II.2. Les outils

a) <u>Les réseaux de Petri</u>

Les réseaux de Petri sont largement utilisés pour la modélisation et l'analyse de systèmes à événements discrets. Ce succès est dû à de nombreux facteurs. Parmi ceux-ci, nous pouvons relever leur simplicité de compréhension, leur nature graphique se prêtant sans grande difficulté à la modélisation de phénomènes complexes, et la possibilité de disposer d'un arsenal de résultats mathématiques analytiques [Grolleau, Choquet-Geniet et al., 1999].

- **<u>Places, transitions et arcs</u>**

Un réseau de Petri est :

- un graphe ;
- formé de deux types de nœuds appelés places et transitions reliés par des arcs orientés ;
- et biparti, c'est-à-dire qu'un arc relie alternativement une place à une transition et une transition à une place.

Lorsqu'une place P_i est reliée à une transition t_j par un arc : $P_i \rightarrow t_j$, on parle de place en entrée de t_j.

Lorsqu'une transition t_j est reliée à une place P_i par un arc $t_j \rightarrow P_i$, on parle de place en sortie de t_j.

Une transition sans place en entrée est une transition source, une transition sans place en sortie est une transition puits (Figure 46).

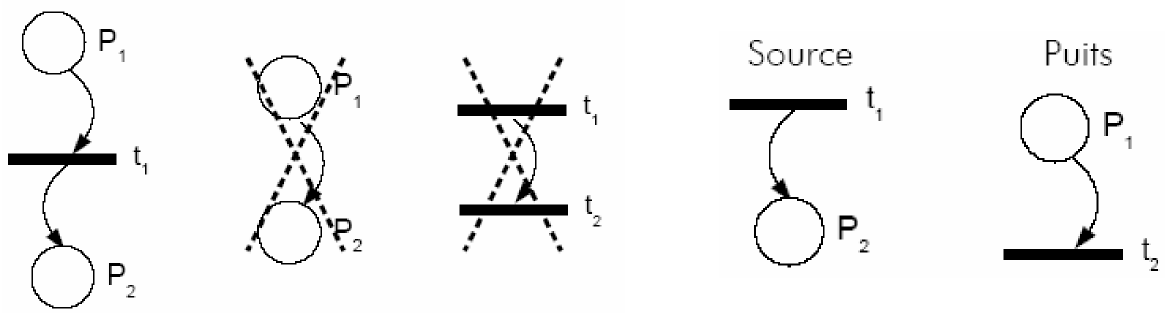

Figure 46 : RdP-Présentation

- **<u>Marquages</u>**

Chaque place d'un réseau de Petri peut contenir une ou plusieurs marques (on parle aussi de jetons). La configuration complète du réseau, avec toutes les marques positionnées, forme le marquage et définit l'état du réseau (et donc l'état du système modélisé).

Dans la suite, on traitera principalement des réseaux marqués, et de l'évolution des marquages.

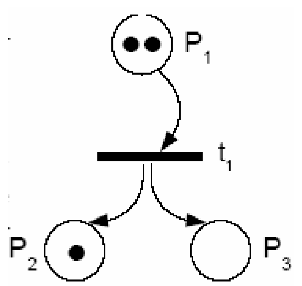

Figure 47 : RdP-Marquages

- **Franchissement de transitions**

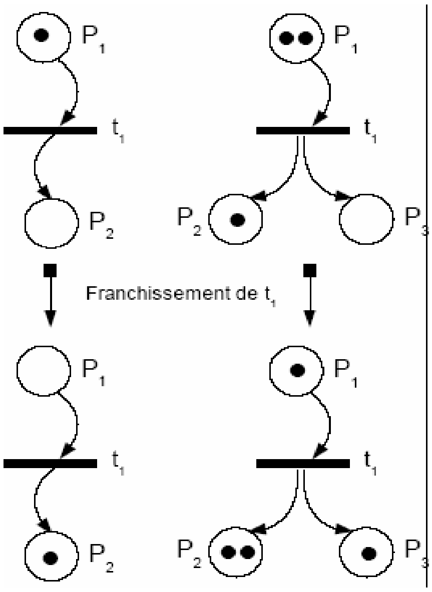

Figure 48 : RdP-Franchissement des transitions

Pour rendre compte de l'évolution du système modélisé, les réseaux de Petri intègrent un formalisme permettant de passer d'un marquage à un autre : c'est le franchissement des transitions.

Une transition est franchissable si chacune des places en entrée comporte au moins un jeton.

Pour les transitions franchissables, on définit le franchissement effectif selon les règles suivantes :

- le franchissement est une opération indivisible (atomique) ;
- un jeton est consommé dans chaque place en entrée
- un jeton est produit dans chaque place en sortie.

Les règles de validation et de tir des transitions décrites ci-dessus correspondent aux réseaux de Petri "simples". Elles sont souvent complétées par l'introduction de notions de poids sur les arcs, d'arc inhibiteur et de messages.

- **Poids :**

- le poids *n* d'un arc amont est égal au nombre minimal de jetons nécessaires dans la place à laquelle il est relié pour valider la transition (pour les réseaux de base, tous les poids des arcs amonts sont égaux à 1). Lors du tir de la transition, on retire *n* jetons de cette place ;
- le poids *n* d'un arc aval est égal au nombre de jetons qui sont ajoutés dans la place aval à laquelle il est relié lorsque la transition est tirée (pour les réseaux de base, tous les poids des arcs avals sont égaux à 1). Lors du tir de la transition, on met *n* jetons dans cette place.

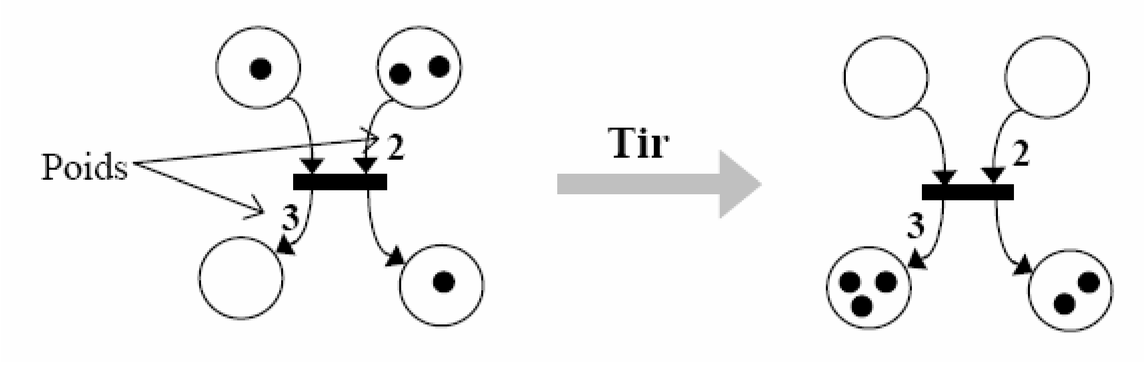

Figure 49 : RdP-Poids d'un arc amont et aval. [Chabot, 1998]

- **Arc inhibiteur**

Un arc inhibiteur de poids *n* inhibe la transition si la place à laquelle il est relié contient au moins *n* jetons (dans les cas ordinaires, les poids des arcs inhibiteurs sont égaux à 1).

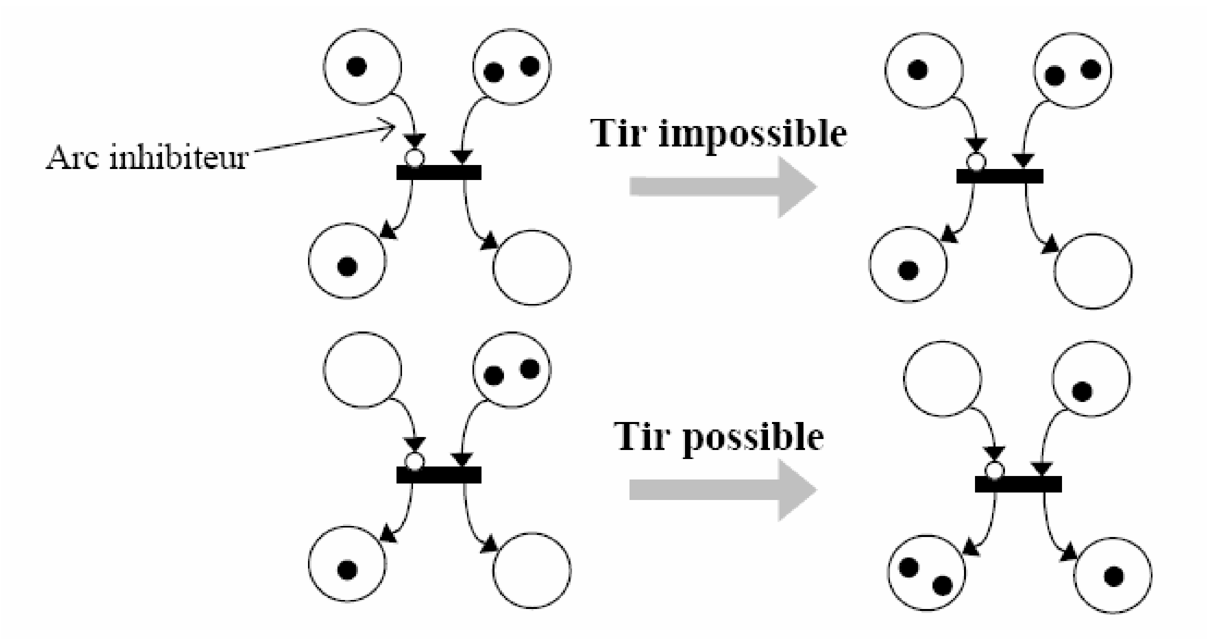

Figure 50 : RdP-Arc inhibiteur

- **Messages**

Différentes grandeurs peuvent être affectées aux transitions et/ou aux places du réseau ; on parle alors de réseaux de Petri interprétés. Une des formes les plus simples d'interprétation consiste à échanger des messages de type booléen entre diverses transitions. Cet échange prend la forme "condition/action" suivante : ?Mr/!Me (Figure 49).

Le point d'interrogation indique un message reçu par la transition ; il doit être "vrai" pour permettre la sensibilisation de la transition. Le point d'exclamation indique un message émis, dans l'état "vrai", par la transition au moment de son franchissement.

Une autre utilisation de la messagerie consiste à utiliser des variables réelles ou entières. A partir de ces variables et constantes, il est possible de construire, à l'aide d'opérateurs, des expressions complexes qui sont utilisées dans les émissions/réceptions de messages.

Par exemple le message de condition M1 (?M1) pourrait être défini par :

T1>seuil & feu=true où T1 est une variable réelle, seuil une constante réelle et feu une variable booléenne.

De la même manière, le message d'action M2 (! M2) peut permettre de redéfinir une variable :

T1=T1+alpha où T1 est toujours une variable réelle est alpha une constante réelle.

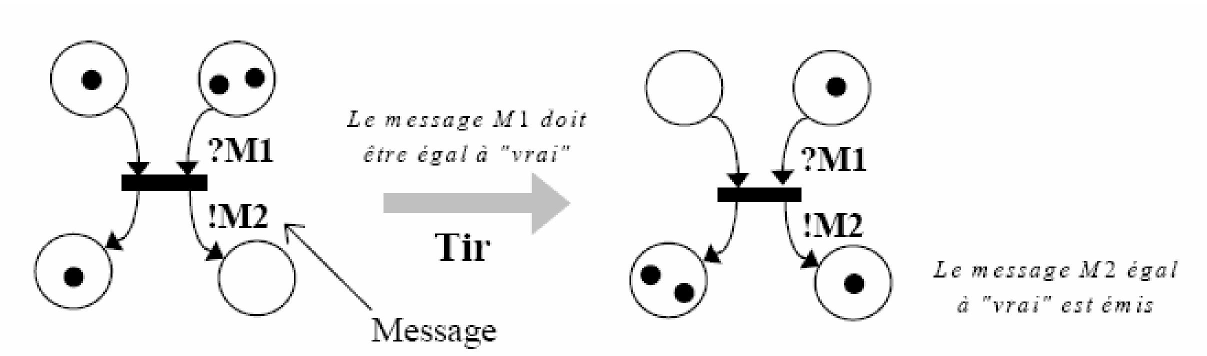

Figure 51 : RdP-Tir d'une transition d'un réseau de Petri.