot 10^4}{5,9} = 1,10 \times 10^4 \text{ m}^2 \text{ soit } D = 118 \text{ m.}$$

XII.11.8 Épaississement d'une suspension particulaire

1. Les particules discrètes peuvent être caractérisées par des grandeurs physiques et géométriques (diamètre caractéristique et sphéricité). La connaissance de ces paramètres permet d'estimer la vitesse de chute d'une particule isolée (corrélations de la vitesse terminale de chute) ou entourée par d'autres particules (chute en essaim selon l'équation de Richardson et Zaki). La vitesse de décantation est fonction des grandeurs physiques et géométriques et de α .

Les particules flocculantes ne sont pas caractérisables a priori. Les particules sont capturées à la surface de flocculants filiformes, qui forment des réseaux tridimensionnels complexes. La vitesse de décantation des systèmes flocculés est déterminée expérimentalement. Elle n'est pas constante mais les floccs décantent plus vite au fur et à mesure qu'ils rencontrent d'autres floccs. En plus de la nature des particules, la vitesse de chute dépend de la rétention de solide, du dosage du flocculant et du mode de mise en contact entre flocculant et particules (vigueur de l'agitation).

2. Voir Tableau IX-6; on trouve $n = 4,76$, $u_t = 3,92 \cdot 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$.
3. $\alpha_{D0} = C_{D0} / \rho_D = 0,3$ $\alpha_{D \text{ souverse max}}$ est compris entre 0,5 et 0,6.

Il s'agit de la rétention volumique du solide en lit fixe qui est fonction du coefficient de sphéricité des cristaux.

$$4. A = 491 \text{ m}^2 \quad \text{et} \quad \frac{\dot{m}_D}{\rho_D} = \dot{v}_{DC\alpha 0} = 1,3 \frac{\dot{V}C_{D0}}{\rho_D A} = 0,159 \text{ m h}^{-1}$$

Si l'on trace une droite coupant l'ordonnée en cette valeur et tangente à la courbe, on trouve $\alpha_{D \text{ soverse}} = 0,575$, soit $C_{D \text{ soverse}} = 1035 \text{ kg m}^{-3}$, ce qui semble atteignable étant donné le caractère particulière du système.

XII.11.9 Extrapolation simple d'une filtration expérimentale

1. Sachant que $\frac{t_{\text{filtration}}}{V_{\text{filtrat}}} = \frac{a}{A^2} V_{\text{filtrat}} + \frac{b}{A}$ on peut déterminer la valeur des constantes a et b caractérisant la filtration. On trouve $a = 1,76 \times 10^4$, $b = 1,41 \times 10^2$. Ceci permet d'estimer le temps de filtration du procédé industriel, soit 6 minutes et 22 secondes.

$$2. \quad \frac{t_{\text{lavage}}}{t_{\text{filtration}}} = \frac{V_{\text{lavage}} \left(\frac{\alpha \omega}{A} V_{\text{filtrat}} + R_S \right)}{V_{\text{filtrat}} \left(\frac{\alpha \omega}{2A} V_{\text{filtrat}} + R_S \right)} \cong 2 \frac{V_{\text{lavage}}}{V_{\text{filtrat}}} \quad \text{on trouve } t_{\text{lavage}} = 76 \text{ s}$$

XII.11.10 Filtration de glucose sur filtre-presse

$$t_{\text{filtration}} \cong a V_{\text{filtrat}}^2. \quad \text{Avec les données de l'exercice on trouve } a = 144 \text{ s m}^{-6}.$$

Le volume total recueilli après 2 h est de $7,07 \text{ m}^3$, soit $2,07 \text{ m}^3$ pour la deuxième heure. Pour la deuxième heure on peut écrire : $t_{\text{filtration}} \Delta P_f \cong a' V_{\text{filtrat } 2}^2 + b' V_{\text{filtrat } 2}$ ou b' est la résistance du gâteau formé pendant la première heure avec le fonctionnement à 1 bar.

$$b' = \left(\frac{dV_{\text{filtrat}}}{dt} \right)_{1h} \cong 2aV_{\text{filtrat}} = 1440 \text{ bar s m}^{-3} \quad a' = a\Delta P_1 = 144 \text{ bar s m}^{-6}$$

$$\Delta P_f = \frac{a' V_{\text{filtrat } 2}^2 + b' V_{\text{filtrat } 2}}{t_{\text{filtration}}} = \frac{144 \times 25 + 1440 \times 5}{3600} = 3,0 \text{ bars}$$

XII.11.11 Caractérisation d'une opération de filtration sur filtre-presse

$$1. \text{ Tableau XII-13 : } m_{\text{gâteau}} = 1 + \frac{\rho_L \varepsilon}{\rho_S (1 - \varepsilon)} = 1,41 \quad \text{kg}_{\text{gâteau humide}} \text{ kg}^{-1} \text{ s}$$

$$\text{Et} \quad \omega = \frac{\rho_L x_{\text{mass } S}}{1 - m_{\text{gâteau}} x_{\text{mass } S}} = 43,3 \quad \text{kg}_S \text{ m}^{-3}_{\text{filtrat}}$$

$$2. \quad A = 40 \times 0,25 \times 2 = 20 \text{ m}^2 \quad V_{\text{gâteau max}} = eA / 2 = 0,05 \times 20 / 2 = 0,5 \text{ m}^3$$

$$Z_{\text{gâteau max}} = \frac{e}{2} = \frac{\omega V_{\text{filtrat cycle}}}{A \rho_S (1 - \varepsilon)} \quad V_{\text{filtrat cycle}} = \frac{eA \rho_S (1 - \varepsilon)}{2\omega} = 12,7 \text{ m}^3$$

$$3. \quad \text{Équation générale de la filtration : } \frac{t_{\text{filtration}}}{V_{\text{filtrat}}} = \frac{1}{A \Delta P_f} \left(\frac{\mu_F \alpha \omega}{2} \frac{V_{\text{filtrat}}}{A} + \mu_F R_S \right)$$

$$a = \mu_F \alpha \omega = 210 \text{ bar min m}^{-2} \quad a = 210 \times 10^5 \times 60 = 1,26 \cdot 10^9 \text{ Pa s m}^{-2}$$

$$b = \mu_F R_S = 0,2 \text{ bar min m}^{-1} \quad b = 0,2 \times 10^5 \times 60 = 1,2 \cdot 10^6 \text{ Pa s m}^{-1}$$

$$4. \quad R_S = 6 \times 10^8 \text{ m}^{-1} \quad \alpha = 1,46 \times 10^{10} \text{ m kg}^{-1}$$

$$5. \quad t_{\text{filtration}} = \frac{\mu_F \alpha \omega}{2 A^2 \Delta P_f} V_{\text{filtrat}}^2 + \frac{\mu_F R_S}{A \Delta P_f} V_{\text{filtrat}} \quad \text{A.N. : } 1703 \text{ s soit } 28,4 \text{ min}$$

$$6. \quad t_{\text{lavage}} = \frac{V_{\text{lavage}}}{\dot{V}_{\text{lavage}}} = \frac{V_{\text{lavage}}}{A \Delta P_f} \mu_F \left(\frac{\alpha \omega}{A} V_{\text{filtrat}} + R_S \right) \quad \text{A.N. : } 5,68 \text{ min}$$

$$t_{\text{cycle}} = t_{\text{filtration}} + t_{\text{lavage}} + t_{\text{arrêt}} = 64,1 \text{ min}$$

$$\text{Débit de production : } \dot{M}_{S \text{ moy}} = \frac{\omega V_{\text{filtrat}}}{t_{\text{cycle}}} ; \quad \text{A.N. : } 8,59 \text{ kg}_S \text{ min}^{-1} \text{ soit } 550 \text{ kg par cycle}$$

$$7. \quad \frac{M_{S \text{ opt}}}{A} = \frac{\omega V_{\text{filtrat opt}}}{A} = \sqrt{\frac{2 \Delta P_f \omega}{\mu_F \alpha}} (t_{\text{lavage}} + t_{\text{arrêt}}) \quad (t_{\text{filtration}})_{\text{opt}} = t_{\text{autre}}, \text{ voir Tableau XII-17.}$$

A.N. : 30,9 kg_S m⁻² et par cycle, alors que l'on produit 550 / 20 = 27,5 kg de solide par m² et par cycle. Ceci n'est pas très loin de l'optimum. La masse produite par cycle est liée au volume du gâteau. Elle ne peut pas être changée.

$$8. \quad \text{Identification avec la relation de Kozeny : } \alpha = \frac{1}{\rho_S} \frac{36 h_K}{\psi_S^2 \bar{d}_P^2} \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon^3} \text{ soit } \psi_S \bar{d}_P = 5,58 \mu\text{m}.$$

XII.11.12 Filtration à débit et pression variables

1. Le débit volumique de la suspension est donné en fonction de la concentration massique

$$\text{du solide, } C_S, \text{ par } \dot{V} = \dot{V}_L + \dot{V}_S = \dot{V}_L + \frac{C_S}{\rho_S} \dot{V} \quad \text{soit} \quad \dot{V}_L = \dot{V} \left(1 - \frac{C_S}{\rho_S} \right)$$

$$2. \quad x_{mass S} = \frac{M_S}{M_L + M_S} = \frac{VC_S}{\rho_L V \left(1 - \frac{C_S}{\rho_S}\right) + VC_S} = \frac{C_S}{\rho_L \left(1 - \frac{C_S}{\rho_S}\right) + C_S}$$

3. Expression de la pression de la pompe et donc la perte de charge du filtre en fonction du débit instantané d'eau et donc de filtrat.

$$\Delta P_{pompe} = \Delta P_f = K_1 - K_2 \dot{V} = K_1 - K_2 \left(\frac{\rho_S}{\rho_S - C_S} \right) \dot{V}_L \quad \text{avec} \quad \dot{V}_L = \dot{V}_{filtrat} = \frac{dV_{filtrat}}{dt}$$

Substitution de l'expression de la perte de charge dans l'équation de base de la filtration sur support, présentée dans le Tableau XII-11.

$$\Delta P_f = K_1 - K_3 \frac{dV_{filtrat}}{dt} = \frac{\mu_F}{A} \frac{dV_{filtrat}}{dt} \left(\frac{\alpha \omega V_{filtrat}}{A} + R_S \right) \quad \text{avec} \quad K_3 = K_2 \left(\frac{\rho_S}{\rho_S - C_S} \right)$$

$$\text{Soit} \quad K_1 = \frac{dV_{filtrat}}{dt} \frac{\mu_F}{A} \left(\frac{\alpha \omega V_{filtrat}}{A} + R_S + \frac{AK_3}{\mu_F} \right)$$

$$\text{Séparation des variables} \quad dt = dV_{filtrat} \frac{\mu_F}{K_1 A} \left(\frac{\alpha \omega V_{filtrat}}{A} + R_S + \frac{AK_3}{\mu_F} \right)$$

$$\text{Intégration (avec } t = 0, V_{filtrat} = 0) \quad t = \frac{\mu_F}{K_1 A} \left(\frac{\alpha \omega V_{filtrat}^2}{2A} + \left(R_S + \frac{AK_3}{\mu_F} \right) V_{filtrat} \right) \quad (1)$$

$$4. \text{ Tableau XII-13 :} \quad \omega = \frac{\rho_L x_{mass S}}{1 - m_{gâteau} x_{mass S}} = 50 \quad \text{kg}_S \text{ m}^{-3}_{filtrat}$$

$$\text{Avec} \quad x_{mass S} = 0,0467 \quad \text{kg}_S \text{ kg}^{-1}_{mél} \quad (\text{voir Question 2})$$

$$m_{gâteau} = 1 + \frac{\rho_L \varepsilon}{\rho_S (1 - \varepsilon)} = 1,41 \quad \text{kg}_{gâteau humide} \text{ kg}^{-1}_S$$

ω et C_S ont des valeurs voisines, car la suspension est diluée et le volume de filtrat est donc proche du volume de la suspension.

5. Tableau XII-13 pour la relation entre $V_{filtrat}$ et $Z_{gâteau}$, soit $V_{filtrat} = 12 \text{ m}^3$.

6. À partir de l'équation différentielle de la filtration développée à la Question 3 :

$$\dot{V}_L = \frac{dV_{filtrat}}{dt} = \frac{AK_1}{\mu_F} \frac{1}{\frac{\alpha \omega V_{filtrat}}{A} + R_S + \frac{AK_3}{\mu_F}} \quad \text{et} \quad \Delta P_f = K_1 - K_2 \left(\frac{\rho_S}{\rho_S - C_S} \right) \dot{V}_L$$

Avec $K_1 = 8 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ et $K_2 = 3 \cdot 10^8 \text{ Pa m}^{-3}$

$$V_{\text{filtrat}} = 1,2 \text{ m}^3 : dV_{\text{filtrat}} / dt = 2,18 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad \Delta P_f = 1,32 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_{\text{filtrat}} = 12 \text{ m}^3 : dV_{\text{filtrat}} / dt = 8,82 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad \Delta P_f = 5,30 \times 10^5 \text{ Pa}$$

7. Connaissant les valeurs de α et de ε on peut estimer le diamètre de surface volumique des grains à partir de la relation du Tableau XII-12 en posant une valeur de h_K . Si l'on pose $h_K = 4$ (Tableau VII-4) et $\psi_S = 1$ (particules sphériques) on aboutit à $\bar{d}_p = 1,55 \times 10^{-6} \text{ m}$. Connaissant le débit initial et la surface de filtration on peut estimer le nombre de Reynolds initial de l'écoulement.

$$\text{Pour } V_{\text{filtrat}} = 1,2 \text{ m}^3 \quad Re_p = \frac{\rho_L \frac{dV_{\text{filtrat}}}{dt} \bar{d}_p}{\mu_L} = 3,38 \times 10^{-4} < 5$$

L'écoulement est donc rampant (voir Tableau VII-6). Lorsque le volume de filtrat augmente, le débit et la vitesse de filtrat diminuent donc l'écoulement reste rampant.

XII.11.13 Adimensionnalisation de l'équation de filtration à pression constante

$$\text{On part de l'équation du Tableau XII-15 : } t_{\text{filtration}} = \frac{\mu_F}{\Delta P_f} \left(\frac{\alpha \omega}{2} \left(\frac{V_{\text{filtrat}}}{A} \right)^2 + R_S \frac{V_{\text{filtrat}}}{A} \right)$$

Dimensions des grandeurs : $\mu_F / \Delta P_f$ en s ; V_{filtrat} / A en m ; $\alpha \omega$ en m^{-2} ; R_S en m^{-1} . On peut définir des variables adimensionnelles conduisant à une équation adimensionnelle de la filtration. Un jeu de paramètres est donné par :

$$t_{\text{filtration}}^* = \frac{t_{\text{filtration}} \Delta P_f}{\mu_F} ; \quad V^* = \frac{\sqrt{\alpha \omega} V_{\text{filtrat}}}{A} \quad \text{soit} \quad t^* = \frac{(V^*)^2}{2} + \frac{R_S}{\sqrt{\alpha \omega}} V^*$$

Les valeurs absolues de ces grandeurs adimensionnelles sont très élevées, les rendant moins attractives que les grandeurs dimensionnelles pour interpréter l'opération. La solution proposée ci-dessus n'est pas unique, d'autres nombres adimensionnels sont envisageables.

XII.11.14 Filtration du bicarbonate dans les soudières par filtre rotatif

$$Z_{\text{gâteau}} = \frac{\omega \dot{V}_{\text{filtrat}}}{\rho_S (1 - \varepsilon) A_{\text{tambour}} N} = \frac{1}{\rho_S (1 - \varepsilon)} \left(\sqrt{\left(\frac{R_S}{\alpha} \right)^2 + \frac{2 \Delta P_f \omega \psi}{\mu_F \alpha} \frac{R_S}{N}} - \frac{R_S}{\alpha} \right)$$

$$m_{\text{gâteau}} = \frac{M_{\text{gâteau humide}}}{M_{\text{gâteau sec}}} = 1 + \frac{\rho_L \varepsilon}{\rho_S (1 - \varepsilon)} = 1,673 \quad \text{et} \quad \omega = \frac{\rho_L x_{\text{mass } S}}{1 - m_{\text{gâteau}} x_{\text{mass } S}} = 508 \text{ kg}_S \text{ m}^{-3}$$

$$\text{Soit } Z_{\text{gâteau}} = 2,7 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \dot{M}_S = Z_{\text{gâteau}} \max \rho_S (1 - \varepsilon) A_{\text{tambour}} N = \omega \dot{V}_{\text{filtrat}} = 2,06 \text{ kg}_S \text{ s}^{-1}$$

XII.11.15 Production maximale d'un filtre rotatif

Détermination des caractéristiques du procédé : test de laboratoire avec $A = 0,02$ m

$$\frac{t_{filtration}}{V_{filtrat}} = \frac{a}{A^2} V_{filtrat} + \frac{b}{A} \text{ à partir des deux mesures on trouve } a = 2,08 \cdot 10^5 \text{ et } b = 8,83 \cdot 10^2$$

$$\text{Par identification paramétrique : } a = \frac{\mu_F \alpha \omega}{2 \Delta P_f} ; b = \frac{\mu_F R_S}{\Delta P_f} ; \frac{b}{a} = \frac{2 R_S}{\alpha \omega} \text{ et } \frac{R_S b}{\alpha a} = \frac{\omega b}{2 a}$$

Le débit de production est maximal pour une épaisseur de gâteau minimale et pour une vitesse de rotation maximale. Caractéristiques du système : $\rho_S = \frac{\rho_{apparent}}{1 - \varepsilon} = 2308 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$;

$$m_{gâteau} = 1 + \frac{\rho_L \varepsilon}{\rho_S (1 - \varepsilon)} = 1,233 \frac{\text{kg}_{gâteau}}{\text{kg}_S} ; \omega = \frac{\rho_L x_{mass S}}{1 - m_{gâteau} x_{mass S}} = 789,5 \frac{\text{kg}_S}{\text{m}_{filtrat}^3}$$

Estimation de la vitesse de rotation conduisant à l'épaisseur minimale de 5 mm :

$$Z_{gâteau} = \frac{1}{\rho_S (1 - \varepsilon)} \left(\sqrt{\left(\frac{R_S}{\alpha} \right)^2 + \frac{2 \Delta P_f \omega \psi}{\mu_F \alpha N}} - \frac{R_S}{\alpha} \right) = \sqrt{Z_{equiv}^2 + \frac{2 \Delta P_f \omega \psi}{(\rho_S (1 - \varepsilon))^2 \mu_F \alpha N}} - Z_{equiv}$$

$$(Z_{gâteau} + Z_{equiv})^2 = Z_{equiv}^2 + \frac{2 \Delta P_f \omega \psi}{(\rho_S (1 - \varepsilon))^2 \mu_F \alpha N}$$

La viscosité n'est pas connue mais on peut faire apparaître la constante a :

$$N = \frac{2 \Delta P_f \omega \psi}{Z_{gâteau} (Z_{gâteau} + 2 Z_{equiv}) (\rho_S (1 - \varepsilon))^2 \mu_F \alpha} = \left(\frac{\omega}{\rho_S (1 - \varepsilon)} \right)^2 \frac{\psi}{Z_{gâteau} (Z_{gâteau} + 2 Z_{equiv}) a}$$

L'épaisseur équivalente peut être estimée à partir du rapport b / a :

$$Z_{equiv} = \frac{R_S}{\alpha \rho_S (1 - \varepsilon)} = \frac{\omega b}{2 a \rho_S (1 - \varepsilon)} = 1,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

On trouve finalement : $N_{opt} = N_{max} = 0,0147 \text{ tr s}^{-1}$ soit $53,1 \text{ tr h}^{-1}$

$$\dot{M}_S = Z_{gâteau max} \rho_S (1 - \varepsilon) A_{tambour} N = 5,00 \text{ t h}^{-1} ; \dot{V}_{filtrat} = \dot{M}_S / \omega = 6,33 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$$

XII.11.16 Filtration en profondeur en traitement des eaux

$$1. \tau_0 = \frac{\sigma_{max} \rho_S}{k_0 \dot{V}_L C_{S0}} = \frac{0,15 \times 1050 \times 3600}{5 \times 12 \times 1,05} = 9000 \text{ s}$$

$$2. \frac{\sigma_{z=0}}{\sigma_{max}} = 1 - \exp(-t / \tau_0) \text{ soit } \exp(-t / \tau_0) = 0,01 \text{ donc } t(\sigma_{z=0} = 0,99 \sigma_{max}) = 11,5 \text{ h}$$

$$3. \dot{v}_{front} = \frac{1}{k_0 \tau_0} = \frac{1}{5 \times 9000} = 2,22 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-1} = 8 \text{ cm h}^{-1}$$

$$4. t_{percée} / \tau_0 = \ln \left(\frac{\exp(k_0 Z) - 1}{\frac{C_{S0}}{C_{S\text{ percée}}} - 1} \right) \text{ soit } Z = \frac{\ln \left(\exp \left(\frac{t_{percée}}{\tau_0} \right) \left(\frac{C_{S0}}{C_{S\text{ percée}}} - 1 \right) + 1 \right)}{k_0} = 1,55 \text{ m}$$

$$5. \sigma_{moy} = \frac{V_{déposé}}{V_{lit}} = \frac{\dot{V}_S}{V_{lit}} t \text{ donc } \sigma_{moy\text{ percée}} = \frac{A \dot{V}_L C_{S0}}{AZ \rho_S} t_{percée} = 0,093 \frac{\text{m}^3_{solide}}{\text{m}^3_{lit}}$$

$$6. \Delta P_f = \Delta P_{f0} \left(1 + \frac{m_1 \sigma_{max}}{Z k_0} \frac{t}{\tau_0} \right)$$

La perte de charge linéique est estimée en utilisant l'équation d'Ergun. Le nombre de Reynolds étant d'environ 6, il convient de ne pas négliger le terme de Burke-Plummer.

$$\Delta P_{f0} = (\Delta P_{f0} / Z) Z = 1057 \times 1,55 = 1638 \text{ Pa}$$

$$\text{et } \Delta P_{f\text{ percée}} = \Delta P_{f0} (1 + m_1 \sigma_{moy\text{ percée}}) = 7124 \text{ Pa} ; \text{ valeur quatre fois plus élevée.}$$

Dans la partie du lit entièrement colmatée, où $\sigma = \sigma_{max}$, la perte de charge linéique est de $\Delta P_{f\text{ max}} / Z = (\Delta P_{f0} / Z) (1 + m_1 \sigma_{max}) = 6764 \text{ Pa m}^{-1}$. Cette valeur est à retrancher de la variation linéique de la pression hydrostatique, $\rho_L g = 9810 \text{ Pa m}^{-1}$. La différence étant positive, la pression du fluide augmente le long du lit, même lorsque ce dernier est entièrement colmaté. De ce fait, on n'a pas à craindre un dégazage.

XII.11.17 Filtration en profondeur, deuxième exercice

1. On peut estimer la valeur du temps adimensionnel, τ_0 (Tableau XII-24), car sa valeur est indépendante de la vitesse du fluide.

$$\tau_0 = \frac{\sigma_{max} \rho_S}{k_0 \dot{V}_L C_{S0}} = \frac{\dot{V}_L \mu_L d_P \sigma_{max} \rho_S}{k_{réf} \dot{V}_L C_{S0}} = \frac{\mu_L d_P \sigma_{max} \rho_S}{k_{réf} C_{S0}} = \frac{0,0015 \times 0,002 \times 0,1 \times 1050}{8 \times 10^{-8} \times 0,5} = 7875 \text{ s}$$

On peut ensuite estimer la valeur du produit $k_0 Z$ par résolution de la relation donnant le temps de percée (Tableau XII-26) :

$$\frac{t_{percée}}{\tau_0} = \ln \left(\frac{\exp(k_0 Z) - 1}{\frac{C_{S0}}{C_{S\text{ percée}}} - 1} \right) \text{ soit } k_0 Z = \ln \left(1 + \exp \left(\frac{t_{percée}}{\tau_0} \right) \left(\frac{C_{S0}}{C_{S\text{ percée}}} - 1 \right) \right)$$

$$\text{On trouve } k_0 Z = \ln \left(1 + \exp \left(\frac{23 \times 3600}{7875} \right) (100 - 1) \right) = 15,11, \text{ sans unités}$$

$$\text{Puis } k_0 = \frac{k_0 Z}{Z} = \frac{15,11}{3} = 5,036 \text{ m}^{-1}$$

$$\text{Enfin} \quad \dot{v}_L = \frac{k_{\text{réf}}}{k_0 \mu_L d_p} = \frac{8 \times 10^{-8}}{5,036 \times 0,0015 \times 0,002} = 0,00529 \text{ m s}^{-1}$$

2. Connaissant le débit de la suspension et la vitesse superficielle du fluide, on peut estimer la section et donc le diamètre du lit filtrant, ceci par définition de la vitesse superficielle.

$$A = \frac{\dot{V}_L}{\dot{v}_L} \cong \frac{\dot{V}}{\dot{v}_L} = \frac{60}{3600 \times 0,00529} = 3,148 \text{ m}^2 \quad \text{et} \quad D_{\text{lit}} = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 3,148}{3,1416}} = 2,00 \text{ m}$$

La rétention moyenne en solide capturé en fin de filtration peut être estimée par un bilan de matière sur le solide (voir Tableau XII-27).

$$\sigma_{\text{moy}} = \frac{V_{\text{déposé}}}{V_{\text{lit}}} = \frac{\dot{v}_L C_{S0} t_{\text{filtration}}}{Z \rho_S} = \frac{0,00529 \times 0,5 \times 23 \times 3600}{3 \times 1050} = 0,0696 \text{ m}_{\text{solide capté}}^3 \text{ m}_{\text{lit}}^{-3}$$

3. Le temps nécessaire pour saturer la couche en entrée du lit à 99 % est estimé à partir de la relation du Tableau XII-24.

$$\frac{\sigma_{z=0}}{\sigma_{\text{max}}} = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right) \quad \text{soit} \quad t_{z=0; \sigma/\sigma_{\text{max}}=0,99} = \tau_0 \ln\left(1 - \frac{\sigma_{z=0}}{\sigma_{\text{max}}}\right) = 7875 \times \ln(1 - 0,99) = 36266 \text{ s}$$

ou 10 h 4 min 23 s.

La vitesse d'avancé du front de saturation est estimée par la relation du Tableau XII-25.

$$\dot{v}_{\text{front}} = \frac{1}{k_0 \tau_0} = \frac{1}{5,036 \times 7875} = 2,52 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-1} \quad \text{soit} \quad 0,0908 \text{ m h}^{-1}.$$

La position du front de saturation correspondant à une saturation de 99 % en fin de filtration peut être estimée en considérant le temps de percée, le temps de saturation de la couche en entrée et la vitesse d'avancée du front de saturation.

$$z_{\sigma/\sigma_{\text{max}}=0,99} = \dot{v}_{\text{front}} (t_{\text{percée}} - t_{z=0; \sigma/\sigma_{\text{max}}=0,99}) = 2,52 \times 10^{-5} (23 \times 3600 - 36266) = 1,173 \text{ m}$$

4. La perte de charge initiale du lit peut être estimée par l'équation d'Ergun présentée dans le Tableau VII-4. Le nombre de Reynolds de l'écoulement étant supérieur à 5, on ne peut négliger le terme inertiel.

$$Re_p = \frac{\rho_L \dot{v}_L d_p}{\mu_L} = \frac{1500 \times 0,00529 \times 0,002}{0,0015} = 7,413 \quad \text{on trouve} \quad \frac{\Delta P_{f0}}{Z} = 2533 \text{ Pa m}^{-1}$$

Soit $\Delta P_{f0} = 7598 \text{ Pa}$. La perte de charge finale est estimée à partir de la relation du Tableau XII-27, connaissant la loi de la perte de charge et la valeur de σ_{moy} .

$$\Delta P_f = \Delta P_{f0} (1 + m_1 \sigma_{\text{moy}}) = 7598 (1 + 30 \times 0,0696) = 23461 \text{ Pa} \quad \text{ou} \quad 0,235 \text{ bar.}$$

XII.11.18 Débit d'une centrifugeuse tubulaire

Les résultats des calculs sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur		Unité
		Unité 1	Unité 2	
K	Définition, Tableau XII-28	7546	16349	-
$u_{t\ grav}$ STOKES	Tableau XII-30	$5,68 \times 10^{-5}$	$5,45 \times 10^{-7}$	m s^{-1}
$u_{t\ cent}$ STOKES	Tableau XII-30 $u_{t\ cent} = K u_{t\ grav}$	0,428	$8,91 \times 10^{-3}$	m s^{-1}
$Re_{P_t\ cent}$	Calculé en utilisant $u_{t\ cent}$	17,8	$8,91 \times 10^{-3}$	-
VALIDITÉ STOKES	Tableau VIII-6 $Re_{P_t} < 0,52$	non	oui	
$V_{L\ cent}$	Grandeur géométrique, Tableau XII-30	$1,57 \times 10^{-4}$	$2,26 \times 10^{-3}$	m^3
$\Sigma = A_{grav}$	Si régime de Stokes, Tableau XII-30	non évalué	3406	m^2
$\dot{V}_{L\ cent}$	Connaissant A_{grav} , Tableau XII-30	non évalué	$1,86 \times 10^{-3}$	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$
$A_{cent\ lm}$	Grandeur géométrique, Tableau XII-30	non évalué	0,2262	m^2
$K \times A_{cent\ lm}$	La valeur est proche de la valeur de Σ	non évalué	3698	m^2

Pour la première unité de production, la loi de Stokes n'est pas valable. Il faudrait estimer la vitesse terminale de chute par la corrélation de Haider et Levenspiel ou celle de Turton et Clark (Tableau VIII-5) afin de déterminer le temps de sédimentation. Pour la deuxième unité on observe que la réduction de la surface nécessaire à la décantation est de l'ordre du facteur d'accélération, K . La réduction surfacique est considérable.

XII.11.19 Extrapolation du fonctionnement d'une centrifugeuse

1. Les résultats des calculs sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
K	Définition, Tableau XII-28	13158	-
$V_{L\ cent}$	Grandeur géométrique, Tableau XII-30	$1,28 \times 10^{-4}$	m^3
$\Sigma = A_{grav}$	Connaissant K et $V_{L\ cent}$, Tableau XII-30	280	m^2
\dot{V}_L	Conversion de la donnée de l'exercice (5 L h^{-1})	$1,39 \times 10^{-6}$	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$
$d_{P\ coupure}$	Connaissant A_{grav} et \dot{V}_L , Tableau XII-30	$1,17 \times 10^{-6}$	m
$u_{t\ cent}$ pour $d_P = d_{P\ coupure}$	Connaissant K , $d_{P\ coupure}$ et les propriétés physico-chimiques et en posant un régime de Stokes	$6,52 \times 10^{-5}$	m s^{-1}
$Re_{P_t\ cent}$	Validation du régime pour : $Re_{P_t} < 0,52$ N.B. : La valeur estimée est très faible.	$6,12 \times 10^{-7}$	-

2. Extrapolation à K , r_R/r_L , r_R/H et $d_{P\ coupure}$ constants, et avec les mêmes fluides

Le lien entre le débit, le volume de l'appareil et les grandeurs géométriques et physicochimiques est le suivant (Tableau XII-30) :

$$\dot{V}_{L\text{cent}} = \frac{V_{L\text{cent}} \omega^2 d_P^2 \text{coupure} \Delta \rho}{18 \mu_L \ln(r_R / r_L)} \quad \text{soit pour l'extrapolation envisagée : } \frac{\dot{V}_{L2}}{\dot{V}_{L1}} = \frac{V_{L2} \omega_2^2}{V_{L1} \omega_1^2}$$

Ceci, car r_R / r_L est invariant dans l'extrapolation.

$$\text{On peut alors écrire } \frac{\dot{V}_{L2}}{\dot{V}_{L1}} = 100 = \frac{V_{L2} \omega_2^2}{V_{L1} \omega_1^2} = \frac{H_2 \pi r_{R2}^2 \left(1 - \frac{r_{L2}^2}{r_{R2}^2}\right) \omega_2^2}{H_1 \pi r_{R1}^2 \left(1 - \frac{r_{L1}^2}{r_{R1}^2}\right) \omega_1^2} = \frac{H_2 r_{R2} K_2}{H_1 r_{R1} K_1}$$

$$\text{Par similitude géométrique on a } \frac{H_2}{H_1} = \frac{r_{R2}}{r_{R1}} \quad \text{soit } \frac{r_{R2}}{r_{R1}} = \sqrt{\frac{\dot{V}_{L2} K_1}{\dot{V}_{L1} K_2}} = \sqrt{100} = 10$$

On arrive à un rayon de 22 cm, ce qui est plus grand que ce que l'on construirait pour cette technologie. Il convient alors ou bien de placer des centrifugeuses en parallèle, ou bien de changer de technologie.

3. Nombre d'appareils en parallèle

Le rapport des rayons des rotors est limité par le diamètre maximal indiqué :

$$\frac{r_{R2\text{max}}}{r_{R1}} = \frac{6,5 \times 10^{-2}}{2,225 \times 10^{-2}} = 2,9 \quad \text{soit ici } \frac{\dot{V}_{L2\text{max}}}{\dot{V}_{L1}} = \frac{r_{R2\text{max}}^2 K_2}{r_{R1}^2 K_1} = 8,53$$

$$\text{Le débit doit être distribué sur } M \text{ appareils : } \frac{\dot{V}_{L2\text{tot}}}{\dot{V}_{L1}} = 100 = M \times \frac{\dot{V}_{L2\text{max}}}{\dot{V}_{L1}}$$

Soit $M = 100 / 8,53 = 11,7$; 12 centrifugeuses sont nécessaires pour atteindre l'objectif.

$$4. K_2 = K_1, \quad \text{soit } \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{r_{R1}}{r_{R2}}} = 0,585 \quad \text{soit } N_2 = 13457 \text{ tr min}^{-1} \text{ pour } r_{R2} = 0,065 \text{ m.}$$

5. Changement des critères d'extrapolation

On pourrait allonger le rapport $H / (2r_R)$ à 8, valeur maximale de la technologie.

$$\frac{H_1}{2r_{R1}} = 4,43 \quad \text{et} \quad \frac{H_2}{2r_{R2}} = 8 \quad \text{soit} \quad \frac{H_2}{H_1} = \frac{8}{4,43} \frac{r_{R2}}{r_{R1}} = 1,81 \frac{r_{R2}}{r_{R1}} \quad ; \quad \frac{r_{R-2\text{max}}}{r_{R-1}} = 2,92 \quad \text{et}$$

$$\frac{\dot{V}_{L2\text{max}}}{\dot{V}_{L1}} = \frac{K_2}{K_1} \frac{r_{R2} H_2}{r_{R1} H_1} = 1,81 \frac{r_{R2\text{max}}^2 K_2}{r_{R1}^2 K_1} = 15,4$$

Soit $M = 6,5$; 7 centrifugeuses sont nécessaires pour atteindre l'objectif.

On pourrait également réguler un film plus mince ou tourner plus vite.

XIII. Séparations mécaniques gaz-solide

XIII.10.1 Questions générales

1. Collecte centrifuge par cyclone, précipitation électrostatique, filtration sur filtre manche. Les cyclones sont peu chers en investissement et en fonctionnement. Ils s'adaptent mal aux fluctuations de débit et leur efficacité n'est très bonne que pour des particules d'un diamètre supérieur à 10 μm . La précipitation électrostatique présente de bonnes efficacités mais est onéreuse en investissement. Les filtres à manches constituent la technologie la plus efficace mais aussi la plus onéreuse en fonctionnement.
2. La teneur en solide du gaz est trop faible pour former un gâteau. Les fibres de très faible diamètre développent une très grande aire spécifique ce qui augmente l'efficacité de capture des particules.
3. Le minimum est observé pour des diamètres de particules de 0,1 à 0,3 μm , pour lesquels les différents mécanismes d'arrêt sont peu opérants. Ce domaine correspond à des particules trop grosses pour que la diffusion brownienne soit efficace et trop petites pour que les mécanismes d'interception et d'impaction jouent un rôle important.

XIII.10.2 Dépoussiérage d'un effluent gazeux en cimenterie

1. Diamètre optimal

On suit la démarche de dimensionnement. Après choix de la géométrie on pose :

$$\frac{u_E}{u_{\text{saltation}}} = 1,25 \quad \text{et} \quad u_{\text{saltation}} = 4,911 \left(\frac{4g\mu_G\Delta\rho}{3\rho_G^2} \right)^{1/3} \left(\frac{(b/D)^{2/5}}{(1-b/D)^{1/3}} \right) D^{0,067} u_E^{2/3}$$

$$\text{Soit} \quad u_{E \text{ opt}} = 1,25 \times 4,911 \left(\frac{4g\mu_G\Delta\rho}{3\rho_G^2} \right)^{1/3} \left(\frac{(b/D)^{2/5}}{(1-b/D)^{1/3}} \right) D^{0,067} u_{E \text{ opt}}^{2/3} \quad \text{et}$$

$$u_{E \text{ opt}} = 231,3 \frac{4g\mu_G\Delta\rho}{3\rho_G^2} \left(\frac{(b/D)^{1,2}}{(1-b/D)} \right) D^{0,2} \quad \text{avec} \quad u_E = \frac{\dot{V}}{ba} ; \quad \frac{b}{D} = 0,2 ; \quad \frac{a}{D} = 0,5$$

$$\text{On obtient : } D = \frac{(\dot{V})^{0,454}}{\left(23,13 \left(\frac{4g\mu_G\Delta\rho}{3\rho_G^2} \right) \left(\frac{0,2^{1,2}}{(1-0,2)} \right) \right)^{0,454}} = 1,57 \text{ m} \quad \text{et} \quad u_E = 25,4 \text{ m s}^{-1}$$

2. et 3. Efficacité pondérale et distribution massique en sortie

On calcule le diamètre de coupure 0,5 : $d_{P0,5} = \sqrt{\frac{9\mu_G b}{2\pi N_e \Delta\rho u_E}} = 7,48 \times 10^{-6} \text{ m}$

On peut alors calculer β , on obtient par la corrélation : $\beta = 1,57$.

On peut ensuite calculer l'efficacité d'arrêt des différentes classes de taille et la répartition massique en aval du cyclone (dernière colonne ci-dessous).

d_{V_i} (μm)	Titre massique de la classe pour l'aérosol entrant, x_i	Efficacité de capture de la classe, η_i	Pondération de l'efficacité par le titre massique $x_i \eta_i$	Particules en sortie (teneur relative) $x_i(1-\eta_i)$	Titre massique de la classe en sortie $\frac{x_i(1-\eta_i)}{\sum_i x_i(1-\eta_i)}$
85	0,0800	0,979	0,0783	0,00171	0,00531
50	0,145	0,952	0,138	0,00694	0,0216
25	0,185	0,870	0,161	0,0241	0,0748
12,5	0,280	0,692	0,194	0,0863	0,268
6,75	0,130	0,460	0,0598	0,0702	0,218
5	0,100	0,347	0,0347	0,0653	0,203
2,5	0,0800	0,151	0,0121	0,0679	0,211
SOMME	1		0,678	0,322	1

Les calculs conduisent à une efficacité pondérale de collecte de $\eta_{\text{pondéral}} = 0,678$. La concentration massique au sein du gaz sortant du cyclone peut dès lors être estimée : $C_{SS} = (1-\eta_{\text{pondéral}}) C_{SE} = 7,42 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^{-3}$.

- La perte de charge est estimée utilisant les relations du Tableau XIII-7. La valeur est reportée dans le tableau ci-dessous. N_H vaut 4,85 pour la géométrie considérée.
- On peut répéter les calculs pour un nombre de cyclones différent. On constate que les systèmes multicyclones sont plus efficaces tout en ayant des pertes de charge plus faibles. Ceci est lié au fait que l'accélération centrifuge que l'on peut atteindre dans ces systèmes tout en évitant le réentraînement est plus élevée.

N cyclones	D	$u_{E \text{ opt}}$	ΔP_f	$d_{P0,5}$	β	Débit par cyclone	Efficacité globale
	m	m s^{-1}	Pa	m	-	$\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$	
20,00	0,4019	19,35	768	$4,65 \times 10^{-6}$	2,38	0,31	0,823
2,00	1,144	23,85	1167	$6,70 \times 10^{-6}$	1,73	3,12	0,712
1,00	1,565	25,39	1323	$7,48 \times 10^{-6}$	1,57	6,22	0,678

6. Efficacité et perte de charge de deux cyclones en série

Les deux cyclones ont un diamètre de 1,57 m. L'efficacité du second cyclone peut être estimée de façon analogue à celle du premier. La population entrante considérée est bien entendu la population de particules sortant du premier cyclone. Les calculs sont présentés dans le tableau ci-dessous. Ils conduisent à une efficacité pondérale de collecte du second cyclone de $\eta_{pondérale\ 2} = 0,478$.

d_{Vi} (μm)	Titre massique de la classe pour l'aérosol entrant, x_i	Efficacité de capture de la classe, η_i	Pondération de l'efficacité par le titre massique $x_i\eta_i$	Particules en sortie (teneur relative) $x_i(1-\eta_i)$	Titre massique de la classe en sortie $\frac{x_i(1-\eta_i)}{\sum_i x_i(1-\eta_i)}$
85	0,00531	0,979	0,0052	0,0001	0,0002
50	0,0216	0,952	0,0205	0,0010	0,0020
25	0,0748	0,870	0,0650	0,0097	0,0187
12,5	0,268	0,692	0,1851	0,0826	0,1582
6,75	0,218	0,460	0,1001	0,1176	0,2254
5	0,203	0,347	0,0702	0,1323	0,2535
2,5	0,211	0,151	0,0319	0,1786	0,3421
SOMME	1	1	0,478	0,522	1

L'efficacité des deux cyclones peut être estimée comme suit.

$$\eta_{pondérale\ série} = \frac{\dot{M}_{S\ capté}}{\dot{M}_{SE1}} = \frac{\dot{M}_{S\ capté\ 1} + \dot{M}_{S\ capté\ 2}}{\dot{M}_{SE1}}$$

$$\text{Avec } \dot{M}_{SE} = \dot{V}_G C_{SE} \quad ; \quad \dot{M}_{S\ capté\ 1} = \dot{M}_{SE1} \eta_{pondérale\ 1}$$

$$\dot{M}_{S\ capté\ 2} = \dot{M}_{SS1} \eta_{pondérale\ 2} = \dot{M}_{SE1} (1 - \eta_{pondérale\ 1}) \eta_{pondérale\ 2}$$

$$\text{Soit } \eta_{pondérale\ série} = \eta_{pondérale\ 1} + (1 - \eta_{pondérale\ 1}) \eta_{pondérale\ 2}$$

$$\text{A.N. : } \eta_{pondérale\ série} = 0,678 + (1 - 0,678) \times 0,478 = 0,832$$

La perte de charge du second cyclone est évaluée en utilisant les relations du Tableau XIII-7. Elle est légèrement plus élevée que celle du premier cyclone, car la concentration entrante de solide est plus faible. On obtient $\Delta P_{f2} = 1349$ Pa, soit une perte de charge totale de $\Delta P_{f\ série} = \Delta P_{f1} + \Delta P_{f2} = 2673$ Pa.

On constate que l'efficacité pondérale des deux cyclones en série (0,832) est plus élevée que l'efficacité pondérale de deux cyclones, plus petits, en parallèle (0,712). Toutefois, la perte de charge du gaz est plus élevée si les cyclones sont en série.

7. Efficacité du filtre à manches

$$\eta_{filtration} = \frac{\text{Débit massique de solide arrêté}}{\text{Débit massique entrant}} = \frac{\dot{V}C_{SE}(1-\eta_{cyclone}) - \dot{V}C_{S\text{norme}}}{\dot{V}C_{SE}(1-\eta_{cyclone})}$$

$$\eta_{filtration} = 1 - \frac{C_{S\text{norme}}}{C_{SE}(1-\eta_{cyclone})} = 1 - \frac{3 \times 10^{-5}}{0,023 \times (1-0,678)} = 0,9960$$

Une filtration sur manches peut atteindre cette efficacité.

8. Surface de filtration

$$A = \frac{\text{Débit volumique gaz}}{\text{Vitesse superficielle}} = \frac{\dot{V}}{(\dot{V}/A)_{\text{opt}}} = 312,5 \text{ m}^2 \quad \text{soit 83 manches.}$$

9. Durée de cycle

Dans ces calculs on suppose que l'efficacité du filtre à manches est de 100 %.

$$t_{cycle} = \frac{\text{Masse maximale de solide déposé par cycle}}{\text{Débit massique de solide alimentant le filtre}}$$

$$= \frac{(M_S/A)_{\text{cycle}} A}{\dot{V}C_{SE}(1-\eta_{cyclone})} = \frac{1 \times 312,5 \times 3600}{22500 \times 0,023 \times (1-0,678)} = 6742 \text{ s}$$

Soit 1 h 52 min. Le temps de secouage est négligeable dans le cycle.

$$10. Z_{\text{gâteau max}} = Z_{\text{gâteau min}} + \frac{C_S \dot{V}_G}{A \rho_S (1-\varepsilon)} t_{cycle} = \frac{(\dot{M}_S/A)_{\text{max}}}{\rho_S (1-\varepsilon)} = \frac{2}{1500(1-0,78)} = 0,00606 \text{ m}$$

$$Re_p = 4,0 \times 10^{-3}$$

$$\text{Gibilaro } et \text{ al. en écoulement rampant : } f = \frac{\Delta P_f}{\rho_F \dot{V}_F^2} \frac{\bar{d}_p}{Z} = \frac{17,3 (1-\varepsilon)}{Re_p \varepsilon^{4,8}} = \frac{17,3 \mu_F (1-\varepsilon)}{\rho_F \dot{V}_F \bar{d}_p \varepsilon^{4,8}}$$

$$\text{Que l'on peut écrire } \frac{\Delta P_f}{Z} = \frac{17,3 \mu_F \dot{V}_F (1-\varepsilon)}{\bar{d}_p^2 \varepsilon^{4,8}} \quad ; \text{ loi de Darcy : } \frac{\Delta P_f}{Z} = \frac{\mu_F \dot{V}_F}{\kappa}$$

$$\text{Soit } \kappa = \frac{\varepsilon^{4,8} \bar{d}_p^2}{(1-\varepsilon) 17,3} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{1}{\kappa (1-\varepsilon) \rho_S} = \frac{17,3}{\varepsilon^{4,8} \bar{d}_p^2 \rho_S} = 1,52 \times 10^9 \text{ m kg}_S^{-1}$$

$$\Delta P_{f\text{ max}} \cong \frac{\dot{V}}{A} \mu_F \alpha Z_{\text{gâteau max}} \rho_S (1-\varepsilon) = 1338 \text{ Pa}$$

$$11. \Delta P_{f \min} \cong \frac{\dot{V}}{A} \mu_F \alpha Z_{\text{gâteau min}} \rho_S (1 - \varepsilon) = \frac{\Delta P_{f \max}}{2} = 667 \text{ Pa}$$

$$\Delta P_{f \text{ moy}} = \frac{\Delta P_{f \max} + \Delta P_{f \min}}{2} = 1000 \text{ Pa}$$

$$\Delta P_{f \text{ dépoussiérage}} = (\Delta P_f)_{\text{cyclone}} + (\Delta P_{f \text{ moy}})_{\text{filtre}} = 2323 \text{ Pa soit 23 mbars.}$$

12. Les calculs sont consignés dans le tableau ci-dessous. Dans les conditions envisagées, l'efficacité de l'électrofiltre ne permet pas de respecter la norme.

d_{Vi} (μm)	Titre massique de la classe pour l'aérosol entrant, x_i	Tableau XIII-8			Pondération de l'efficacité par le titre massique $x_i \eta_i$
		Nombre de charges N_{charges}	Vitesse de migration u_{FS}	Efficacité de capture de la classe, η_i , par l'équation de Deutsch-Anderson	
85	0,00531	753249	2,051	1,000	0,00531
50	0,0216	260640	1,207	1,000	0,0216
25	0,0748	65160	0,603	1,000	0,0748
12,5	0,268	16290	0,302	0,999	0,268
6,75	0,218	4750	0,163	0,983	0,214
5	0,203	2606	0,121	0,951	0,193
2,5	0,210	652	0,060	0,779	0,164
SOMME	1	-	-	-	0,940

XIII.10.3 Conditionnement de l'air

1. Filtre de classe ULPA U16, déterminé Tableau XIII-14 connaissant la valeur de la perméance.

$$2. P = \exp\left(-\frac{4\eta_{\text{fibre}} Z(1-\varepsilon)}{\pi d_{\text{fibre}} \varepsilon}\right) \text{ (Tableau XIII-16) soit } Z = \frac{\pi d_{\text{fibre}} \varepsilon}{4\eta_{\text{fibre}}(1-\varepsilon)} \ln\left(\frac{1}{P}\right)$$

avec $P = 5 \cdot 10^{-7}$. ATTENTION : la donnée de l'énoncé est exprimée en %.

Estimation des efficacités partielles et de l'efficacité d'une fibre (Tableau XIII-15) :

$$\eta_{\text{fibre}} = \sum \eta_i = \frac{K^2}{4\varepsilon^2} \frac{\rho_P d_P^2 \dot{V}_G C_C}{9\mu_G d_{\text{fibre}}} + K \frac{d_P^2}{d_{\text{fibre}}^2 + d_P^2} + K^{1/3} \left[\frac{k_B T C_C}{3\pi\mu_G d_P d_{\text{fibre}} \dot{V}_G} \right]^{2/3}$$

La perte de charge est estimée par la relation de Davies (Tableau XIII-17). La surface de la toile filtrante, A , est estimée par le rapport entre le débit volumique de l'effluent gazeux et la vitesse superficielle du gaz traversant le filtre fibreux.

d_p, m	C_C	Efficacité inertie	Efficacité interception	Efficacité diffusion	Efficacité somme	Z, m	ΔP_f Pa	A m ²
2×10^{-7}	1,87	$2,18 \times 10^{-3}$	$1,08 \times 10^{-2}$	$3,33 \times 10^{-2}$	$4,63 \times 10^{-2}$	$9,35 \times 10^{-3}$	607	6,94

Le mécanisme dominant est celui dont l'efficacité est la plus élevée. Ici c'est la diffusion brownienne.

3. Tableau XII.17 :

$$a_{capture} V_{filtre} = \frac{4d_{fibre}}{\pi d_{fibre}^2} \frac{V_{fibres}}{V_{filtre}} V_{filtre} = \frac{4(1-\varepsilon)}{\pi d_{fibre}} ZA = 2065 \text{ m}^2$$

$$\text{Fibres infiniment longues : } a_C V_{filtre} = \frac{4\pi d_{fibre}}{\pi d_{fibre}^2} \frac{V_{fibres}}{V_{filtre}} V_{filtre} = \frac{4(1-\varepsilon)}{d_{fibre}} ZA = 6489 \text{ m}^2$$

La surface de capture, $a_{capture} V_{filtre}$, est environ trois fois plus faible que la surface géométrique des fibres, $a_C V_{filtre}$. Elle est environ 300 fois plus élevée que la surface extérieure de la toile filtrante, A .

4. Pour une perméance et un milieu filtrant donnés, la combinaison des différentes relations présentées (Tableau XIII-15, Tableau XIII-16 et Tableau XIII-17) conduit à l'expression ci-dessous, qui est implicite en la vitesse superficielle du gaz.

$$\Delta P_f = C_1 \dot{v}_G Z \text{ et } Z = \frac{C_2}{C_3 \dot{v}_G + C_4 + (C_5 / \dot{v}_G)^{2/3}} \text{ soit } \Delta P_f = \frac{C_1 C_2 \dot{v}_G}{C_3 \dot{v}_G + C_4 + (C_5 / \dot{v}_G)^{2/3}}$$

On peut alors estimer la perte de charge du filtre en fonction de la vitesse superficielle de l'air et donc, connaissant le débit volumique, de la surface de filtration.

$$\text{A.N. : } \Delta P_f = \frac{3,24 \times 10^6 \times 4,33 \times 10^{-4} \dot{v}_G}{0,109 \dot{v}_G + 0,0108 + \frac{2,45 \times 10^{-3}}{\dot{v}_G^{2/3}}}$$

pour $\Delta P_f = 200 \text{ Pa}$ on a $\dot{v}_G = 0,0095 \text{ m s}^{-1}$

$$\text{Épaisseur du filtre : } Z = \frac{\Delta P_f}{C_1 \dot{v}_G} = 0,00650 \text{ m}$$

Surface extérieure de la toile filtrante : $A = \dot{V} / \dot{v}_G = 14,6 \text{ m}^2$ avec $\dot{V} = \dot{V}_G + \dot{V}_S \cong \dot{V}_G$

La réduction de la vitesse de filtration à débit et à perméance donnés conduit à une réduction de la perte de charge du filtre mais à une augmentation de la surface de filtration. On cherchera un compromis entre une perte de charge assez faible, minimisant le coût de fonctionnement, et une surface de filtration raisonnable, minimisant le coût d'investissement.

Troisième partie – Systèmes gaz-liquide et gaz-liquide-solide

XIV. Écoulement de bulles et de gouttes isolées

XIV.5.1 Questions générales

1. Ce sont les forces inertielles qui sont responsables de la distribution de pression non homogène à l'interface d'une inclusion en mouvement. C'est cette non homogénéité qui conduit à la déformation de la bulle. Les forces interfaciales s'opposent à la déformation de la bulle. Le nombre de Weber compare les deux forces et sa valeur indique donc l'importance potentielle de la déformation.
2. Pour les nombres de Reynolds évoqués on se situe en régime ellipsoïdal. L'augmentation du nombre de Reynolds va de pair avec l'augmentation du nombre de Weber et donc une déformation accrue de l'inclusion. Les inclusions s'aplatissent sous l'effet des pressions hydrodynamiques, la surface projetée dans la direction de l'écoulement augmente, conduisant à une augmentation de la traînée.

XIV.5.2 Calcul de vitesses d'inclusions isolées

On retrouve les tracés de la Figure XIV-5. Attention au domaine de validité des différentes expressions. Le modèle de Mendelson ne convient pas pour évaluer la traînée des gouttes d'eau dans l'air. Il prédit une trop grande déformation. Il vaut mieux utiliser l'expression du coefficient de traînée des gouttes, valable pour des sphères rigides. Attention aussi à l'échelle du tracé (linéaire ou logarithmique) afin de comparer les graphes.

XIV.5.3 Expression des corrélations dans d'autres espaces adimensionnels

$$1. Fr_{C_{P_{mod t}}}^2 = \frac{We_{C_{Pt}}^3}{Mo_C Re_{C_{Pt}}^4} = \frac{We_{C_{Pt}}}{Bo_P} \text{ soit } Fr_{C_{P_{mod t}}}^2 = \frac{Mo_C^{0,5} Re_{C_{Pt}}^2}{Bo_P^{1,5}} ; We_{C_{Pt}} = \frac{Mo_C^{0,5} Re_{C_{Pt}}^2}{Bo_P^{0,5}}$$

L'intérêt de la représentation est qu'elle est explicite par rapport à la vitesse terminale.

Régime sphérique	Régime ellipsoïdal	Calottes sphériques
$Re_{C_{Pt}} + 0,15 Re_{C_{Pt}}^{1,687} = \frac{Bo_P^{1,5}}{18 Mo_C^{0,5}}$	$Re_{C_{Pt}}^2 = \frac{Bo_P^{1,5}}{2 Mo_C^{0,5}} \left(\frac{4}{Bo_P} + 1 \right)$	$Re_{C_{Pt}}^2 = \frac{Bo_P^{1,5}}{2 Mo_C^{0,5}}$

$$2. Re_{C_{Pt}} + u_t^+ d_p^+ \text{ et } Bo_P = (d_p^+)^2 Mo_C^{1/3}. \text{ Cette représentation permet de séparer } d_p \text{ et } u_t.$$

Régime sphérique	Régime ellipsoïdal	Calottes sphériques
$u_t^+ d_p^+ + 0,15 (u_t^+ d_p^+)^{1,687} = \frac{(d_p^+)^3}{18}$	$u_t^+ = \left(\frac{2}{d_p^+ Mo_C^{1/3}} + \frac{d_p^+}{2} \right)^{0,5}$	$u_t^+ = \left(\frac{d_p^+}{2} \right)^{0,5}$

XV. Écoulement gaz-liquide en conduite

XV.6.1 Questions générales

1. L'augmentation de la perte de charge est expliquée par l'interaction gaz-liquide. Ce sont des mécanismes complexes. Le modèle homogène sous-estime probablement le pic de perte de charge, car il surestime le taux de vide. De ce fait les vitesses interstitielles linéiques estimées du gaz sont inférieures aux vitesses interstitielles linéiques réelles, ce qui conduit à une sous-estimation de la perte de charge linéique.

XV.6.2 Calcul de la perte de charge d'un réfrigérant

Données (rappel) : $D_{cond} = 0,010$ m ; $Z = 0,5$ m ; $\dot{M} = 0,01$ kg s⁻¹ ; $\rho_L = 1518$ kg m⁻³ ; $\rho_G = 2,60$ kg m⁻³ ; $\mu_L = 5,856 \cdot 10^{-4}$ Pa s ; $\mu_G = 1,26 \cdot 10^{-5}$ Pa s ; $\sigma = 0,015$ N m⁻¹.

1. Calculs pour $\dot{x} = 0,1$

Modèle homogène (Tableau XV-5)

$$\varepsilon_G = 0,985 ; \rho_{mél} = 25,6 \text{ kg m}^{-3} ; \mu_{mél} = 5,28 \cdot 10^{-4} \text{ Pa s} ; \Delta P_{fLG} = 715 \text{ Pa} ;$$

$$\Delta P_{potentiel} = \rho_{mél} g Z = 125 \text{ Pa} \text{ (Tableau XV-4)} ; \Delta P_{LG} = -\Delta P_{fLG} - \Delta P_{potentiel} = -840 \text{ Pa}$$

Modèle hétérogène

$$\varepsilon_G = 0,818 \text{ (corrélation et Rouhani et Axelsson, Tableau XV-7)} ; \rho_{mél} = 278 \text{ kg m}^{-3}$$

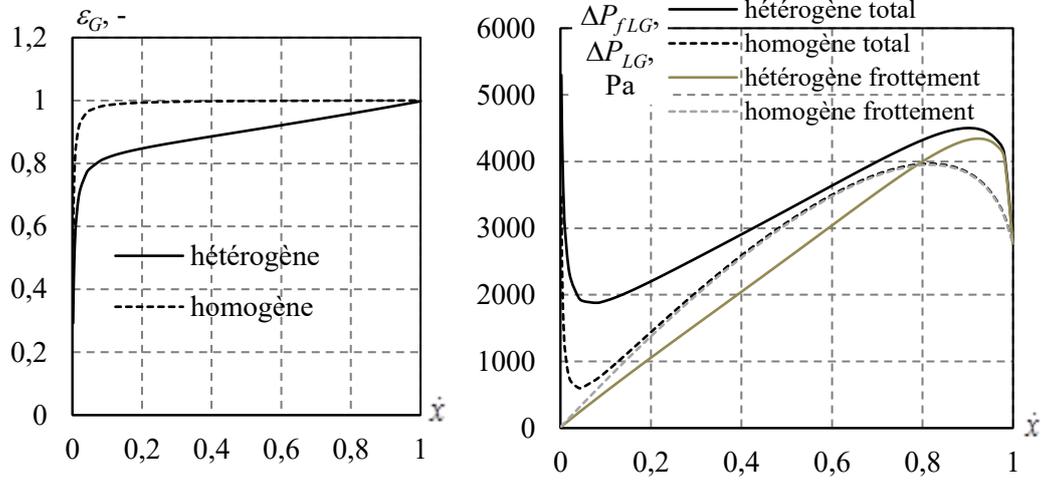
$$\Delta P_{fLG} = 546 \text{ Pa (corrélation Tableau XV-8)}$$

$$\Delta P_{potentiel} = \rho_{mél} g Z = 1364 \text{ Pa} ; \Delta P_{LG} = -\Delta P_{fLG} - \Delta P_{potentiel} = -1910 \text{ Pa}$$

La différence des valeurs générées par les deux modèles est importante. Elle est principalement liée à la différence d'estimation du taux de vide, ε_G . En effet, $(1-\varepsilon_G)$ est estimée à 1,5 % par le modèle homogène et à 18,2 % par le modèle hétérogène. Ceci conduit à un grand écart de la variation de l'énergie potentielle du fluide.

Attention : on estime ici la variation de pression motrice et la variation de pression totale entre l'entrée et la sortie du tube, dont la longueur est de 0,5 m. La variation de pression linéique, estimée par modèle ou corrélation, doit être multipliée par la longueur du tube.

2. Les résultats sont présentés ci-dessous sous forme graphique. La valeur absolue de la variation de pression est présentée. La différence des valeurs de ΔP_{LG} estimées par le modèle homogène et le modèle hétérogène est très importante pour des faibles qualités massiques, pour lesquelles la pression hydrostatique joue un rôle important.



XV.6.3 Établissement d'une carte de régimes d'écoulement

L'objectif est ici d'utiliser les différentes relations du Tableau XV-3, ceci afin de mieux les comprendre. La carte de régime résultante est très proche de la carte présentée sur la Figure XV-4. Attention à représenter la carte de régimes avec une échelle logarithmique, afin de comparer les tracés.

XVI. Colonnes à bulles

XVI.6.1 Questions générales

1. Les colonnes à bulles conviennent pour des réactions lentes entre un réactif gazeux et un réactif présent en phase liquide. En effet, les réactions lentes ont lieu au sein du liquide, dont la rétention doit être élevée. Si l'on souhaite convertir le réactif liquide, le temps de séjour du liquide doit être assez long. Des réactions lentes ne sont pas limitées par le flux de transfert gaz-liquide. Le flux assuré par les colonnes à bulles peut dans ce cas convenir, il n'est pas nécessaire de mettre en place une agitation mécanique.
2. Le liquide est en général parfaitement mélangé au sein des colonnes à bulles. Et ceci même si sa vitesse superficielle est très faible. Le mélange du liquide est assuré par le gaz. En effet, les bulles de gaz entraînent dans leur sillage du liquide. Ce liquide redescend ensuite en périphérie de la colonne, ce qui génère des boucles de recirculation, assurant l'homogénéisation des compositions.

XVI.6.2 Étude de fonctionnement d'une colonne à bulles

ÉTUDE DU DISTRIBUTEUR, QUESTIONS 1 À 4

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
d_h critique	Tableau XVI-2	0,00126	m
u_{Gh} min	Tableau XVI-2 avec $d_h > d_h$ critique N.B. : ρ_G estimé avec P_{pied}	4,64	m s ⁻¹
u_{Gh}	Donnée énoncé	40	m s ⁻¹
P_{pied}	On estime la pression hydrostatique en pied en posant une valeur de ε_G pour $\dot{v}_{G\ tête} = 0,1 \text{ m s}^{-1}$ (voir Tableau XVI-6) $P_{pied} = P_{tête} + \rho_L g (1 - \varepsilon_G) Z + \rho_G g \varepsilon_G Z$; $\varepsilon_G \cong 0,19$	1,40	bars
AIRE PERFORÉE A_h	$A_h = \frac{\pi D_{col}^2 \dot{v}_{G\ pied}}{4 u_{Gh}} = \frac{\pi D_{col}^2 \dot{v}_{G\ tête} P_{tête}}{4 u_{Gh} P_{pied}}$ On estime la surface perforée totale en imposant u_{Gh} . On considère la pression en pied de colonne.	$1,40 \times 10^{-3}$	m ²
N_h	$N_h = 4A_h / (\pi d_h^2)$ avec $d_h = 0,002 \text{ m}$	447	
L_{tube}	$L_{tube} \cong d_h (1 + 3) N_h$	3,58	m
$A_{projetée\ tube}$	$A_{projetée\ tube} = d_{tube} L_{tube}$; N.B. : Surface projetée des tubes.	0,0358	m ²
FRACTION OBSTRUÉE	$\frac{\text{section horizontale tubes}}{\text{section colonne}} = 4A_{projetée\ tube} / (\pi D_{col}^2)$	0,046	-
d_b	Tableau XVI-3 : $Bo_{Lh} = 0,545$; $Ar_{Lh} = 7,85 \times 10^4$; $Fr_{Gh}^2 = 8,15 \times 10^4$; influence prépondérante de Fr_{Gh}^2	0,0178	m

On trouve sensiblement le même diamètre de bulles formées si l'on travaille avec un fluide visqueux organique ($d_b = 0,0180$ m), la valeur de Fr_{Gh}^2 étant inchangée.

ÉTUDE DU FONCTIONNEMENT HYDRODYNAMIQUE DE LA COLONNE

Les résultats des calculs des Questions 6 à 8 sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
$\dot{V}_{G\text{ moy}}$	La vitesse superficielle moyenne est estimée en considérant une pression moyenne du système pour $\varepsilon_G = 0,19$. $\dot{V}_{G\text{ moy}} = \dot{V}_{G\text{ tête}} \frac{2P_{\text{tête}}}{P_{\text{pied}} + P_{\text{tête}}} \cong \dot{V}_{G\text{ tête}} \frac{2P_{\text{tête}}}{2P_{\text{tête}} + \rho_L g (1 - \varepsilon_G) Z}$	0,083	m s ⁻¹
ε_G	Corrélation d'Akita et Yoshida (Tableau XVI-6)	0,148	-
ε_G	Corrélation de Reilly <i>et al.</i> (Tableau XVI-7) $u_{B\text{ isolée}} = 0,253$ m s ⁻¹ ; $\dot{V}_{G\text{ trans}} = 0,031$ m s ⁻¹ . Régime de fonctionnement hydrodynamique hétérogène.	0,204	-
ε_G	Corrélation de Krishna <i>et al.</i> (Tableau XVI-7) $d_{b\text{ hét}} = 0,0227$ m ; $SF = 1$; $AF = 2,97$; $DF = 0,95$ $u_{b\text{ hét}} = 0,95$ m s ⁻¹ ; $\varepsilon_{G\text{ hét}} = 0,055$ N.B. : Ici les bulles hétérogènes ont un diamètre proche de celui des bulles formées au distributeur (Question 4).	0,191	-
FRACTION DU GAZ HÉTÉROGÈNE	$\frac{\text{débit véhiculé par les bulles hétérogènes}}{\text{débit total de gaz}} = \frac{u_{b\text{ hét}} \varepsilon_{G\text{ hét}}}{\dot{V}_{G\text{ moy}}}$	0,63	-
$k_{AL} a_{LG}$	Corrélation d'Ötztürk <i>et al.</i> (Tableau XVI-10)	0,0561	s ⁻¹

Les résultats peuvent être commentés comme suit.

- La rétention de gaz est estimée en considérant une vitesse superficielle moyenne du système, estimée au centre de la colonne. Le gradient de pression considéré est la variation de pression hydrostatique, la perte de charge étant très faible dans la colonne. Pour estimer le gradient de pression, on doit estimer une rétention de gaz. On considère $\varepsilon_G = 0,19$, car c'est la valeur vers laquelle convergent les calculs.
- Les valeurs de rétention de gaz estimées par les trois corrélations sont assez différentes, on considère pour la suite de l'exercice $\varepsilon_G = 0,19$.
- On peut estimer la fraction du débit de gaz véhiculée par les bulles caractérisant le régime hétérogène. La valeur trouvée ici n'est pas très élevée (0,62), car on est assez proche de la transition entre le régime homogène et le régime hétérogène.
- La valeur du coefficient de transfert volumique, $k_{AL} a_{LG}$ est assez élevée, le système étant peu visqueux et l'oxygène étant une petite molécule, caractérisée par un coefficient de diffusion moléculaire assez élevé.

ÉTUDE DE LA RÉACTION D'OXYDATION

9. Analyse des nombres adimensionnels apparaissant dans les bilans

Les valeurs des nombres adimensionnels caractérisant le système sont les suivantes.

Paramètre adimensionnel	Précisions concernant l'estimation	Valeur
Ha	Définition Tableau III-10 avec C_{BLE} et $a_{LG} = 100 \text{ m}^{-1}$. $Ha < 0,3$: réaction lente au sein du liquide.	0,23
$Pe_{max GZ}$	À partir de la corrélation de $D_{eff ax G}$, Tableau XVI-11	1,31
$Pe_{max LZ}$	À partir de la corrélation de $D_{eff ax L}$, Tableau XVI-11 N.B. : Valeur très faible, la dispersion axiale est importante.	0,019
NUT_{OG}	À partir de sa définition (Tableau III-21)	0,104
P	À partir de sa définition (Tableau III-21) $P = v_B \frac{\dot{v}_G C_{AG0}}{\dot{v}_L C_{BL0}} = v_B \frac{\dot{v}_G \text{ pied } x_{AG0} P_{\text{pied}}}{\dot{v}_L C_{BL0} RT} = v_B \frac{\dot{v}_G \text{ tête } x_{AG0} P_{\text{tête}}}{\dot{v}_L C_{BL0} RT}$	4,1
Da_A	À partir de sa définition (Tableau III-21)	15,0
λ	À partir de sa définition (Tableau III-21)	2690

Les résultats peuvent être commentés comme suit.

- i. Le nombre de Hatta est estimé à partir de sa définition pour une cinétique réactionnelle d'ordre 1,1 (voir Tableau III-10) et en posant $a_{LG} = 100 \text{ m}^{-1}$. En effet, on doit poser une aire interfaciale spécifique. La valeur retenue est dans la moyenne de la technologie. On trouve $Ha < 0,3$, ce qui valide l'hypothèse de la réaction lente (Question 9).
- ii. Les nombres de Péclet axiaux sont estimés en partant de leur définition et des corrélations des coefficients de dispersion axiale (Tableau XVI-11).
- iii. La valeur du NUT_{OG} est estimée à partir de sa définition. La valeur est faible, la conversion de l'oxygène de l'air n'est pas très élevée, ce constat permet de valider l'hypothèse de l'invariance du débit de gaz dans la colonne.
- iv. L'écart à l'alimentation stœchiométrique des réactifs est estimé par la valeur du nombre P . P vaut environ 4, l'excès stœchiométrique de l'oxygène est important.
- v. La valeur du nombre de Damköhler du réactif gazeux est élevée, la réaction est assez rapide au sein du liquide.
- vi. La valeur du rapport d'extraction, λ , est très élevée, la solubilité de l'oxygène étant très faible, le flux d'oxygène véhiculé par le liquide est très faible.

10. Simplification des bilans adimensionnels

Les valeurs que prennent les regroupements des variables adimensionnelles apparaissant dans les bilans sont présentées dans le tableau ci-dessous. Ces valeurs permettent de justifier la simplification des bilans adimensionnels. On peut considérer que les concentrations des réactifs sont homogènes en phase gaz et liquide.

Valeurs des paramètres regroupés et interprétation (Tableau XVI-12)		
$NUT_{OG} Pe_{max GZ} = 0,13 \ll 1$	A uniforme dans le gaz	soit $C_{AG}^* = C_{AGS}^*$
$M = \lambda Pe_{max LZ} NUT_{OG} = 5,40 < 10$	A uniforme dans le liquide	soit $C_{AL}^* = C_{ALS}^*$
$Pe_{max LZ} = 0,019 \ll 1$	B uniforme dans le liquide	soit $C_{BL}^* = C_{BLS}^*$

11. Résolution pour une réaction lente dans le film et un modèle RPA-RPA

Les concentrations adimensionnelles des réactifs que l'on obtient dans le cadre d'un modèle RPA-RPA sont présentées dans le tableau ci-dessous. Les valeurs obtenues peuvent être commentées comme suit. La concentration de A au sein du liquide est très faible, soit 1 % de la concentration théorique maximale, correspondant à l'équilibre thermodynamique et en l'absence d'épuisement de A en phase gaz. Ceci est lié au fait que la réaction est suffisamment rapide au sein du liquide pour épuiser la phase liquide en réactif gazeux. Le transfert de A de la phase gaz vers la phase liquide est peu efficace, la concentration de A en sortie gaz étant 91 % de la concentration entrante. La disparition de A est entièrement liée à la réaction. Son évacuation en phase liquide est négligeable.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur
C_{ALS}^*	Tableau III-19 avec $\frac{ C_{ALS}^* - C_{ALE}^* }{\lambda} \ll 1 - C_{AGS}^*$ Résolution de $\frac{NUT_{OG}(1 - C_{ALS}^*)}{1 + NUT_{OG}} = \frac{C_{ALS}^* Da_A}{1 + P \times Da_A C_{ALS}^*}$	0,0101
C_{AGS}^*	Tableau III-19 ou Tableau XVI-13 Résolution de $1 - C_{AGS}^* = NUT_{OG}(C_{AGS}^* - C_{ALS}^*)$	0,91
VÉRIFICATION DE L'HYPOTHÈSE	$\frac{ C_{ALS}^* - C_{ALE}^* }{\lambda} = \frac{0,01}{2690} = 3,75 \times 10^{-6} \ll 1 - C_{AGS}^* = 0,09$	vrai
C_{BLS}^*	Tableau III-19 ou Tableau XVI-13 Résolution de : $1 - C_{BLS}^* = P \times Da_A C_{ALS}^* C_{BLS}^*$	0,62

12. Taux de conversion des réactifs et efficacité du réacteur

Les taux de conversion des réactifs et l'efficacité de la réaction sont présentés ci-dessous.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur
X_A	Tableau XVI-13 : $X_A = 1 - C_{AGS}^*$	0,093
X_B	Tableau XVI-13 : $X_B = 1 - C_{BLS}^*$	0,384
$\eta_{réacteur}$	Tableau XVI-13 : $\eta_{réacteur} = C_{ALS}^* C_{BLS}^*$	0,00629
$\frac{Da_A(1-X_B)}{NUT_{OG}}$	Tableau XVI-13 ; la valeur élevée du groupement indique que la réaction est rapide au sein du liquide et que l'on a $C_{ALS}^* \rightarrow 0$ ce qui conduit à $\eta_{réacteur} \cong \frac{NUT_{OG}}{Da_A}(1-X_A)$ et $1-X_A = C_{AGS}^* \cong \frac{1}{1+NUT_{OG}}$	88,8
LIEN ENTRE $\eta_{réacteur}$ ET $k_{AL}a_{LG}$	$\eta_{réacteur} \cong \frac{NUT_{OG}}{Da_A(1+NUT_{OG})} = \frac{k_{AL}a_{LG}}{k_{1,1}C_{BLE} \varepsilon_L + k_{AL}a_{LG}}$	-

La conversion de A est faible, celle de B est modérée. L'efficacité du réacteur est faible. La concentration de A est faible au sein du liquide et la vitesse de conversion est limitée par le transfert de matière gaz-liquide. Dans cette configuration, l'efficacité augmente avec l'augmentation du coefficient volumique de transfert de matière gaz-liquide. Il est alors favorable de construire une colonne plus haute et fonctionnant avec une vitesse superficielle de gaz plus élevée. Toutefois, le coût de fonctionnement de cette colonne est plus élevé, car le gaz doit être davantage comprimé pour être injecté en pied de colonne. L'utilisation d'une cuve agitée pourrait être intéressante, car cette technologie permet de générer des coefficients de transfert de matière volumique bien plus élevés.

XVII. Atomisation et contacteurs à gouttes

XVII.6.1 Questions générales

1. La grandeur physique la plus importante pour imposer la taille des gouttes est la vitesse relative entre le gaz et le liquide. La principale grandeur physique secondaire est l'épaisseur de la nappe de liquide ou du diamètre du jet de liquide créés.

XVII.6.2 Recherche de conditions opératoires appropriées

1. Au vu du débit à traiter, $\dot{M}_L = 10 \text{ kg s}^{-1}$ soit 36 t h^{-1} , il convient de choisir l'atomiseur FS 160. L'estimation du diamètre équivalent est présentée dans le tableau ci-dessous. Afin d'atteindre le diamètre de surface volumique voulu, la vitesse périphérique de la roue doit être de 85 m s^{-1} . Toutefois, la précision de la corrélation n'est pas indiquée.

Paramètre	Précisions	Valeur			Unité
		min	max	opérateur	
POINT DE FONCTIONNEMENT					
N	Tableau XVII-4	6000	18000	6800	tr min ⁻¹
ω	$\omega = 2\pi N / 60$	628	1906	518	rad s ⁻¹
VITESSE PÉRIPHÉRIQUE	$u_{\text{périphérique}} = \omega D_{\text{turbine}} / 2$	75	229	85	m s ⁻¹
$d_{4,3}$	Corrélation atomiseur rotatif, Tableau XVII-8	$1,43 \times 10^{-4}$	$0,62 \times 10^{-4}$	$1,30 \times 10^{-4}$	m
$d_{3,2}$	$d_{4,3} = 1,3 \times d_{3,2}$	$1,10 \times 10^{-4}$	$0,48 \times 10^{-4}$	$1,00 \times 10^{-4}$	m

2. Les résultats des calculs sont consignés et commentés dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
ΔP_L	Corrélation buse à jet plein, Tableau XVII-8 $\Delta P_L = \left(3,08 (\mu_L / \rho_L)^{0,385} (\sigma \rho_L)^{0,737} \rho_G^{0,06} / d_{3,2} \right)^{1,85}$ Il faut travailler à environ 40 bars.	$3,82 \times 10^6$	Pa
u_L	Tableau XVII-8 : $u_L = \sqrt{2\Delta P_L / \rho_L}$	87,3	m s ⁻¹
$\dot{M}_{L \text{ buse}}$	Tableau XVII-8 ($d_{\text{buse}} = 2 \times 10^{-3}$ m) : $\dot{M}_{L \text{ buse}} = \rho_L u_L \pi d_{\text{buse}}^2 / 4$	0,274	kg s ⁻¹
N_{buses}	$N_{\text{buses}} = \dot{M}_L / \dot{M}_{L \text{ buse}}$ Si l'on travaille avec 36 buses, la pression doit être un peu plus élevée pour traiter le débit. Afin d'installer moins de buses, on pourrait utiliser des buses de plus gros diamètre.	36,4	-

XVII.6.3 Calcul d'un laveur venturi pour capter des poussières

L'efficacité de capture doit être estimée pour chaque classe de taille des particules. L'efficacité totale est estimée par la somme pondérée des efficacités par classe.

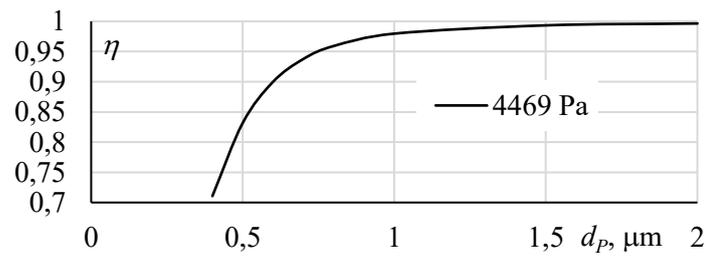
Efficacité de capture pour les différents diamètres à une vitesse de gaz de 72 m s⁻¹.

d_p	x_i	C_C	Stk_i	$h(Stk_i)$	η_i	$x_i \eta_i$
Données		Tableau XIII-8	Tableau XVII-13 avec $f = 0,5$ et $\dot{v}_{G \text{ col}} = 72 \text{ m s}^{-1}$			
m	kg_i / kg_{total}	-	-	-	-	-
5×10^{-6}	0,05	1,033	235,2	0,472	0,999	0,050
4×10^{-6}	0,14	1,041	151,7	0,461	0,999	0,140
3×10^{-6}	0,32	1,055	86,4	0,441	0,998	0,319
2×10^{-6}	0,25	1,082	39,4	0,397	0,996	0,249
1×10^{-6}	0,14	1,164	10,6	0,275	0,980	0,137
$0,8 \times 10^{-6}$	0,08	1,205	7,0	0,225	0,959	0,077
$0,6 \times 10^{-6}$	0,02	1,273	4,2	0,162	0,900	0,018

On fait varier la vitesse du gaz au niveau du col jusqu'à obtention de la valeur voulue de l'efficacité totale. Les valeurs numériques sont présentées dans les tableaux ci-dessus et ci-dessous. Les conditions de fonctionnement retenues sont les suivantes.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
$\dot{v}_{G\,col}$	Cette valeur est retenue, car elle permet de respecter la contrainte d'efficacité pondérale de 0,99.	72	m s ⁻¹
$d_{3,2}$	Diamètre de Sauter et donc de surface volumique des gouttes estimé par corrélation (Tableau XVII-12).	$97,6 \times 10^{-6}$	m
$\eta_{pondérale} = \sum_i x_i \eta_i$	Les valeurs des efficacités locales et des titres massiques sont données dans le tableau ci-dessus.	0,990	-
ΔP_f	Application des relations du Tableau XVII-14 $Re_g = 468$; $C_{xg} = 0,579$; $L^* = 2,14$; $X = 1,53$	4469	Pa

On peut tracer l'efficacité de capture en fonction du diamètre des particules. La courbe obtenue, présentée ci-dessous, peut être comparée aux courbes de la Figure XVII-11.



XVIII. Contacteurs à film tombant

XVIII.5.1 Questions générales

1. Les tubes étant longs devant leur diamètre et le film étant mince, la dispersion axiale des phases gaz et liquide est faible et l'écoulement est piston. Cette configuration permet de travailler à contre-courant ce qui, dans le cas d'un transfert limité par un équilibre thermodynamique permet de maximiser l'efficacité thermodynamique du réacteur. Pour des systèmes non limités par un équilibre, le comportement piston conduit à une maximisation du gradient de force motrice, conduisant à des volumes de réacteur plus faibles que ceux observés pour des systèmes parfaitement agités.
2. L'épaisseur du film ruisselant est millimétrique pour des fluides visqueux et submillimétrique pour des fluides peu visqueux.
3. Les contacteurs à film tombant sont utilisés dans des applications d'évaporation et de condensation de phases pures. Ils sont également utilisés dans des réactions gaz-liquide très rapides et très exothermiques, comme les halogénations et les sulfonations de composés organiques.

IX. Colonnes à plateaux et à garnissage

XIX.11.1 Questions générales

1. Voir début du chapitre.
2. En distillation fractionnée, domaine d'utilisation principal des colonnes gaz-liquides gravitaires opérées à contre-courant, le rapport des débits molaires liquide et vapeur circulant est de l'ordre de l'unité, car la volatilité relative des composés à séparer, α_{21} , est de l'ordre de l'unité (comprise entre 1,1 et 5). Les masses molaires moyennes des mélanges formant les deux phases étant voisines, le rapport des débits massiques des phases est également de l'ordre de l'unité. Dès lors, la valeur du facteur de débit, F_{LG} est environ la racine carrée du rapport des masses volumiques du gaz et du liquide. La masse volumique du gaz est inversement proportionnelle à la pression de travail, alors que la masse volumique du liquide est de l'ordre de 600 à 900 kg m³ et ne dépend pas de la pression. F_{LG} diminue ainsi comme la racine carrée de la pression de travail : Le régime de l'émulsion prédomine en distillation sous pression ($F_{LG} > 0,1$) le régime des jets en distillation atmosphérique ($0,02 < F_{LG} < 0,03$), et le régime des gouttes en distillation sous vide ($0,001 < F_{LG} < 0,03$).
3. La traînée hydrodynamique et la résultante des forces de pesanteur. La traînée hydrodynamique, dominée par l'inertie du gaz étant donné la vitesse de gaz et la taille des gouttes impliquées, est orientée vers le haut, dans le sens de l'écoulement du gaz. La résultante des forces de pesanteur est orientée vers le bas.
4. Lorsque l'on augmente la vitesse superficielle du liquide, la rétention de liquide augmente. De ce fait la fraction de vide disponible à l'écoulement du gaz diminue. Ainsi, à vitesse superficielle du gaz donnée, la vitesse interstitielle du gaz augmente avec l'augmentation de la vitesse superficielle du liquide, ce qui précipité l'apparition de l'engorgement.
5. Les corrélations de la rétention de liquide font intervenir les forces visqueuses et inertielles du liquide ainsi que la résultante des forces de pesanteur (Tableau XIX-12).

XIX.11.2 Dimensionnement hydrodynamique de colonnes

Les étapes permettant de dimensionner une colonne à plateaux sont présentées dans l'ordre dans le Tableau XIX-8. Les calculs relatifs aux trois premières questions de l'exercice sont présentés sous forme tabulaire ci-dessous. On obtient une colonne de 29 plateaux, d'une hauteur de 17,4 m et d'un volume de 32 m³. La perte de charge du gaz est de 0,1 bar. Les étapes permettant de dimensionner une colonne garnie sont présentées dans l'ordre dans le Tableau XIX-17. Les calculs relatifs aux questions quatre et cinq de l'exercice sont présentés sous forme tabulaire ci-dessous. Les grandeurs géométriques caractérisant les garnissages sont rappelées. Les caractéristiques géométriques et opératoires sont déterminées pour les quatre garnissages.

QUESTIONS 1 À 3 : DIMENSIONNEMENT DE LA COLONNE À PLATEAUX

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
\dot{V}_G	À partir des données de l'énoncé	0,6739	m ³ s ⁻¹
\dot{V}_L	À partir des données de l'énoncé	0,0129	m ³ s ⁻¹
F_{LG}	À partir de sa définition ; Tableau XIX-1	0,1565	-
CF''_{eng}	À partir de la corrélation de Fair ; Tableau XIX-1 ; N.B. : CF''_{eng} n'est pas la vitesse du gaz à l'engorgement.	0,0853	m s ⁻¹
$(\dot{V}_G / A_n)_{eng}$	À partir de la définition de CF'' ; Tableau XIX-1 N.B. : Vitesse superficielle min. menant à l'engorgement.	0,615	m s ⁻¹
$(\dot{V}_G / A_n)_{nom}$	Tableau XIX-8, Étape 4 N.B. : Vitesse superficielle en fonctionnement nominal.	0,400	m s ⁻¹
A_n	Tableau XIX-8, Étape 4 N.B. : A_n est calculée connaissant la vitesse superficielle nominale du gaz ainsi que son débit volumique.	1,686	m ²
$u_{L\text{ descente}}$	Tableau XIX-8, Étape 5 ; corrélation de Glitsch	0,148	m s ⁻¹
A_d	Tableau XIX-8, Étape 5 : $A_d = \dot{V}_L / u_{L\text{ descente}}$	0,0867	m ²
$A_t = A_{col}$	Tableau XIX-8, Étape 5 : $A_t = A_n + 2A_d$ N.B. : Facteur 2 car une passe, Tableau XIX-1, 3 ^e note.	1,86	m ²
D_{col}	$D_{col} = \sqrt{4A_t / \pi}$; N.B. : Colonne cylindrique.	1,54	m
Vérif. charge du barrage	Tableau XIX-8, Étape 6 : $A_d / A_t = 0,047$; $w / D_{col} = 0,6$ $(\dot{V}_L / N_{passes}) / w = 0,014$ et $((\dot{V}_L / N_{passes}) / w)_{max} = 0,031$	charge correcte	-
E_{OC} à partir de E_{OG}	Tableau XIX-6 : $E_{MG} = E_{MG\ dry} = E_{OG}$; liquide mélangé ; primage et pleurage négligés Tableau XIX-7 : $E_{OC} = E_{MG}$	0,7	-
E_{OC}	Tableau XIX-7 : Corrélation de O'Connell	0,56	-
$N_{étages\ réels}$	$N_{étages-réels} = NET / E_{OC}$	29	-
Z_{col}	$Z_{col} = T_S \times N_{étages-réels}$	17,4	m
V_{col}	$V_{col} = A_{col} Z_{col}$	32,3	m ³
h_d	Tableau XIX-2 : $K_0 = 0,820$	0,0178	m
h_σ	Tableau XIX-2	0,0034	m
h_{cl}	Tableau XIX-2 ($CF_a = 0,0491$; $\alpha_e = 0,445$)	0,0441	m
h_t	Tableau XIX-2 ; somme des termes précédents	0,0654	m
$\Delta P_{plateau}$	$\Delta P_{plateau} = \rho_L g h_t$	364	Pa
$h_{L\text{ descente}}$	Tableau XIX-4 ; $h_{rés}$ et α_d sont des données N.B. : La valeur est acceptable, car très inférieure à T_S .	0,319	m
ΔP_{col}	$\Delta P_{col} = N_{étages\ réels} \Delta P_{plateau}$	10570	Pa

QUESTIONS 4 ET 5 : DIMENSIONNEMENT DES COLONNES À GARNISSAGE

Paramètre	Précisions	Valeurs				Unité
		Pall	Pall	Pall	Raschig	
Géométrie	Choix des garnissages					-
Matériau		Céramique	Céramique	Acier	Céramique	-
d_{nom}	Grandeurs géométriques, Tableau XIX-9	0,0254	0,0508	0,0254	0,0254	m
a		220	121	205	190	m ⁻¹
F_P		350	142	183	587	m ⁻¹
ε		0,75	0,78	0,94	0,74	-
F_{LG}	Tableau XIX-9 corrélation GPDC	0,156				
Y_{eng}		0,0897				
$(\dot{V}_G / A)_{eng}$	Tableau XIX-9 ; définition de Y	0,497	0,780	0,687	0,384	m s ⁻¹
$(\dot{V}_G / A)_{nom}$	Tableau XIX-17 Étape 3	0,323	0,507	0,447	0,249	m s ⁻¹
$A = A_{col}$		2,09	1,33	1,51	2,70	m ²
D_{col}	$D_{col} = \sqrt{4A / \pi}$	1,63	1,30	1,39	1,85	m
\dot{v}_L	Tableau XIX-17 Étape 4. $\dot{v}_L \gg \dot{v}_{L \min}$ Tableau XIX-13	22,2	34,8	30,7	17,1	m h ⁻¹
		0,0062	0,0097	0,0085	0,0048	m s ⁻¹
Re_L	Tableau XIX-12	106,1	302,9	157,5	94,9	-
$\varepsilon\beta_L$	N.B. : point de charge	0,054	0,060	0,066	0,043	-
Re_G	Tableau XIX-11 $K_w = 1$; N.B. : Les calculs sont effectués au point de charge.	9304	26558	13808	8319	-
ψ_0		3,28	3,23	3,26	3,29	-
ϕ_P		0,28	0,28	0,28	0,00	-
$\Delta P_{f \text{ dry}} / Z$		181,0	214,7	162,6	135,1	Pa m ⁻¹
$\Delta P_f / Z$		320,9	396,0	282,6	214,1	Pa m ⁻¹
σ_c / σ	Tableau XIX-15	1	1	1	1	-
Fr_L	1. $\sigma_c / \sigma = 1$ (énoncé) 2. transfert du léger	0,000852	0,001155	0,001519	0,000439	-
We_L		0,00900	0,04034	0,01847	0,00621	-
a_{LG} / a	$m_A = \frac{\dot{V}_G}{\dot{V}_L \lambda} = 41,8 \frac{m_G^3}{m_L^3}$ 3. la limitation est mixte (gaz et liquide).	0,72	0,85	0,78	0,70	m ⁻¹
k_{AG}		0,00947	0,00897	0,01339	0,01013	m s ⁻¹
k_{AL}		0,000675	0,001267	0,000814	0,000601	m s ⁻¹
K_{AG}		0,00709	0,00767	0,00961	0,00722	m s ⁻¹
k_{AG} / K_{AG}		0,75	0,86	0,72	0,71	-
HUT_{OG}	Tableau XIX-14	0,287	0,643	0,292	0,258	m
HET	Tableau XIX-16	0,287	0,643	0,292	0,258	m
Z_{col}	$Z_{col} = Z = NET \times HET$	5,7	12,9	5,8	5,2	m
V_{col}	$V_{col} = A_{col} Z_{col}$	12,0	17,1	8,8	14,0	m ³
ΔP_{col}	$\Delta P_{col} = (\Delta P_f / Z) Z_{col}$	1840	5095	1651	1106	Pa

6. DISCUSSION DES RÉSULTATS

Les différents résultats peuvent être commentés comme suit.

- i. Concernant les garnissages, la section de la colonne est comprise entre 1,33 et 2,70 m². Elle diminue lorsque l'on augmente le diamètre nominal du garnissage ou lorsque l'on augmente la porosité par changement de matériau. La section est particulièrement élevée pour des garnissages non évidés, les anneaux Raschig.
- ii. La section de la colonne à plateaux (1,86 m²) est du même ordre de grandeur que celle des colonnes garnies. Ceci s'explique par le fait que l'engorgement a lieu pour des vitesses superficielles de gaz comparables, quelle que soit la technologie.
- iii. La distillation ayant lieu sous pression, la vitesse superficielle du liquide est élevée, comparée à la vitesse minimale de mouillage, soit $\dot{v}_L \gg \dot{v}_{L\min}$. Ceci conduit à un mouillage satisfaisant des garnissages, $0,7 < a_{LG}/a < 0,85$.
- iv. Pour les différents garnissages, la rétention de liquide est comprise entre 4,3 et 6,6 %. La rétention la plus faible est obtenue pour les anneaux Raschig, la plus forte pour les anneaux Pall métalliques.
- v. Pour toutes les colonnes garnies, le transfert de matière est partiellement limité côté gaz et partiellement côté liquide ($k_{AG} < K_{AG} < m_A k_{AL}$). Les deux coefficients doivent être évalués et l'incertitude attachée au calcul des coefficients en est augmentée.
- vi. La hauteur d'une unité de transfert est d'environ 0,3 m pour un diamètre nominal d'un pouce, le double pour un diamètre nominal double. Les valeurs correspondent à la limite basse des valeurs de la littérature (Tableau XIX-16).
- vii. Quel que soit le garnissage, la hauteur de la colonne et son volume sont significativement plus faibles que ceux de la colonne à plateaux. La technologie des colonnes garnies conduit à une intensification volumique des transferts. Pour les colonnes garnies, le volume le plus faible est obtenu pour les anneaux Pall métalliques, le plus important pour les anneaux Pall d'un diamètre nominal de deux pouces.
- viii. La perte de charge des colonnes garnies est significativement plus faible que la perte de charge de la colonne à plateaux. La plus faible perte de charge est obtenue pour les anneaux Raschig, car la vitesse superficielle du gaz est plus faible. La plus forte perte de charge est obtenue pour les anneaux Pall d'un diamètre nominal d'un pouce. Ceci est lié au fait que la vitesse du gaz est élevée et que la colonne est significativement plus longue que les autres.
- ix. La colonne la plus performante (faible volume et perte de charge) est celle garnie avec des anneaux Pall métalliques. Le volume de la colonne est 3,7 fois plus faible que celui de la colonne à plateaux, la perte de charge est 6,4 fois plus faible.

XX. Séparations mécaniques gaz-liquide

XX.5.1 Questions générales

1. On peut avoir des flux gazeux portant de fines gouttes de liquide, les aérosols liquides. On peut également devoir traiter des mélanges gaz-liquide à débits massiques de phases comparables. Une troisième configuration rencontrée sont les flux liquides comportant des fines bulles de gaz. La dernière configuration est constituée par les mousses.
2. Les principes physiques majoritairement utilisés sont la séparation gravitaire et l'interception inertielle. Pour une séparation gravitaire, la vitesse du gaz doit être égale ou inférieure à 2 m s^{-1} , alors qu'elle peut aller jusqu'à 10 m s^{-1} pour une séparation par interception inertielle (voir Tableau XX-2). Des gouttes submicroniques ne peuvent être captées que par un mécanisme d'interception diffusionnelle. La vitesse du gaz est typiquement comprise entre $0,02$ et $0,2 \text{ m s}^{-1}$.
3. Les critères de dimensionnement des ballons sont l'efficacité de capture des gouttes constituant l'aérosol liquide, l'efficacité de désengagement des bulles de gaz et le temps de séjour du liquide permettant de contrôler son niveau. L'orientation du ballon est fonction du critère limitant, qui dépend des débits relatifs des phases. Pour des débits de liquide élevés, l'efficacité de désengagement et le temps de séjour sont critiques. On s'oriente alors vers des ballons horizontaux, caractérisés par des rétentions de liquide plus importantes.

XX.5.2 Dimensionnement d'un ballon de séparation pour une distillation flash

Les calculs relatifs au dimensionnement sont présentés et commentés sous forme tabulaire ci-dessous.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
$\dot{V}_G \text{ max}$	À partir des données de l'énoncé ; Tableau XX-2	2,92	m s^{-1}
D_{ballon}	Tableau XX-4	1,186	m
h_{liquide}	À partir du débit et du temps de séjour ; Tableau XX-4	1,79	m
$\rho_{\text{mél}}$	Connaissant les débits et les masses volumiques et en appliquant un modèle homogène ; Tableau XV-5. N.B. : $\varepsilon_G = 0,998$, l'écoulement est à phase gaz continue.	2,51	m s^{-1}
d_{piquage}	À partir du débit volumique et de $\rho_{\text{mél}}$ Tableau XX-4	0,41	m
H_{ballon}	Tableau XX-4 ; N.B. : $H_{\text{ballon}} / D_{\text{ballon}} = 2,58$	3,06	m
RÉGIME CONDUITE	$\dot{v}_G = \dot{V}_G / A_{\text{piquage}} = 24,53 \text{ m s}^{-1}$ N.B. : La vitesse superficielle du gaz est élevée.	annulaire	-

XXI. Réacteurs catalytiques gaz-liquide-solide

XXI.6.1 Questions générales

1. Hydrogénations, oxydations catalytiques de composés lourds, désulfuration et dénitrification de gazoles, Synthèse d'hydrocarbures par procédé de Fischer-Tropsch.
2. La mise en œuvre est plus simple (pas de mouvement du catalyseur) et la distribution du temps de séjour des fluides est de type piston.

XXI.6.2 Désulfuration d'un gazole

ANALYSE GLOBALE DU PROCÉDÉ ET CARACTÉRISTIQUES HYDRODYNAMIQUES

1. On peut estimer la consommation maximale d'hydrogène ainsi que la production maximale de sulfure d'hydrogène. Les calculs sont détaillés dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
C_{BL0}	$C_{BL0} = \frac{x_{BL0}\rho_L}{M_{mol\ sulfure}}$ N.B. : Un atome de S par molécule de gazole soufrée	178	$\text{mol}_B\text{m}_L^{-3}$
C_{AG0}	$C_{AG0} = \frac{y_{AG0}P}{RT}$	950	$\text{mol}_A\text{m}_G^{-3}$
$\frac{\Phi_{BL0}}{A}$	$\frac{\Phi_{BL0}}{A} = \dot{v}_L C_{BL0} = \frac{\rho_L \dot{v}_L}{\rho_L} C_{BL0}$	1,56	$\text{mol}_B\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$
$\frac{\Phi_{AG0}}{A}$	$\frac{\Phi_{AG0}}{A} = \dot{v}_G C_{AG0} = \frac{\rho_G \dot{v}_G}{\rho_G} C_{AG0}$ soit $\Phi_{AG0} \gg \Phi_{BL0}$	75	$\text{mol}_A\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$
$\frac{\Phi_{AGZ\ min}}{A}$	$\frac{\Phi_{AGZ}}{A} = \frac{\Phi_{AG0}}{A} - \frac{v_A}{v_B} \frac{\Phi_{BL0}}{A}$ N.B. : Conversion totale soit $C_{BLZ} = C_{BLZ\ min} = 0$.	71,9	$\text{mol}_A\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$
$\frac{\Phi_{CGZ\ max}}{A}$	$\frac{\Phi_{CGZ\ max}}{A} = \frac{\Phi_{CG0}}{A} - \frac{v_C}{v_B} \left(\frac{\Phi_{BL0} - \Phi_{BLZ}}{A} \right)$ N.B. : On suppose l'alimentation en H ₂ S nulle et une désorption complète de H ₂ S, qui est évacué par le gaz.	1,56	$\text{mol}_C\text{m}_G^{-3}$
C_{AGZ}	$C_{AGZ\ min} = \frac{y_{AGZ\ min}P}{RT} = \frac{\Phi_{AGZ\ min} / A}{\Phi_{AGZ\ min} / A + \Phi_{CGZ\ max} / A} \frac{P}{RT}$ N.B. : Dilution max de H ₂ en phase gaz due à H ₂ S. On néglige la variation de pression au sein du réacteur.	929	$\text{mol}_A\text{m}_G^{-3}$
$\Delta T_{adiabatique}$	$\Delta T_{adiabatique} = \frac{(-\Delta H_{rB})\dot{v}_L C_{BL0}}{\dot{v}_G \rho_G c_{PG} + \dot{v}_L \rho_L c_{PL}}$	9,7	K

L'hydrogène est en large excès stœchiométrique et sa concentration varie peu dans le réacteur. Ces conditions opératoires sont souvent mises en œuvre dans les réacteurs commerciaux, la pression partielle élevée d'hydrogène permettant de protéger le catalyseur. Par ailleurs, l'élévation de température adiabatique est modérée et il n'est pas utile de mettre en place une opération de refroidissement intermédiaire.

2. Connaissant les caractéristiques physicochimiques des fluides et les conditions opératoires, on peut estimer les caractéristiques hydrodynamiques. Les calculs sont détaillés ci-dessous. Le réacteur est opéré en régime à haute interaction. La perte de charge diphasique est de l'ordre de $0,1 \text{ bar}\cdot\text{m}^{-1}$, soit très inférieure à la pression de travail et la saturation de liquide est d'environ $0,4$. Le catalyseur est entièrement mouillé.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation
RÉGIME D'ÉCOULEMENT	<p>Corrélation du Tableau XXI-7 : $\lambda = 0,950$; $\psi = 2,58$; $\phi = 5,56$</p> $\frac{\rho_G \dot{V}_G}{\lambda} = 0,158 \quad \frac{\rho_L \dot{V}_L \psi}{\phi} = 2,32 > \left(\frac{\rho_G \dot{V}_G}{\lambda} \right)^{-0,25} = 1,59$ <p>Le réacteur fonctionne en régime à haute interaction</p>
PERTE DE CHARGE ET SATURATION DE LIQUIDE	<p>Corrélation de Larachi et al. du Tableau XXI-10</p> $d_h = 7,03 \times 10^{-4} \text{ m} \quad ; X_G = 0,518 \quad ; Re_L = 68,2 \quad ; We_L = 3,29 \cdot 10^{-3}$ $\kappa = 0,357 \text{ soit } \Delta P_{f_{LG}} / Z = 9582 \text{ Pa m}^{-1} \quad ; \Gamma = 0,245 \text{ soit } \beta_L = 0,43$ <p>Utilisation du modèle de Fourar et al. du Tableau XXI-10</p> <p>L'égalité des expressions de la variation de pression linéique conduit à une expression implicite de β_L dont la solution est $\beta_L = 0,479$. On obtient par substitution dans une des expressions de $\Delta P_{LG} / Z$: $\Delta P_{LG} / Z = -5683 \text{ Pa m}^{-1}$.</p> <p>La perte de charge diphasique est obtenue par la relation du Tableau XXI-8 : $\Delta P_{f_{LG}} / Z = \beta_L \rho_{LG} - \Delta P_{LG} / Z = 8361 \text{ Pa m}^{-1}$.</p> <p>La corrélation et le modèle conduisent à des valeurs assez proches.</p>
EFFICACITÉ DE MOUILLAGE	<p>Corrélations du Tableau XXI-11</p> <p>Corrélation de Al-Dahhan $f_w = 1,44 > 1$ soit $f_w = 1$ (avec $\Delta P_{LG} / Z$ estimé ci-dessus)</p> <p>Critère de Gierman : $w = 7,67 \times 10^{-5} > 4 \times 10^{-6}$ soit $f_w = 1$</p>

LIMITATIONS INTERNES ET EXTERNES

3. La connaissance de la vitesse apparente massique permet d'estimer des modules de Weisz pour les deux réactifs mis en œuvre, selon la méthodologie exposée dans le Chapitre IV. La réaction étant d'ordre un par rapport aux deux composés, le module de Weisz est indépendant des concentrations mises en œuvre et peut être considéré constant au sein du réacteur. Les calculs sont détaillés ci-dessous. On notera que le coefficient de diffusion effectif de l'hydrogène est environ sept fois plus élevé que celui de l'hydrocarbure. Ceci est lié à la faible taille de la molécule d'hydrogène, qui lui confère une grande mobilité.

On trouve des valeurs du module de Weisz assez faibles. La réaction n'est pas limitée par la diffusion de l'hydrogène et est faiblement limitée par la diffusion de l'hydrocarbure au sein du catalyseur. La connaissance de la valeur de la vitesse apparente permet d'effectuer les calculs de conversion.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
CONCENTRATIONS INITIALES DES RÉACTIFS	$C_{BL0} = \frac{x_{BL0}\rho_L}{M_{mol\ sulfuré}}$	178	$\text{mol}_B \text{m}_L^{-3}$
	$C_{AL0} = m_A C_{AG0}$	191	$\text{mol}_A \text{m}_L^{-3}$
COEFFICIENTS DE DIFFUSION EFFECTIFS	$D_{B\text{eff}} = \frac{\varepsilon_P}{\tau_p} D_{BL}$	$1,80 \cdot 10^{-9}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
	$D_{A\text{eff}} = \frac{\varepsilon_P}{\tau_p} D_{AL}$	$1,30 \cdot 10^{-8}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
VITESSES DE RÉACTION VOLUMIQUE APPARENTES	$r_{B\text{vol app}} = r_{B\text{mass app}} \rho_P$	2,20	$\text{mol}_B \text{m}_{\text{cat}}^{-3} \text{s}^{-1}$
	$r_{A\text{vol app}} = \frac{v_A}{v_B} r_{B\text{vol app}}$	4,40	$\text{mol}_A \text{m}_{\text{cat}}^{-3} \text{s}^{-1}$
MODULES DE WEISZ	$\varphi'_G = \frac{q+1}{2a_P^2} \frac{r_{B\text{vol app}}}{C_{BL0} D_{B\text{eff}}}$	0,429	-
	$\varphi'_G = \frac{p+1}{2a_P^2} \frac{r_{A\text{vol app}}}{C_{AL0} D_{A\text{eff}}}$	0,111	-

4. à 7 : Pour l'hydrogène on évalue le coefficient de transfert de matière gaz-liquide, côté liquide et le coefficient de transfert de matière liquide-solide. Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous. La connaissance des coefficients de transfert partiels permet d'évaluer les coefficients de transfert globaux. Pour l'hydrocarbure, seul le coefficient de transfert de matière liquide-solide est évalué.

Le coefficient de transfert estimé pour l'hydrogène est bien plus élevé que celui de l'hydrocarbure. Comme pour la diffusion intraparticulaire, ceci est lié à la petite taille des molécules d'hydrogène, les rendant très mobiles.

La réaction étant d'ordre un par rapport aux deux réactifs, on peut estimer les fractions de résistance externe. Vu la faible valeur de ces fractions, on peut conclure que la réaction n'est pas limitée par le transfert externe des réactifs.

DIMENSIONS DU RÉACTEUR ET INFLUENCE DE LA DISPERSION AXIALE

8. Connaissant la cinétique apparente et sachant que l'on peut négliger le transfert externe, on peut estimer la VVH nécessaire pour atteindre la conversion souhaitée. Ceci permet de déterminer les dimensions du lit catalytique et de vérifier la validité du modèle piston

sans dispersion axiale. Les calculs sont effectués à la température moyenne des fluides, considérée, ici à 630 K. Les résultats sont présentés dans le dernier tableau.

Paramètre	Précisions concernant l'estimation	Valeur	Unité
$K_{AL(LG)}a_{LG}$	Tableau XXI-12, corrélation de Wild <i>et al.</i> En régime à forte interaction : $Sh_{AL(LG)}=9,7$. On pose ensuite $K_{AL(LG)}a_{LG} = k_{AL(LG)}a_{LG}$, la résistance côté gaz étant négligeable (voir Tableau XXI-5)	2,55	s ⁻¹
$k_{AL(LS)}a_p\varepsilon_S$	Tableau XXI-12, corrélation de Rao et Drinkenburg $Re_{L,i} = 395$; $Sc_{AL} = 1,48$; $Sh_{AL(LS)} = 36,8$	7,66	s ⁻¹
$(K_{AL}a)_{global}$	Combinaison des coefficients partiels, Tableau XXI-5	1,91	s ⁻¹
Critère de Mears pour l'hydrogène	Tableau XXI-6: $f_e = \frac{\nu_A \eta k_{B\ vol} C_{BL} \varepsilon_S}{(K_{AL}a)_{global}} = \frac{\nu_A r_{B\ vol\ app} \varepsilon_S}{C_{AL0} (K_{AL}a)_{global}}$; $f_e < 0,05$ Absence de limitation externe pour A	0,0072	-
$k_{BL(LS)}a_p\varepsilon_S$	Tableau XXI-12, corrélation de Rao et Drinkenburg $Re_{L,i} = 395$; $Sc_{BL} = 10,7$; $Sh_{BL(LS)} = 61,2$	2,05	s ⁻¹
Critère de Mears pour l'hydrocarbure	$f_e = \frac{\eta k_{B\ vol} m_A C_{AG}}{k_{BL(LS)} a_p} = \frac{r_{B\ vol\ app}}{C_{BL0} k_{BL(LS)} a_p}$; $f_e < 0,05$ Absence de limitation externe pour B	0,0036	-

Paramètre	Précisions concernant l'estimation
RÉSOLUTION DU BILAN ET VITESSE VOLUMIQUE HORAIRE	$K_{B\ app} = \eta k_{B\ vol} (T_{moy}) m_A C_{AG} = \frac{r_{B\ vol\ app}}{C_{BL0}} = 0,0124\ s^{-1}$ $1 - X_B = \frac{C_{BLZ}}{C_{BL0}} = \exp\left(-K_{B\ app} \varepsilon_S \frac{Z}{\dot{V}_L}\right)$ soit $\frac{\dot{V}_L}{Z} = -\frac{K_{B\ app} \varepsilon_S}{\ln(1 - X_B)}$ On trouve $\dot{V}_L / Z = 1,39 \times 10^{-3}\ s^{-1}$ soit une <i>VVH</i> de 5,0 h ⁻¹
DIMENSIONS DU LIT CATALYTIQUE	$V_{lit} = \frac{\dot{M}_L}{\rho_L VVH} = 18,9\ m^3$; $A = \frac{\dot{M}_L}{\rho_L \dot{V}_L} = 3,0\ m^2$; $D_{lit} = 1,95\ m$; $Z_{lit} = V_{lit} / A = 6,3\ m$
DISPERSION AXIALE	Tableau XXI-13 : $Pe_{maxLP} = 0,448$ $\frac{Z}{d_p} = 4200 > \frac{20}{0,448} \ln\left(\frac{1}{1 - X_B}\right) = 237$ La dispersion axiale peut être négligée.