

Exercice Chapitre 3 – Convolution

Dans cet exercice, aucune programmation n'est demandée. Le but est d'effectuer, à la main, un filtrage en calculant le produit de convolution de l'image d'entrée avec le noyau d'un filtre donné.

Produit de convolution

Nous allons appliquer l'opérateur de convolution sur une petite portion de l'image « *BOATS* ». Sur la figure ci-dessous, cette portion est délimitée par le rectangle rouge contenant une partie du tangon du bateau de pêche.

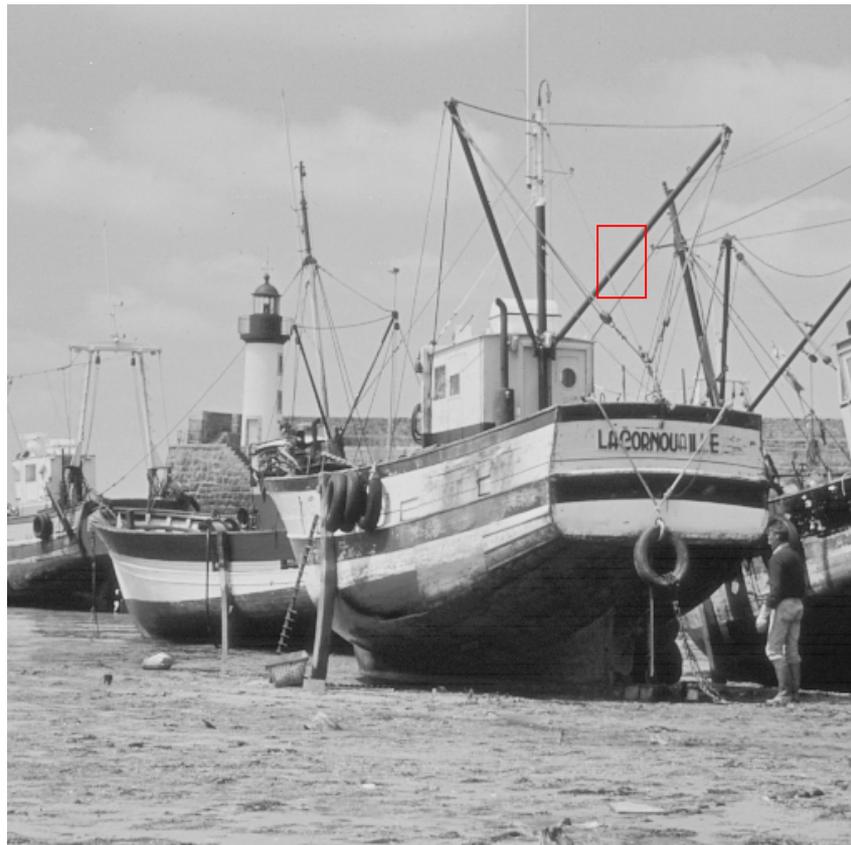


Image « BOATS »

La matrice I_0 suivante contient les valeurs de luminance des pixels pour la zone (20×11) délimitée par le rectangle rouge. On distingue facilement les pixels appartenant au tangon et au filin de pêche dans deux bandes diagonales de la matrice.

Ciel nuageux

Tangon de pêche

196	196	199	203	200	188	195	201	204	198	200
198	212	188	206	199	202	204	201	204	187	213
199	187	206	188	209	181	213	208	208	194	186
198	218	202	198	194	210	195	195	208	163	128
184	194	187	206	207	223	202	181	149	125	81
207	195	206	217	205	195	174	151	108	70	74
205	198	187	193	190	161	133	94	80	62	210
179	196	205	186	155	119	75	66	139	223	209
204	196	185	115	91	77	60	189	202	208	188
208	159	105	95	68	90	222	214	206	199	191
146	100	87	55	151	210	210	200	192	207	201
84	69	64	207	212	212	194	211	195	196	147
60	108	219	194	198	187	188	204	191	214	208
174	218	209	195	203	190	205	192	201	201	192
200	215	201	187	204	195	203	192	210	198	148
207	194	192	184	198	197	188	205	164	161	208
176	191	200	195	191	197	207	180	176	217	198
197	190	201	200	208	195	154	171	198	198	192
193	189	205	198	216	141	192	203	194	199	196
196	217	207	186	146	207	211	188	203	188	180

Filin de pêche

L'objectif est de réaliser deux types de filtrage sur quelques éléments de cette fenêtre.

1 - Filtrage Passe-Bas

On considère un filtre passe-bas binomial (3×3), dont le maque de convolution est le suivant :

$$\frac{1}{16} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

L'application de ce maque sur la zone (20×11) considérée délivre le résultat partiel suivant :

111	149	149	150	149	146	148	150	150	149	113
149	199	198	199	199	198	201	203	201	197	149
149	200	199	198	198	199	202	204	200	188	135
148	200	■	198	201	203	200	196	185	161	105
146	197	199	203	206	205	194	175	151	121	75
149	197	199	203	201	■	169	142	112	96	75
148	197	196	193	181	157	129	108	102	■	113
145	195	189	170	146	117	98	■	140	175	146
146	185	163	131	105	96	115	155	187	200	149
134	154	121	98	■	126	169	197	202	200	147
99	111	95	109	143	178	201	204	200	196	143
68	■	117	158	189	200	201	200	199	193	138
78	130	169	193	199	196	196	■	199	198	145
123	185	200	199	196	195	196	197	200	198	143
150	204	200	194	196	197	197	196	194	187	134
148	197	194	■	194	196	196	191	■	184	141
142	192	195	195	196	194	189	183	184	193	149
142	193	197	201	197	186	179	182	191	198	148
146	197	200	198	189	■	184	191	195	195	144
112	153	151	141	133	139	147	148	147	144	105

Renseignez les zones grisées afin d'obtenir la matrice I_S résultat (arrondir à la partie entière de l'élément calculé).

2 - Filtrage Rehausseur de contraste

On souhaite à présent améliorer la qualité de cette portion d'image en accentuant le contraste sur les bords des objets. Pour cela, on utilise le filtre *enhancement* dont le masque de convolution est le suivant :

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

L'application de ce masque sur la zone considérée donne le résultat partiel suivant :

586	373	408	410	410	343	382	405	417	399	589
383	291	117	252	178	238	209	188	220	126	492
412	100	265	121	283	71	277	223	226	226	395
389	309	201	200	■	257	155	183	325	160	210
321	186	127	221	207	301	237	208	123	162	78
451	170	244	275	216	212	189	198	90	■	9
441	207	133	185	236	168	161	40	-3	-273	705
290	202	271	262	189	127	■	-167	■	497	424
437	236	304	18	40	25	-263	403	268	228	332
531	186	■	132	■	-127	536	253	223	183	367
338	39	■	-265	210	387	224	173	152	247	460
145	-11	-262	510	292	257	149	262	■	217	130
-66	■	520	151	194	147	■	238	141	274	487
392	384	212	182	228	160	252	158	211	200	403
404	262	202	151	■	181	235	150	295	270	142
465	165	181	148	214	207	128	301	■	■	533
285	195	221	200	157	195	316	141	121	352	373
426	172	210	198	238	275	■	120	251	184	368
383	140	230	183	387	-105	251	270	167	219	409
570	493	427	379	121	537	468	323	445	358	516

Comme pour le filtre passe-bas précédent, renseignez les zones grisées afin d'obtenir la matrice I_S résultat.

3 - Effets de bords

Un pixel situé sur le bord de l'image n'a pas de voisinage en dehors de l'image. On ne peut donc pas, à priori, calculer directement l'élément de bord obtenu après convolution. Proposez des méthodes pour traiter tout de même les bords.

Correction de l'exercice : Convolution

1 - Voici la matrice obtenue après filtrage passe-bas, avec le filtre binomial (3 × 3) :

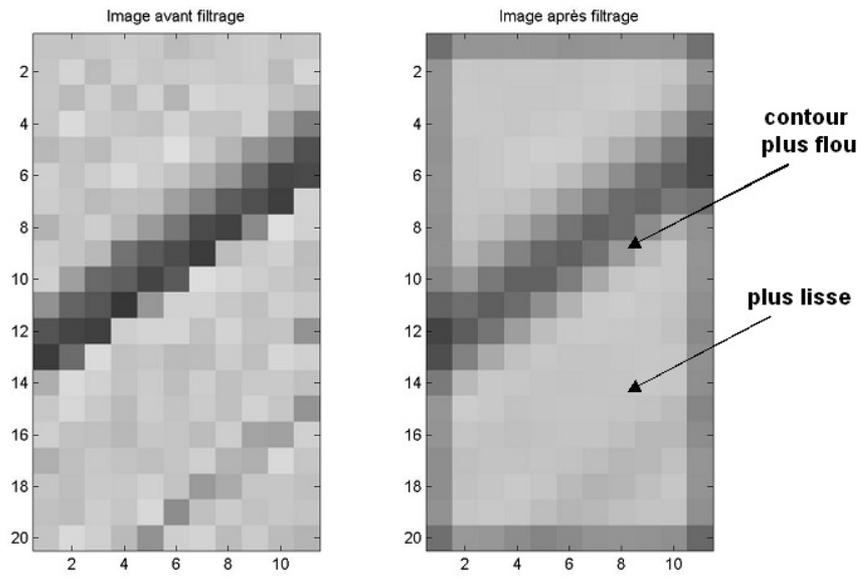
		n = 1											
		⋮											
			111	149	149	150	149	146	148	150	150	149	113
			149	199	198	199	199	198	201	203	201	197	149
			149	200	199	198	198	199	202	204	200	188	135
			148	200	200	198	201	203	200	196	185	161	105
			146	197	199	203	206	205	194	175	151	121	75
			149	197	199	203	201	189	169	142	112	96	75
			148	197	196	193	181	157	129	108	102	121	113
			145	195	189	170	146	117	98	108	140	175	146
			146	185	163	131	105	96	115	155	187	200	149
			134	154	121	98	98	126	169	197	202	200	147
			99	111	95	109	143	178	201	204	200	196	143
m = 11	-----	93	68	93	117	158	189	200	201	200	199	193	138
			78	130	169	193	199	196	196	198	199	198	145
			123	185	200	199	196	195	196	197	200	198	143
			150	204	200	194	196	197	197	196	194	187	134
			148	197	194	192	194	196	196	191	184	184	141
			142	192	195	195	196	194	189	183	184	193	149
			142	193	197	201	197	186	179	182	191	198	148
			146	197	200	198	189	181	184	191	195	195	144
			112	153	151	141	133	139	147	148	147	144	105

Le calcul est présenté en détail pour l'élément $I_s(11, 1)$:

$$\begin{aligned}
 I_s(11,1) &= \frac{1}{16} \cdot \sum_{i=-1}^{+1} \sum_{j=-1}^{+1} h(i,j) \cdot I_0(11-i,1-j) \\
 &= \frac{1}{16} \cdot \sum_{i=-1}^{+1} h(i,-1) \cdot I_0(11-i,1-(-1)) + h(i,0) \cdot I_0(11-i,1-0) + h(i,1) \cdot I_0(11-i,1-1) \\
 &= \frac{1}{16} \cdot \left[h(-1,-1) \cdot I_0(11+1,2) + h(-1,0) \cdot I_0(11+1,1) + h(-1,1) \cdot I_0(11+1,0) \right. \\
 &\quad + h(0,-1) \cdot I_0(11,2) + h(0,0) \cdot I_0(11,1) + h(0,1) \cdot I_0(11,0) \\
 &\quad \left. + h(1,-1) \cdot I_0(12-1,2) + h(1,0) \cdot I_0(12-1,1) + h(1,1) \cdot I_0(12-1,0) \right] \\
 &= \frac{1}{16} \cdot [1 \times 219 + 2 \times 108 + 1 \times 60 + 2 \times 64 + 4 \times 69 + 2 \times 84 + 1 \times 87 \\
 &\quad + 2 \times 100 + 1 \times 146] \\
 &= 1500/16 = 93.75
 \end{aligned}$$

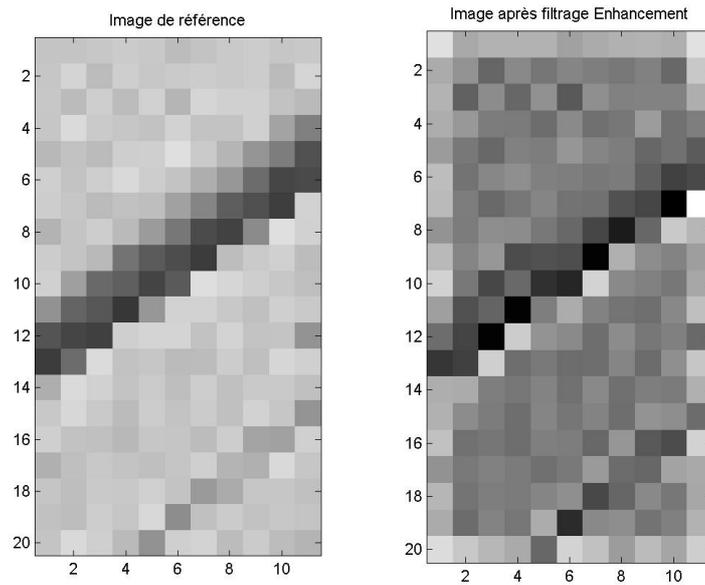
Donc : $I_s(11,1) = E[93.75] = 93$

Voici, sous Matlab, la visualisation de la matrice avant et après filtrage :



On voit très nettement l'effet de lissage du filtre passe-bas, engendré par la suppression des hautes et moyennes fréquences spatiales.

Voici la visualisation de la matrice avant et après filtrage :



En fait, le filtre *enhancement* utilisé ici est conçu en réalisant la somme d'un filtre identité et d'un filtre Laplacien (utile à la détection de contours) :

$$\begin{array}{ccc} \text{Identité} & \text{Laplacien} & \text{Enhancement} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} & \equiv \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

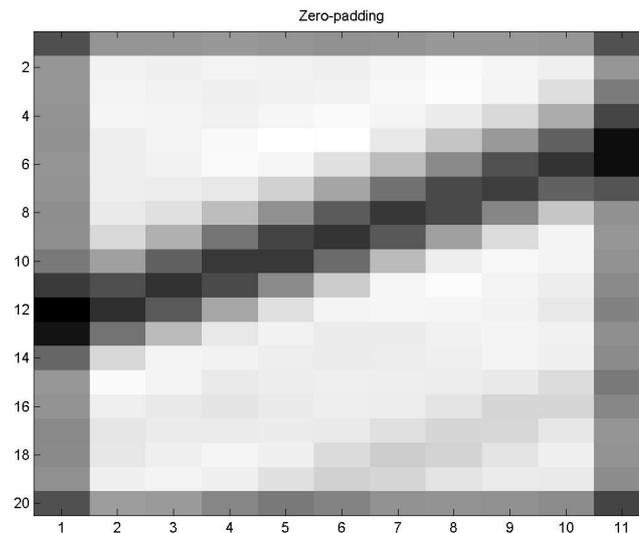
Le filtre *enhancement* est donc un filtre qui permet d'accentuer les contours (du tangon et du filin) dans l'image.

3 - Plusieurs méthodes existent pour traiter les bords d'une image : zero-padding, duplication, symétrie, ...
Pour plus d'informations sur ces méthodes, reportez vous à la correction de l'exercice du chapitre 3 : « Filtrage ».

Ici, nous présentons simplement quelques résultats obtenus, pour le filtrage passe-bas, avec différentes méthodes pour traiter les bords :

- Zero-padding :

Il s'agit du cas le plus simple : le voisinage en dehors de l'image est considéré comme un ensemble de pixels à valeurs nulles. On a donc l'apparition de bandes noires sur les bords :



- Duplication :

Le voisinage en dehors de l'image prend la valeur du pixel de l'image le plus proche (utilisation du paramètre '`replicate`' dans la fonction `imfilter` sous Matlab). Il n'y a pas cette fois de phénomène de bandes noires :

