

Chapitre 3

Fondamentaux du traitement d'image

Filtrage Linéaire

Exemples de noyaux de filtres typiques

Support de taille (3×3) : le plus répandu et le plus simple

$$\textcircled{1} \quad \left\{ \begin{array}{l} h = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad h = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad h = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & 9 & -3 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

Moyenneur Binomial-gaussien Rehausseur de contraste

$$\textcircled{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} h = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad h = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad h = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

Sobel horizontal Gradient oblique Laplacien

$$\text{Filtres } \textcircled{1} : \quad H(0,0) = \sum_i \sum_j h(i, j) = 1$$

$$\text{Filtres } \textcircled{2} : \quad H(0,0) = \sum_i \sum_j h(i, j) = 1$$

L'étude du noyau de convolution h permet de connaître la nature et les effets du filtre mis en oeuvre. Par exemple :

- si tous les coefficients du noyau sont positifs : le filtre est passe-bas et réalise une moyenne pondérée. Parfois, pour des pixels codés sur 8 bits, si le résultat de la somme pondérée est supérieure à 255, on le ramène par seuillage à 255. Ce type de filtrage a pour effet de lisser l'image afin de réduire, par exemple, le bruit ;
- si le noyau contient des coefficients positifs et négatifs, une différenciation est faite partiellement ou totalement. Le filtre correspondant a en partie ou totalement un comportement de type passe-haut. Une mise en évidence des fronts et des textures est alors obtenue ;

Des exemples de noyaux de filtre typiques sont ici présentés :

- des filtres-passe-bas : un moyeneur qui lisse l'image, le binomial-gaussien lisse aussi l'image de façon moins marquée mais plus régulière ;
- des filtres passe-haut : un rehausseur de contraste, des filtres différenciateurs orientés (Sobel horizontal, gradient oblique) et un différenciateur non orienté (laplacien).

Exemples d'application :

À titre d'exemple, un filtre passe-bas (3×3) « Binomial gaussien » et un filtre passe-haut (3×3) « Gradient oblique » sont appliqués à une partie de l'image *LENA* :



Après filtrage passe-bas par un filtre binomial-gaussien, les contours et les textures sont lissés. On observe ce phénomène notamment sur les zones d'ombre de l'épaule et du visage :



Après filtrage passe-haut par un filtre gradient oblique, les contours diagonaux de l'image sont mis en évidence :



Objectifs du filtrage

- Réduction du bruit
- Filtrage passe-bas avant sous-échantillonnage
- Amélioration du contraste

Filtres communs:

“Passe bas” (avec un gain DC unitaire)

$$H_1 = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad H_2 = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad H_3 = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Très bas Bas Moyen

(moyennage spatial)

“Passe haut” (avec un gain DC unitaire)

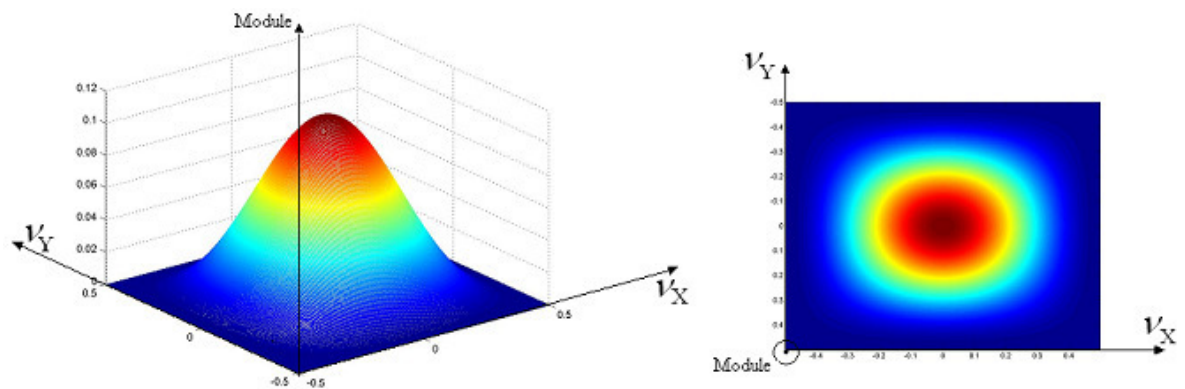
$$H'_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad H'_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad H'_3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Le filtrage spatial peut donc être divisé en 2 catégories :

- **Le filtrage passe-bas qui atténue les variations de luminance.** Il a donc pour effet de lisser le contenu de l'image et de limiter les variations brusques d'intensité. On l'utilise typiquement afin de réduire les effets du bruit, et de supprimer le contenu haute fréquence (détails de l'image) avant un sous-échantillonnage (afin de limiter le risque d'*aliasing* ou d'apparition de fréquences parasites cf. chapitre 1) ;
- **Le filtrage passe-haut met en évidence les variations de luminance qui caractérisent traditionnellement les contours** des objets ou de la texture d'une image. Un filtre passe-haut avec un gain unitaire permet par exemple de rehausser le contraste de l'image originale.

Il s'agit ici de présenter simplement quelques exemples de filtres typiques. Un utilisateur averti a la possibilité de choisir, voire de créer, le filtre correspondant à son besoin.

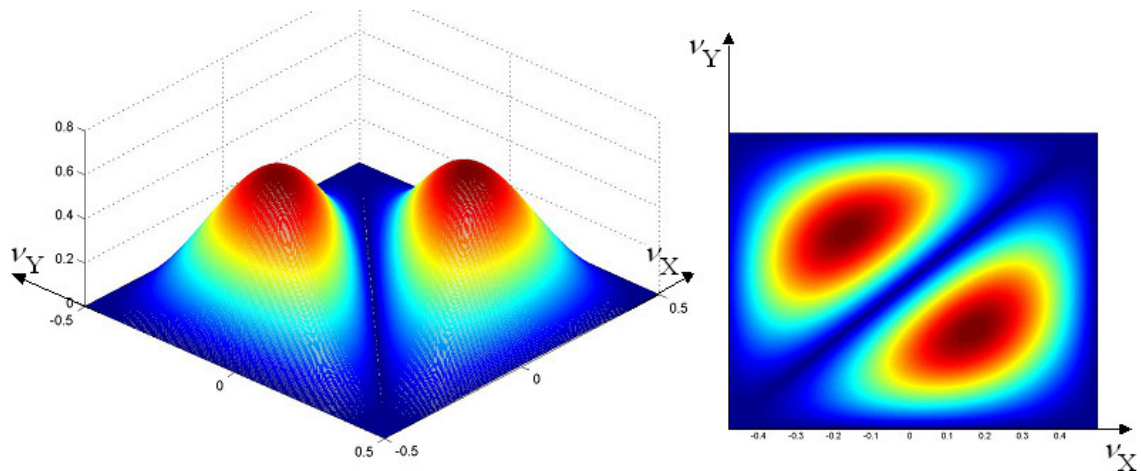
La figure ci-dessous présente le module du spectre obtenu par transformée de Fourier 2-D du filtre binomial gaussien H_3 (image de gauche) :



Le spectre bidimensionnel d'une image ou d'un filtre, représente une évolution du module de la transformée de Fourier selon les fréquences spatiales horizontales : « v_X » et verticales : « v_Y ». Usuellement, ce spectre est représenté par une vue de dessus, on parle alors de représentation dans le « plan de Fourier » (image de droite).

Sur le spectre du filtre binomial gaussien, le gabarit est celui d'un filtre passe-bas pour les fréquences horizontales et verticales. Sur l'image filtrée, les variations de luminance selon les axes horizontaux et verticaux sont donc diminuées : l'image est « lissée ».

Voici le spectre du filtre passe-haut « gradient oblique » utilisé précédemment sur une zone de l'image *LENA* :



Le filtre laisse passer les hautes fréquences diagonales. Sur l'image filtrée, les variations de luminances selon les directions diagonales sont accentuées. Les contours et les détails diagonaux sont mis en évidence.

Les concepts liés à la transformée de Fourier 2-D d'une image ou d'un filtre et aux fréquences spatiales sont plus amplement développés dans l'exercice « FFT » de ce même chapitre.

Exemples de filtres passe-bas

- Trois exemples de noyaux de convolution de filtres passe-bas à appliquer à l'image Lena.
- Gains en continu unitaires

	0	
0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Filtre 1

	0		
0	1/9	1/9	1/9
	1/9	1/9	1/9
	1/9	1/9	1/9

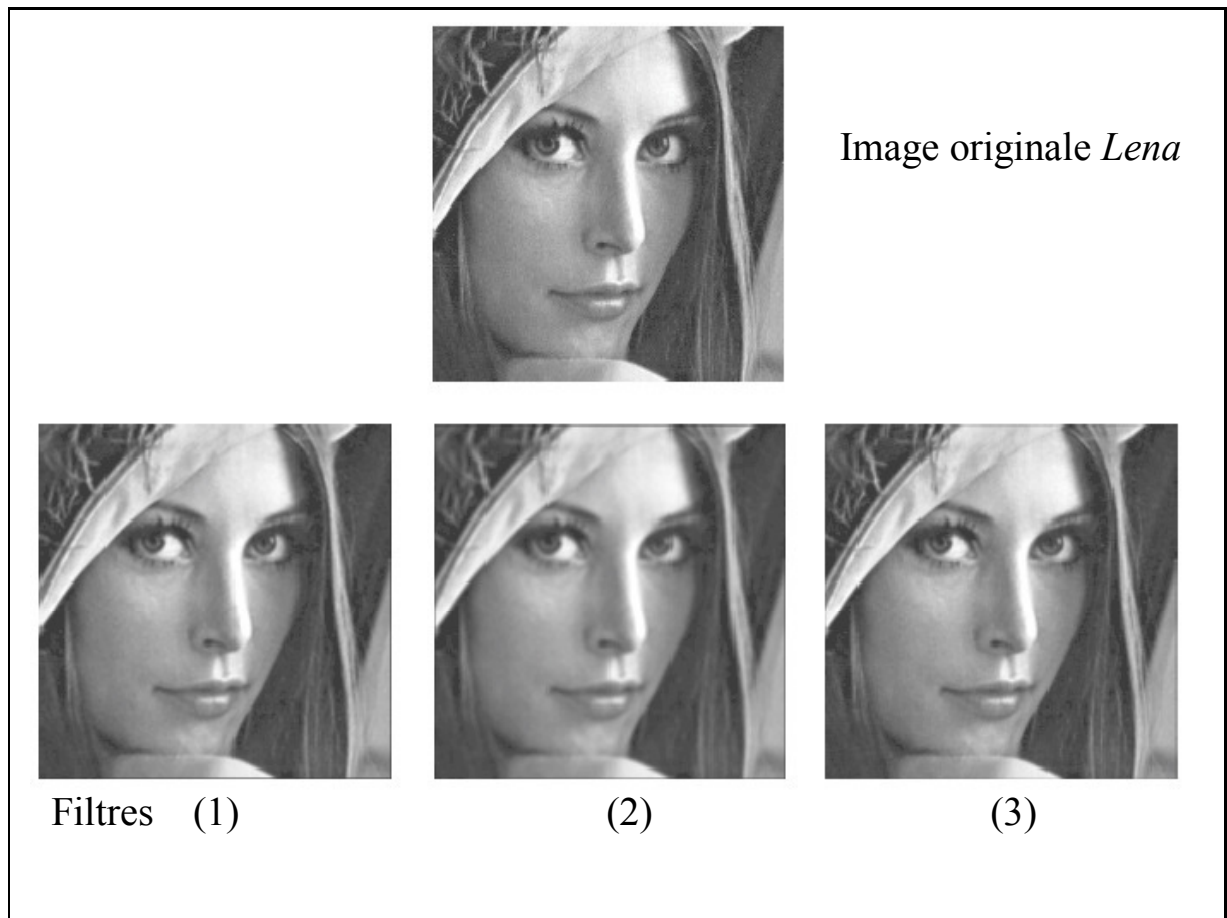
Filtre 2

	0		
	0	1/8	0
0	1/8	1/2	1/8
	0	1/8	0

Filtre 3

On se propose d'appliquer, à titre d'exemple, trois filtres passe-bas différents à l'image monochrome *Lena*. Ces trois filtres sont à gain unitaire. Pour chacun d'entre eux, l'origine $h(0,0)$ du noyau est indiquée par les marqueurs « 0 » horizontaux et verticaux.

Remarque : les filtres « 1 » et « 2 » sont des filtres moyenneurs de tailles respectives 2×2 et 3×3 . Après filtrage d'une image, chaque pixel a une valeur de luminance qui est la valeur moyenne des luminances de son voisinage (de taille 2×2 pour le filtre 1 et 3×3 pour le filtre 2) : l'image est donc « lissée ».



En haut l'image originale. En bas, de gauche à droite, les images filtrées respectivement par les filtres 1, 2 et 3. On parvient à distinguer sur les ombres du visage de *Lena* un effet de lissage après filtrage passe-bas, cependant les effets sont difficilement observables à l'œil nu. L'œil humain est en fait peu sensible aux hautes fréquences spatiales et il ne voit pas que la suppression de ces hautes fréquences a entraîné la perte des détails de l'image originale. Le filtrage passe bas n'entraîne donc ici que peu de pertes en qualité visuelle et permet d'effectuer un sous échantillonnage sans effet de repliement du spectre (*aliasing*).

Filtres 2-D séparables: convolution de 2 filtres 1-D

$$[h_{2-D}] \equiv [h_{1-D}^{(V)}] \otimes [h_{1-D}^{(H)}]$$

$$I_s(m,n) = h(m,n) \otimes I_e(m,n) : \text{filtrage linéaire 2-D}$$

$$I_s(m,n) = h_V(m) \otimes [h_H(n) \otimes I_e(m,n)] : \text{décomposition en deux filtres 1-D}$$

$$I_s(m,n) = h_V(m) \otimes I'(m,n) = h_H(n) \otimes I''(m,n) : \text{décomposition commutative}$$

Avec:

$$I'(m,n) = h_H(n) \otimes I_e(m,n) \quad \text{filtrage 1-D des lignes de l'image}$$

$$I''(m,n) = h_V(m,n) \otimes I_e(m,n) \quad \text{filtrage 1-D des colonnes de l'image}$$

- **Contraintes** : les poids des colonnes et lignes de h_{2D} doivent être proportionnels

Exemple 1

$$\begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a\alpha & b\alpha & c\alpha \\ a\beta & b\beta & c\beta \\ a\gamma & b\gamma & c\gamma \end{bmatrix}$$

Exemple 2

$$\begin{bmatrix} a & b & a \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} a \\ b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 & ab & a^2 \\ ab & b^2 & ab \\ a^2 & ab & a^2 \end{bmatrix}$$

Des filtres 2D (bidimensionnels) sont dits séparables s'il est possible de décomposer le noyau $[h_{2D}]$ en deux filtres mono-dimensionnels appliqués successivement en horizontal puis en vertical (ou inversement) : $[h_{2D}] = [h_{1D}^{(V)}] \otimes [h_{1D}^{(H)}]$, où le symbole $\otimes$ désigne le produit de convolution.

Il est donc possible de traiter séparément les lignes et les colonnes de l'image originale. Le résultat final $I_s(m, n)$ reste bien évidemment identique quel que soit le premier filtre mono-dimensionnel appliqué. Pour qu'un filtre 2-D soit séparable, il faut que les coefficients de ses lignes et de ses colonnes soient proportionnels : mathématiquement c'est rarement le cas, cependant plusieurs filtres usuels sont séparables.

Exemples de filtres séparables

- Moyenneur $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \otimes \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
- Amélioration de contraste $\begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & 9 & -3 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$
- Binomial gaussien $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \otimes \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
- Sobel horizontal $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Avantage : moins complexe
 Filtre 2D : $M \times N$ multiplications et additions par pixel (MAP)
 Filtre 2D séparable : $M + N$ multiplications et accumulations par pixel

Des exemples de filtres séparables sont présentés ici avec leur décomposition en filtres 1D. Les filtres séparables sont intéressants car ils permettent de réduire de façon parfois importante le nombre d'opérations (produits et additions) et donc le temps d'exécution. D'une façon générale, si le filtre est de taille $M \times N$, on a besoin de seulement $(M+N)$ multiplications et $(M+N-2)$ additions au lieu de $M.N$ multiplications et $M.N-1$ additions pour un filtre 2-D non séparable. Souvent on préfère parler d'opérations de type multiplications avec accumulation par pixel traité (noté 'MAP'). On passe donc de $M.N$ MAP pour un filtre non séparable à $(M+N)$ MAP pour un filtre séparable.