

Cours de Lubrification

Ce cours reprend en les modifiant et parfois en les simplifiant quelques-uns des chapitres de l'ouvrage suivant : « Lubrification hydrodynamique : paliers et butées » par Jean Frène, Daniel Nicolas, Bernard Degueurce, Daniel Berthe et Maurice Godet, collection de la Direction des Etudes et recherches d'Electricité de France, N° 72, 1990, Editions Eyrolles.

Chapitre 1

Histoire de la tribologie (Jean Frène de l'Université de Poitiers)

Chapitre 2

Huiles lubrifiantes (Jean Frène de l'Université de Poitiers)

Chapitre 3

Equation de Reynolds (Jean Frène de l'Université de Poitiers)

Chapitre 4

Cas élémentaires (Jean Frène de l'Université de Poitiers)

Chapitre 5

Butées hydrodynamiques (Jean Frène de l'Université de Poitiers)

Chapitre 6

Paliers hydrodynamiques (Jean Frène de l'Université de Poitiers)

Chapitre 7

Butées et paliers hydrostatiques (Jean Frène de l'Université de Poitiers)

Chapitre 8

Aspects technologiques (Jean Frène de l'Université de Poitiers)

Annexe

Différents types de lubrification (Jean Frène de l'Université de Poitiers)

CHAPITRE 1

HISTOIRE DE LA TRIBOLOGIE

Le nom tribologie, créé en 1966, vient du Grec "τριβειν" Tribein : frotter, et "λογος" logos : parole, étude ou science ; ainsi la tribologie est l'étude ou la science, du frottement. Plus généralement la tribologie regroupe l'étude de la lubrification, du frottement et de l'usure des éléments de machine.

Il faut tout d'abord remarquer que le frottement ne présente pas que des aspects négatifs, ainsi la tenue de route d'une automobile dépend directement du frottement entre les pneumatiques et la route. De même sans l'existence du frottement, l'homme serait incapable de marcher. Enfin, si l'homme a appris à maîtriser le feu, il y a plus de 100000 ans, c'est en faisant frotter un morceau de bois dur à l'intérieur d'un morceau de bois tendre.

Cependant, dès la construction des premiers mécanismes, l'homme a cherché à supprimer l'usure et à diminuer le frottement pour réduire les efforts. Pour préciser l'ampleur du problème on peut citer le cas des automobiles actuelles pour lesquelles plus du quart de la puissance indiquée du moteur est perdue en frottement dans le moteur et dans la transmission.

1 - LA PERIODE PREHISTORIQUE

Les premiers paliers fabriqués par l'homme sont sans doute les crapaudines de porte qui consistaient en un axe en bois tournant à l'intérieur d'un creux pratiqué dans du bois ou dans une pierre. Des éléments en pierre datés de 2500 ans avant J. C. ont ainsi été retrouvés en Mésopotamie (fig. 1).

De même, la fabrication des poteries a conduit très tôt, vers 4000 ans avant J. C. à la réalisation des tours de potier qui comportaient un pivot ; ce pivot pouvait être en bois, en pierre ou même en terre cuite. Ainsi, un pivot de tour en pierre, daté de 2000 ans avant J. C., a été retrouvé à Jéricho. Ces pivots étaient sans doute lubrifiés à l'aide soit de bitume soit de graisse animale.

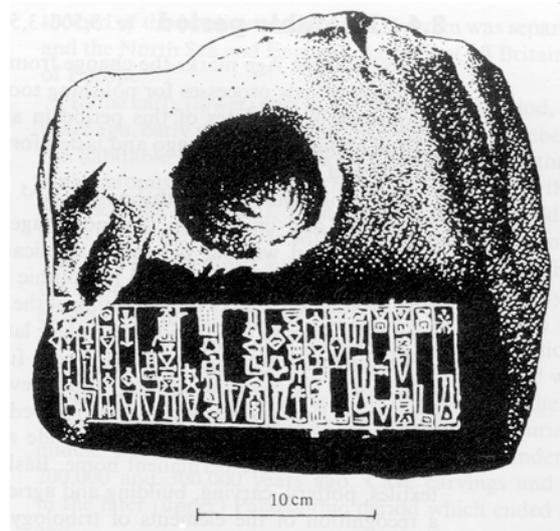


Fig. 1 : Crapaudine de porte, Mésopotamie 2500 ans avant J. C. [1].

* La première version de ce texte a été publiée dans le bulletin de l'Union des Physiciens n° 689, pp. 1531-1560 en 1986. Une deuxième version a fait l'objet du premier chapitre de l'ouvrage "Lubrification hydrodynamique- Paliers et Butées" par J. Frêne et al, publié aux Editions Eyrolles en 1990 dans la collection des Etudes et Recherches de Electricité de France, ouvrage traduit en anglais et publié par Elsevier en 1997. La version actuelle a été publiée dans Mécanique et Industrie, Elsevier, Vol. 2, pp 263-282, 2001.

Deux livres nous ont été particulièrement utiles pour la rédaction de cet article. Le premier sans lequel nous n'aurions pas pu faire cet exposé est le livre de Duncan Dowson : « History of Tribology »[3]. Le second livre est de Bertrand Gilles : « Histoire des techniques »[17].

Dans le domaine des transports, la roue, et donc le chariot, ont été inventés vers 4000 ans avant J. C.. Les roues en bois étaient pleines et parfois formées de plusieurs morceaux assemblés entre eux. Plus tard, leur périphérie a été cloutée pour réduire l'usure. Enfin, la roue à rayons est apparue vers 2000 ans avant J. C. ; elle comportait tout d'abord 4 puis 6 ou 8 rayons, ce qui la renforçait considérablement. Les chariots montés sur roues ne permettaient pas le transport de lourdes charges ; pour cela, l'homme a utilisé des rouleaux de bois intercalés entre une piste en bois formée de gros troncs d'arbres équarris et l'objet à transporter. La démonstration de ce procédé a été réalisée en 1979 sur le plateau d'Exoudun près de Saint-Maixent (Deux-Sèvres) sous la direction de J. P. Mohen, conservateur du musée de Saint-Germain-en-Laye. La figure 2 montre une photographie de cette démonstration pendant laquelle 170 hommes ont déplacé sur plusieurs centaines de mètres la copie en béton d'une table de dolmen de 32 tonnes. Par ailleurs, un bas-relief assyrien à Kouyunjik, datant de 700 ans avant J. C., montre clairement l'emploi de rouleaux en bois pour déplacer une statue (fig. 3). Ce type de procédé connu depuis plus de 5000 ans permet de réduire le frottement en remplaçant le frottement de glissement par le frottement de roulement généralement plus faible.



Fig. 2 : Reconstitution du transport d'un dolmen, plateau de Bougon, Exoudun, Deux-Sèvres, 1979 (doc. NOUVELLE RÉPUBLIQUE).

Pour transporter les lourdes charges, les Egyptiens faisaient glisser celles-ci sur des chemins réalisés sans doute en bois, et lubrifiés abondamment à l'avant de l'objet à déplacer. Plusieurs bas-reliefs montrent cette méthode de transport. Le plus ancien provient de la tombe de Saqqara et date de 2400 ans avant J. C. et montre le déplacement de la statue de Ti. On voit très clairement un homme placé devant la statue et versant du liquide, sans doute de l'eau ou de l'huile, pour faciliter le glissement ; c'est le premier exemple connu de la lubrification. Un autre bas-relief daté de 1880 ans avant J. C., et provenant de la tombe de Tchuti Hetep à El Bersheh montre le même procédé de transport (fig. 4). Cependant l'homme qui verse de l'eau est maintenant sur le piédestal de la statue et non plus devant où il risquait de se faire écraser ; l'importance de la lubrification est ainsi reconnue.

La roue existait évidemment à la même époque en Egypte mais le chariot n'était utilisé que pour le transport des objets légers ou pour la guerre ; il semble que vers 1400 ans avant J. C., la graisse de mouton ou de bœuf ait été utilisée pour lubrifier les paliers des roues de chariots.

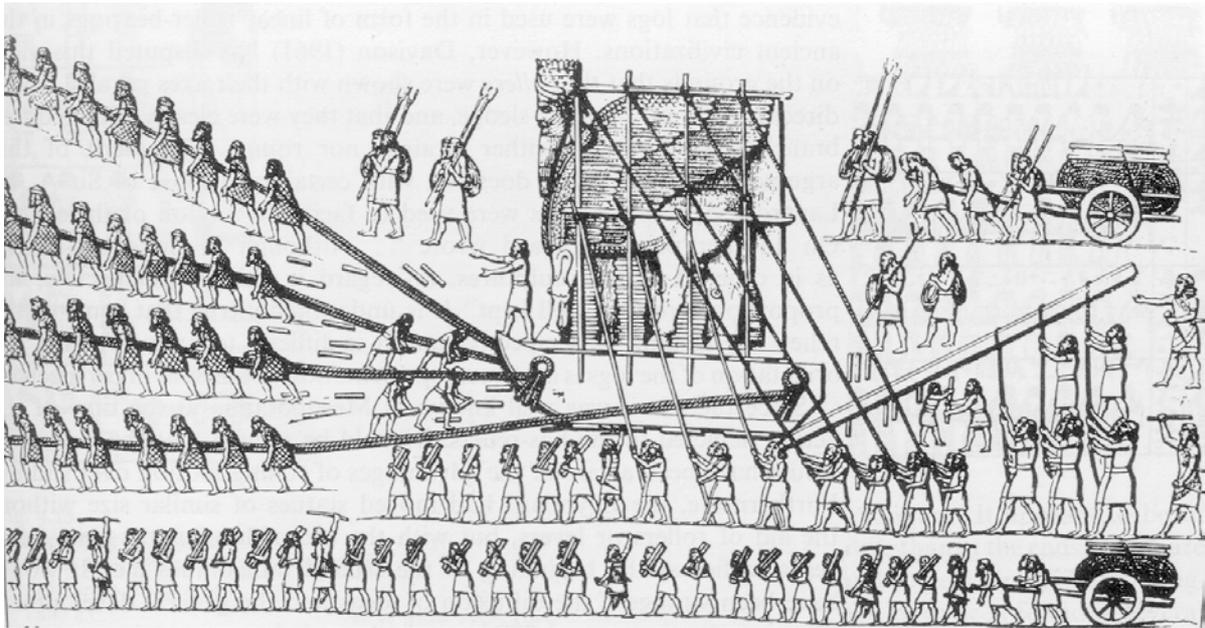


Fig. 3 : Bas-relief restauré à Kouyunjik, Assyrie, 700 avant J. C. [2].

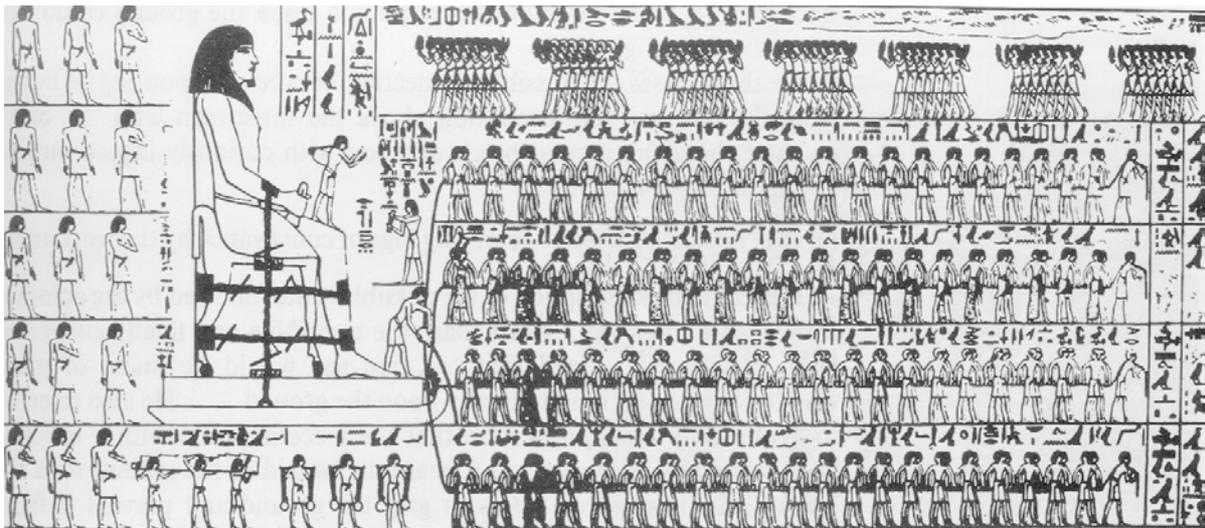


Fig. 4 : Transport de statue, tombe de Tchuti Hetep, El-Bersheh, Egypte, 1880 avant J. C. [3]

La roue à rayons est apparue aux Indes vers 2500 ans avant J. C. et en Chine vers 1500 ans avant J. C. La copie d'un chariot chinois à roues cerclées de fer et datant de 255 ans avant J. C. est présentée fig. 5. Ce chariot très particulier comporte une statue dont la rotation est reliée au mouvement des roues par l'intermédiaire de 2 trains d'engrenages et d'un différentiel. L'écartement entre les roues est égal au diamètre des roues et le rapport de transmission des 2 trains d'engrenages est égal à 1. Ainsi, quel que soit le chemin parcouru par le chariot, sur un sol plat, le bras de la statue reste constamment pointé dans la même direction (le sud), sous réserve qu'il y ait roulement sans glissement entre les roues et le sol. Ce chariot était sans doute utilisé par les Chinois pour s'orienter lors de la traversée du désert de Gobi.

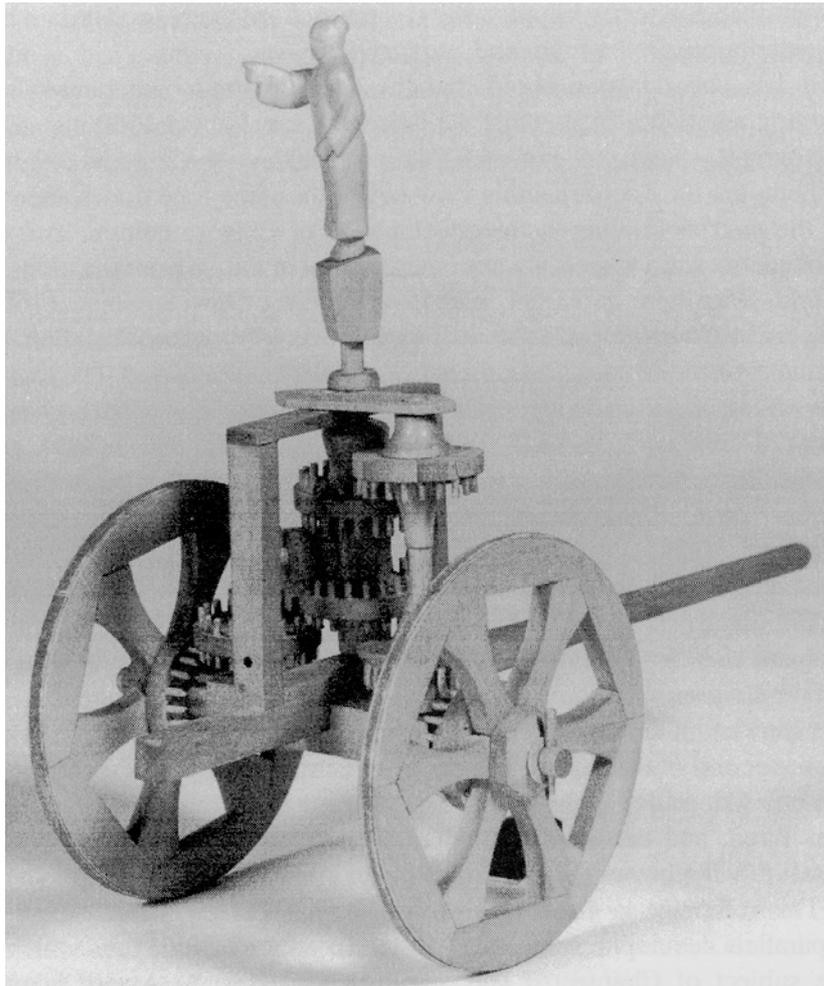


Fig. 5 : Chariot chinois utilisé pour s'orienter, 255 avant J. C. [3].

2 - LA PÉRIODE GRECQUE ET ROMAINE

Les Grecs et les Romains ont développé l'usage de la roue ; ils connaissaient l'emploi des huiles végétales et animales comme lubrifiant ainsi que celui du bitume et des huiles de pétrole.

Par ailleurs, les Grecs ont inventé l'engrenage ; la vis serait due à Archytas et Aristote, Archimède et d'autres auteurs moins connus décrivent le principe de différents engrenages. De même Heron d'Alexandrie utilise l'arbre à came. En fait, les Grecs disposaient de tous les éléments nécessaires aux grands progrès techniques sauf le système bielle manivelle inventé au XIV^e siècle. Cependant il n'y eut pas réellement de développement du machinisme pour différentes raisons dont les principales sont sans doute le manque de bois et d'énergie hydraulique, les problèmes de transport liés à un réseau routier insuffisant, l'existence de l'esclavage et surtout une forme de pensée qui ne reconnaît que le raisonnement pur et la démonstration rigoureuse et ne laisse pas de place à la logique expérimentale.

Les Romains ont utilisé et développé les techniques mises au point par les Grecs. Des progrès importants ont été réalisés pour produire l'huile d'olive et pour moudre le blé, ainsi les moulins à eau ont été utilisés vers 120 ans avant J. C.. Un exemple intéressant est le Trapetum dont plusieurs exemplaires ont été retrouvés dans les fouilles d'Olyntha (V^e siècle avant J. C.) et qui permettait d'écraser et de dénoyauter les olives (fig. 6). Il comportait deux meules (orbis), hémisphériques, dressées verticalement et soutenues par un axe horizontal en bois

(Cupa) tournant autour d'un pivot central (Columella). La meule gisante (Mortarium) était une cuve de pierre dont les parois épousaient la forme des meules courantes. On note aussi la présence d'une bague (Cunica) sans doute en métal qui évitait une usure trop rapide de l'arbre en bois ; c'est un des premiers exemples de palier.

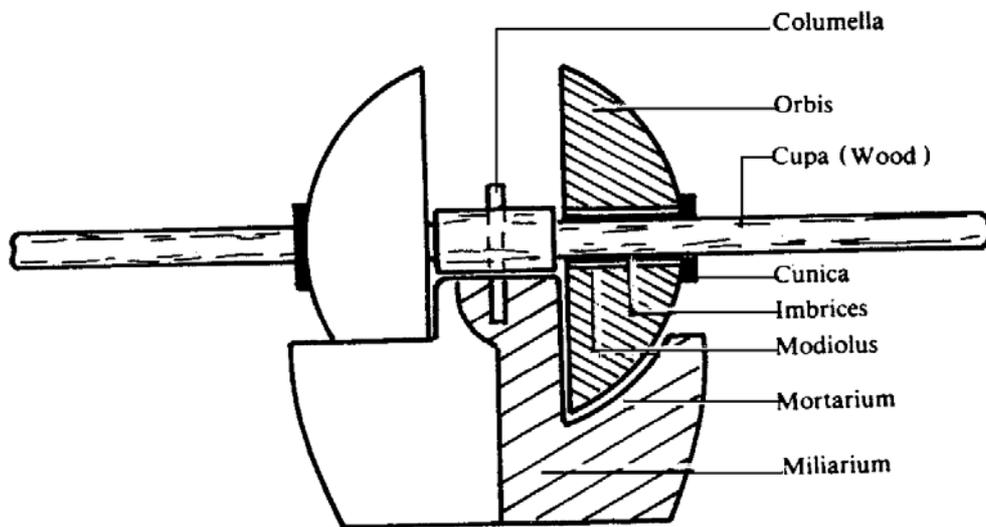


Fig. 6 : Un trapetum pour écraser les olives [4].

De même pour réduire l'usure des semelles de chaussures, les Romains utilisaient des semelles cloutées de fer dont l'emploi n'a été en France abandonné que très récemment.

Enfin les Romains connaissaient la butée à billes et à rouleaux coniques ainsi que les glissières à rouleaux cylindriques. Des éléments de butées ont été découverts dans une galère romaine retrouvée au fond du lac Nemi en Italie. Cette galère, coulée vers l'an 40, a été découverte en 1895 et les fouilles ont duré jusqu'en 1933 après que Mussolini ait fait assécher le lac. Les chemins de roulement étaient en bois ; les billes d'une première butée et les rouleaux cylindriques étaient en bronze et comportaient des axes qui les maintenaient dans leur logement. Les rouleaux coniques d'une deuxième butée étaient en bois. L'utilisation de ces butées n'est pas connue ; certains auteurs ont suggéré qu'elles étaient utilisées soit sur des treuils ou des cabestans, soit pour orienter une statue ou une horloge solaire.

A la même époque, c'est-à-dire il y a plus de 2000 ans, les Celtes utilisaient des chariots pour transporter leurs guerriers près des champs de bataille ; la légèreté et la solidité des roues de ces chariots étaient étonnantes pour l'époque. Des chariots datant du 1^{er} siècle avant J.-C., retrouvés à Dejbjerg au Danemark ont été restaurés et se trouvent actuellement au musée national de Copenhague (fig. 7). Ces chariots ressemblent sur bien des points aux chariots utilisés dans nos campagnes il y a encore moins de cinquante ans. Les roues cerclées de fer comportaient 14 rayons en charme et un moyeu de chêne. Le cœur des moyeux était formé de 2 éléments de révolution en bronze, la partie liée à l'axe du chariot comportait deux collerettes extérieures et la partie liée à la roue présentait 22 rainures internes partiellement cylindriques. Lors du montage, des cylindres de bois étaient introduits dans ces rainures, ils assuraient ainsi l'assemblage des 2 éléments, par ailleurs, même si ces cylindres ne tournaient pas, ils permettaient de réduire le frottement et évitaient l'usure des pièces métalliques ; de plus, ils étaient faciles à changer. C'était en quelque sorte un compromis entre le roulement à billes et le palier lisse.

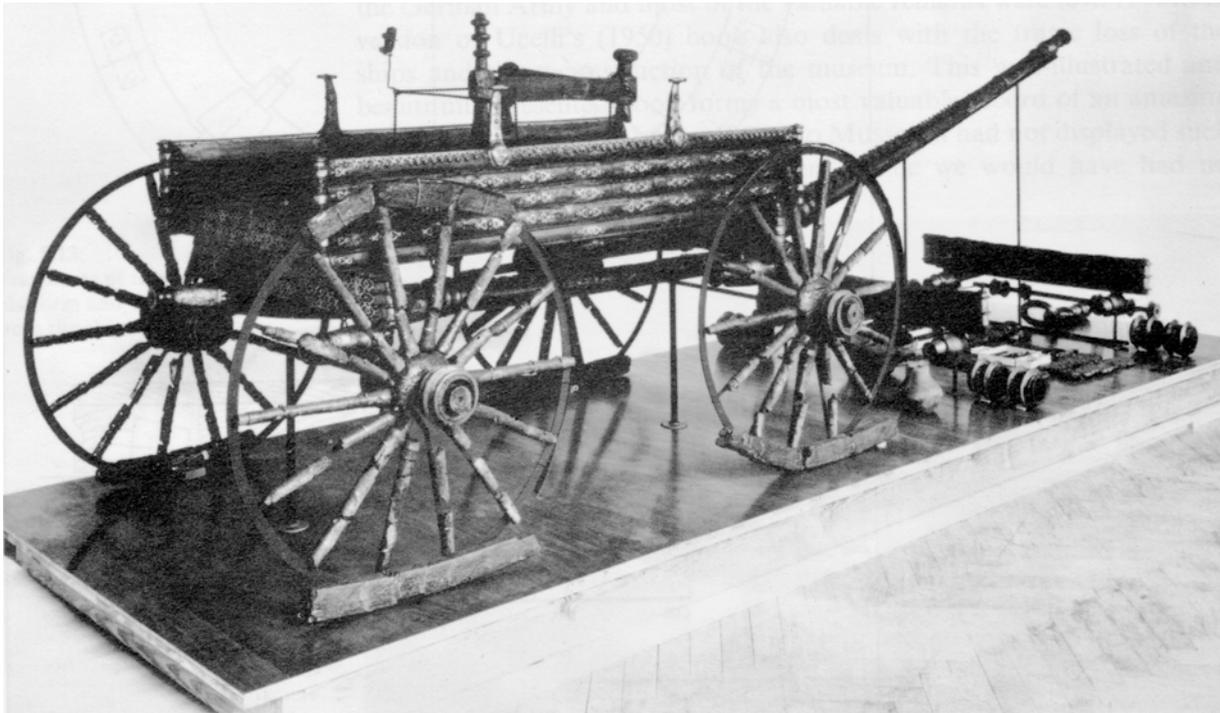


Fig. 7 : Chariot Celte (doc. MUSÉE NATIONAL DE COPENHAGUE).

3 - MOYEN AGE ET RENAISSANCE

Après la chute de l'Empire romain et jusqu'au début du Moyen Age, s'est produit une régression dans le développement de la technique et donc de la tribologie, sauf dans l'empire Ottoman et en Chine où des paliers tout en métal ont sans doute été utilisés dès l'an 900. Il semblerait que des moulins à vent aient été inventés en Perse au VII^e siècle ; en tout cas, il est certain que les moulins à vent existaient en Perse au X^e siècle. De même, le fer à cheval clouté pour éviter l'usure des sabots aurait été créé à Bizance à partir du VII^e siècle. Le musée de Crécy et le musée de Saumur présentent des exemplaires de fers à cheval qui seraient du IX^e siècle.

La figure 8 présente une pompe à godets entraînée par une roue à aube (le bœuf est en bois, c'est un leurre) elle est tirée du livre de Razzaz el Cezeri [5] écrit au XII^e siècle (Olaganüstü mekanik araçların bilgisi hakkında kitap : le livre des dispositifs mécaniques ingénieux). La plus ancienne copie de cet ouvrage est au musée Topkapi à Istanbul, elle date de 1206 et présente différents types d'automates.

Malgré cela, il faudra généralement attendre jusqu'au XII^e siècle pour voir apparaître de nouveaux progrès.

Dans le domaine agricole, les instruments de labour se sont perfectionnés : l'araire dental grec qui, quelquefois, comportait un soc en fer avait été muni par les romains d'un coutre en fer. Au Moyen Age, la charrue dont l'emploi se généralise comporte un coutre, un soc asymétrique et un versoir. Elle est généralement toute en bois, mais le versoir présente souvent des incrustations, ce sont des pierres serties dans le bois pour éviter l'usure (fig. 9). Des éléments de charrue de ce type ont été retrouvés en différents endroits d'Europe (Danemark, France ...). Il faut souligner à ce sujet que la charrue toute en fer ne date que du XIX^e siècle.

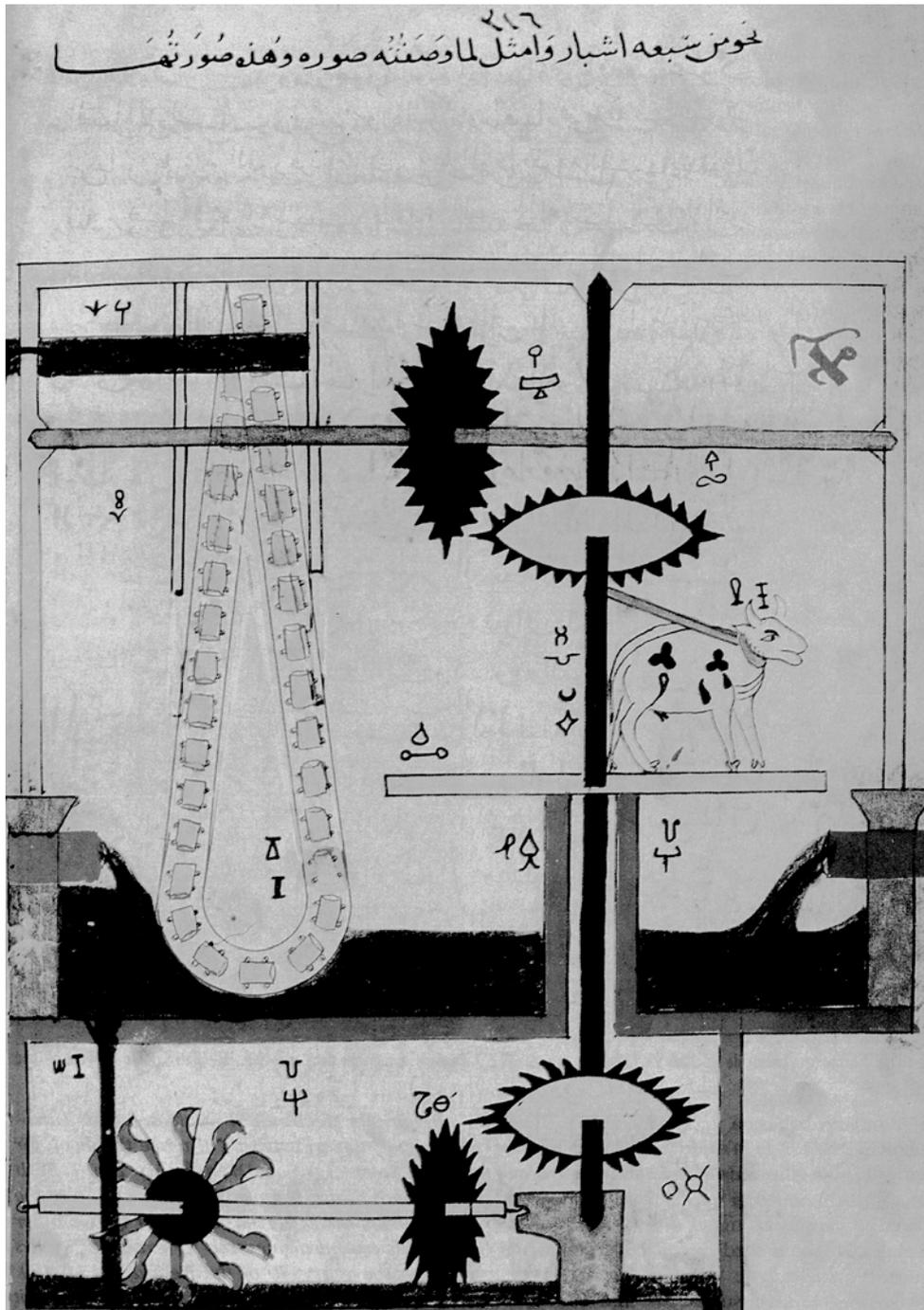


Fig. 8 : Pompe à godets entraînée par une roue à aubes [5] (doc. musée Topkapi)

Vers la fin du Moyen Age, de nombreuses horloges mécaniques ont été réalisées. Les axes en fer des premières horloges étaient supportés par des coussinets en fer qui étaient vraisemblablement lubrifiés avec des huiles animales ou minérales ; ultérieurement des coussinets en bronze ont permis de réduire le frottement et l'usure.

Du point de vue technique, le XII^e siècle voit se généraliser l'utilisation de l'énergie hydraulique ainsi que le développement, en Europe, des moulins à vent. Enfin, c'est à partir du XIII^e siècle que de nombreux traités techniques vont être publiés. Le plus ancien est celui de l'architecte Villard de Honnecourt qui date de 1250 et présente, outre de nombreux mécanismes déjà plus ou moins connus, une scie hydraulique à ressort.



Fig. 9 : Scène de labour avec une charrue comportant des incrustations de pierres, 1340 (doc. BRITISH LIBRARY).

Après le Moyen Age, la période de la Renaissance est marquée par un développement dans tous les domaines et naturellement aussi en tribologie. L'ouvrage "De rebus militaribus" [6] connu sous le nom de "De machinis libri decem" écrit en 1449, par Mariano Daniello di Jacopo dit Tacola, présente deux systèmes bielle manivelle.

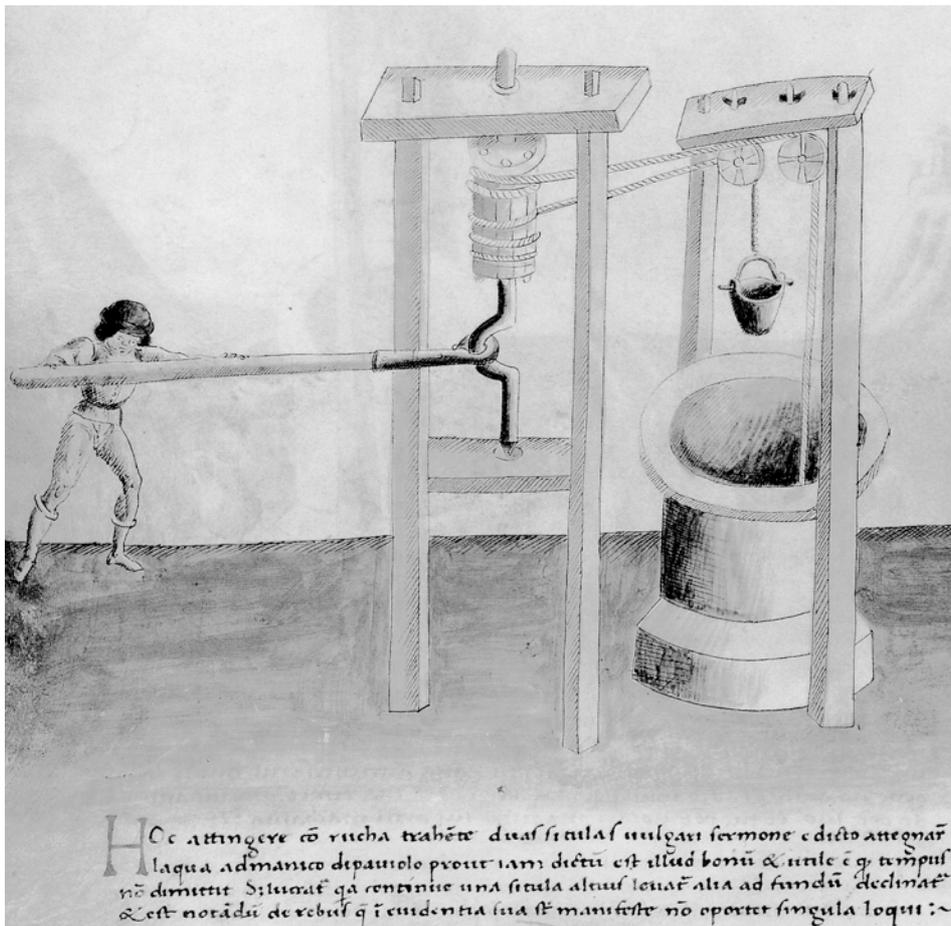


Fig. 10 : Système bielle manivelle pour puiser de l'eau [6].

L'un concerne une façon de puiser de l'eau à l'aide d'un cabestan qui tire alternativement deux seaux (fig. 10) et est appelé "puisage à tête de papillon". Il est constitué d'une barre qui sert de bielle et d'un arbre en fer coudé en forme de vilebrequin qui entraîne le cabestan. Ce système permet de gagner du temps car un seau est toujours soulevé pendant que l'autre est envoyé au fond. Le second présente un petit moulin avec le même système bielle-manivelle qui entraîne la meule. Ce mécanisme nécessitait un effort important pour celui qui manœuvrait la bielle et n'était pas très efficace. Il s'appelait "moulin à manche de papillon" et se trouverait pour la première fois dans "Texaurus" de Guido da Vigevano, publié 50 ans plus tôt. Ainsi le système bielle manivelle aurait été inventé entre le XIII^e et XIV^e siècle.

La période de la Renaissance est aussi celle de Léonard de Vinci né en 1452 près de Florence et mort en 1519 au Clos-Lucé près d'Amboise. Il fut non seulement un grand peintre et un grand sculpteur mais aussi un physicien et un mécanicien remarquable. Dans beaucoup de domaines, il a été un précurseur exceptionnel, à l'imagination fertile, mais il a aussi su utiliser et parfois même copier les documents de son époque. C'est dans le domaine de la technologie et des sciences appliquées que les inventions de Léonard de Vinci sont les plus remarquables. Cependant, nombre de ses inventions sont restées théoriques et certaines n'ont été réinventées que récemment. On peut voir certains de ses projets réalisés à partir de ses croquis au Clos-Lucé. Dans le domaine de la tribologie, Léonard de Vinci fut le premier à quantifier les efforts de frottement et à introduire le coefficient de frottement. De nombreux dessins extraits du Codex Atlanticus, du Codex Arundel et du Codex Madrid I montrent des schémas d'expériences pour mesurer le frottement et proposent des solutions technologiques pour le réduire. La figure 11 présente les dispositifs utilisés pour déterminer le frottement entre deux corps et pour montrer que la surface apparente de contact n'a pas d'influence sur la valeur du frottement. Léonard de Vinci a proposé pour réduire le frottement dans les paliers de remplacer le glissement de l'arbre dans l'alésage par le roulement de l'axe sur des galets.

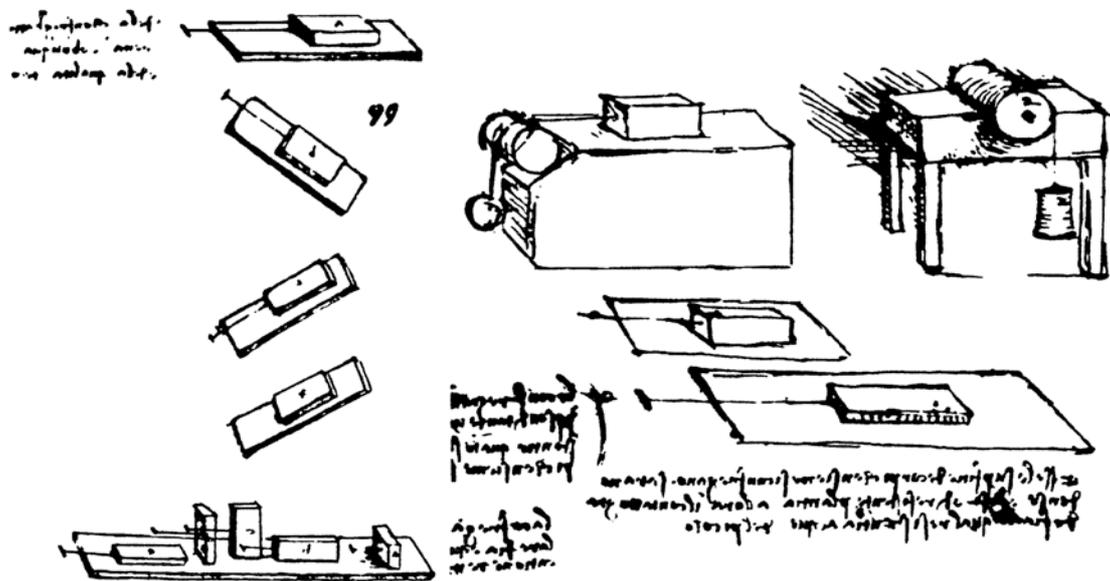


Fig. 11 : Dispositifs d'essais pour étudier le frottement, Léonard de Vinci [7].

De même, pour réduire le frottement des pivots, il propose un système de 3 billes sur lesquelles vient s'appuyer l'axe conique du pivot (fig. 12). Un autre schéma présente un roulement à billes comportant une cage pour éviter le contact entre les corps roulants et réduire ainsi le frottement. Tous les roulements actuels possèdent une cage mais celle-ci n'est

utilisée que depuis moins d'un siècle. Léonard de Vinci a par ailleurs, étudié les engrenages et a proposé des formes de denture pour réduire le frottement.

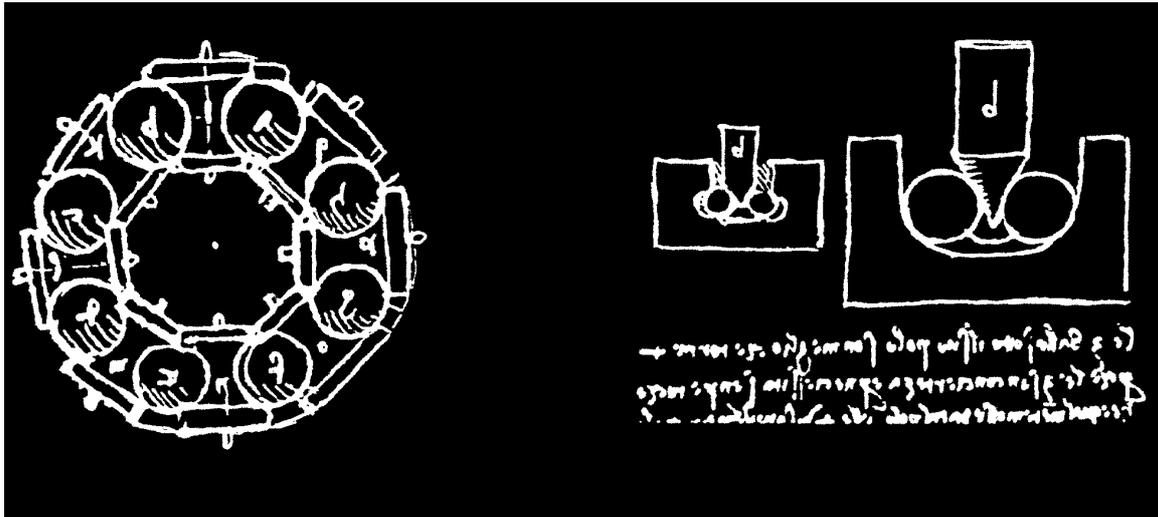


Fig. 12 : Roulement à billes avec cage et pivot sur billes, Léonard de Vinci [8].

Ainsi, Léonard de Vinci est le premier tribologue connu ; il a apporté une contribution remarquable à l'étude des problèmes de frottement. Ses idées étaient très en avance sur les réalisations technologiques de son époque. Son certificat de décès le décrit de la façon suivante : « Léonard de Vinci, noble milanais, premier peintre et ingénieur et architecte du Roy, mescanicien d'Etat, et ancien directeur de peinture du Duc de Milan ».

4 - VERS LA RÉVOLUTION INDUSTRIELLE 1500-1750

Au XVI^e siècle, le développement agricole et artisanal conduit à la construction de machines de plus en plus complexes qui utilisent des paliers et même dans certains cas des rouleaux métalliques pour réduire le frottement. Des exemples de différentes machines sont présentés dans de nombreux ouvrages parus à partir du milieu du XVI^e siècle. Nous citerons Georgii Agricolae (1556), Errard de Bar le Duc (1584), Agostino Ramelli (1588) et Vittorio Zonca (1607). La figure 13 extraite de Agricola de Re Metallica, montre une pompe à chaînes et à godets actionnée par des hommes. On voit clairement le système de démultiplication à engrenages et les axes guidés par des paliers en métal. Dans son ouvrage intitulé « Teatro Nuevo di Machine et Edificü » Zonca préconise pour les paliers un arbre en acier et un coussinet en cuivre afin d'éviter l'usure. Cette solution est encore très largement utilisée aujourd'hui en remplaçant le cuivre par le bronze, alliage de cuivre et d'étain.

C'est au XVII^e siècle que les premières études sur le frottement, à l'exception de celle de Léonard de Vinci, ont été effectuées : en Angleterre Robert Hooke (1635-1703) dont les travaux en Résistance des Matériaux sont bien connus montre que la déformation des solides est en partie responsable du frottement de roulement.

En France, Guillaume Amontons (1663-1705) réalise ses expériences sur le frottement qu'il présente devant l'Académie Royale le 19 décembre 1699 dans un mémoire intitulé « De la résistance causée dans les machines, tant par les frottements des parties qui les composent, que par la raideur des cordes qu'on emploie, et la manière de calculer l'un et l'autre ».

Ce traité présente les lois dites, « lois d'Amontons » sur le frottement et qui peuvent s'énoncer ainsi :

- la force de frottement est directement proportionnelle à la force appliquée,
- la force de frottement est indépendante de la surface apparente de contact.

Ces lois qui, dans le cas du frottement sec, sont encore globalement valables aujourd'hui, ont été confirmées quelques années plus tard par Philippe de la Hire (1640-1718) et Antoine Parent (1666-1716) qui introduisit la notion d'angle de frottement.

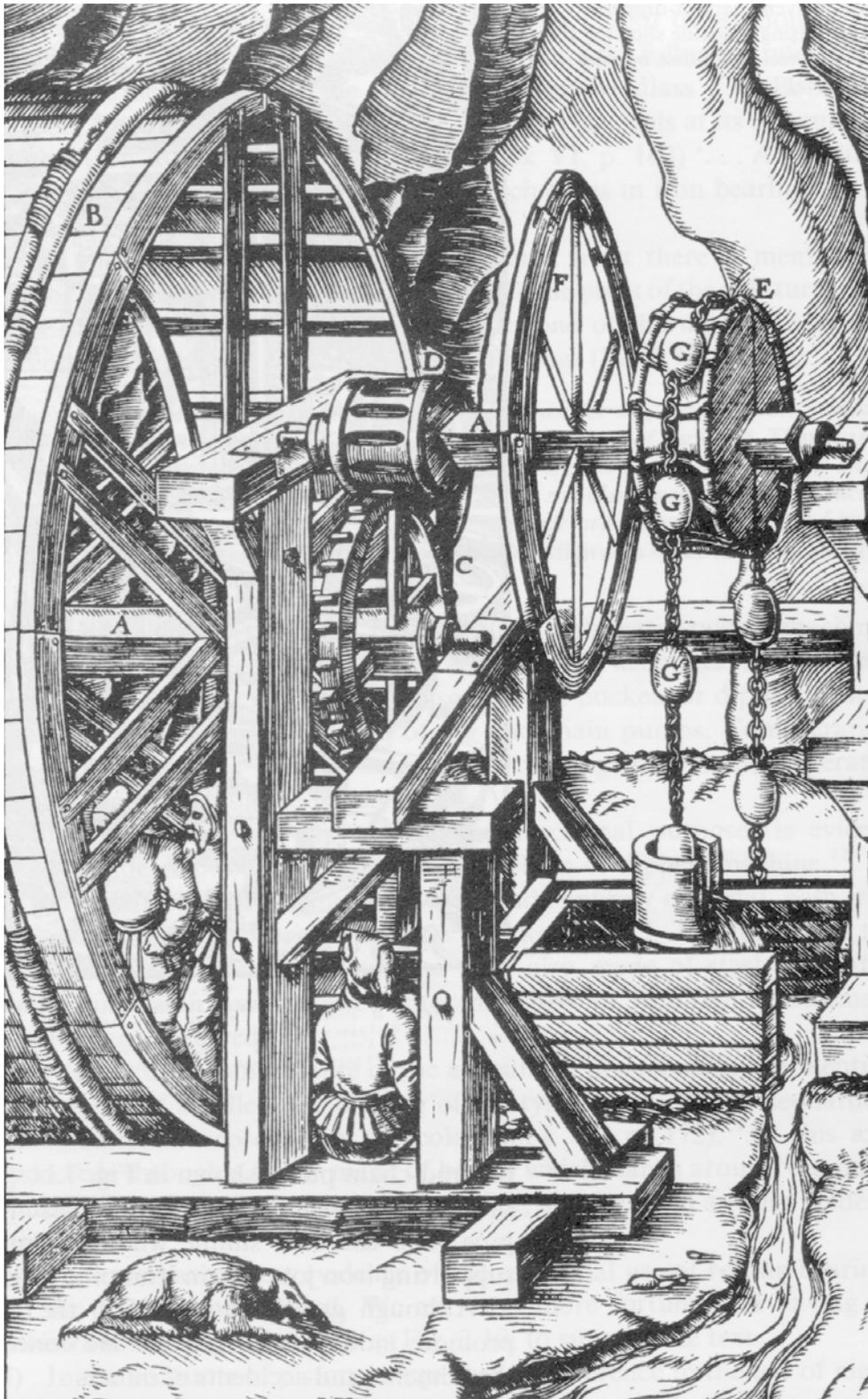


Fig. 13 : Pompe à chaîne et à godets DE RE METALLICA [9].

Au XVIII^e siècle, Jacob Rowe réalise de nombreuses expériences sur le frottement de roulement : il publie les résultats de ses études en 1734 dans un recueil intitulé « All sorts of Wheel Carriage improved ». Il montre que l'on peut réduire très sensiblement le frottement dans les paliers en remplaçant ceux-ci par des galets entraînés en rotation par l'arbre ; c'est sous une forme modifiée l'un des systèmes proposés par Léonard de Vinci.

A la même date, toujours en Angleterre, John Théophilus Désaguliers (1683-1744) publie un ouvrage en 2 volumes intitulé : « A course of Experimental Philosophy » dans lequel il présente une étude sur l'adhérence entre deux corps ainsi que de nombreuses valeurs du frottement entre différents matériaux.

Trois années plus tard en 1737, Bernard Forrest de Bélidor (1697-1761) dans un ouvrage en 2 volumes intitulé : « Architecture hydraulique ou l'art de conduire, d'élever et de ménager les eaux pour différents besoins de la vie » propose de représenter les rugosités des surfaces par des sphères jointives. Les calculs qu'il effectue à l'aide de ce modèle, montrent que le rapport entre la force de frottement et la charge appliquée est indépendant du nombre des aspérités (sphères) et, est voisin de 0,35. Ce modèle de rugosité, de par sa simplicité a été très utilisé par les tribologues même encore très récemment.

En 1748, le mathématicien suisse Léonhard Euler (1707-1783) soumet à l'Académie des Sciences deux articles sur le frottement, dont la publication aura lieu en 1750. Dans ces articles à caractère théorique, Euler développe une approche analytique du frottement, il précise la notion de coefficient et d'angle de frottement encore utilisée aujourd'hui. Il distingue le frottement statique du frottement dynamique dont les valeurs, c'est bien connu, sont différentes ; enfin il propose de représenter la rugosité des surfaces par des pyramides.

5 - LA RÉVOLUTION INDUSTRIELLE

Le début de la révolution industrielle est marqué dans le domaine de la tribologie par Charles Augustin Coulomb (1736-1806) né à Angoulême et qui présente en 1780, un mémoire intitulé : « Théorie des machines simples en ayant égard au frottement de leurs parties et à la roideur des cordages ». Ce travail obtint le premier prix de l'Académie des Sciences au Printemps 1781 et fut publié en 1782. Coulomb a construit différents dispositifs et a réalisé de nombreuses expériences afin d'étudier de façon précise l'influence des cinq paramètres suivants, sur le frottement de glissement et dans certains cas sur le frottement de roulement :

- 1) nature des matériaux,
- 2) effet d'un lubrifiant,
- 3) étendue de la surface de contact,
- 4) charge appliquée,
- 5) temps de repos pendant lequel les surfaces restent en contact avant l'expérience.

La figure 14 montre quelques-uns des dispositifs utilisés par Coulomb pour étudier le frottement de glissement.

Il a ainsi déterminé de nombreuses valeurs du coefficient de frottement statique et dynamique encore globalement valables aujourd'hui. Il a aussi montré que le frottement dépendait à la fois de l'adhésion et de la déformation des surfaces. Par ailleurs il confirme les 2 lois d'Amontons et montre que dans beaucoup de cas le coefficient de frottement est indépendant de la vitesse de glissement. Cette troisième loi qui lui a été attribuée, a été appliquée pendant plus d'un siècle, à tort dans le cas du frottement lubrifié, alors que Coulomb était certainement conscient de ses limites.

Les travaux de Coulomb ont servi de référence pendant plus de 150 ans et sont encore très utilisés aujourd'hui. Les anglo-saxons le considèrent comme l'un des plus grands tribologues de tous les temps.

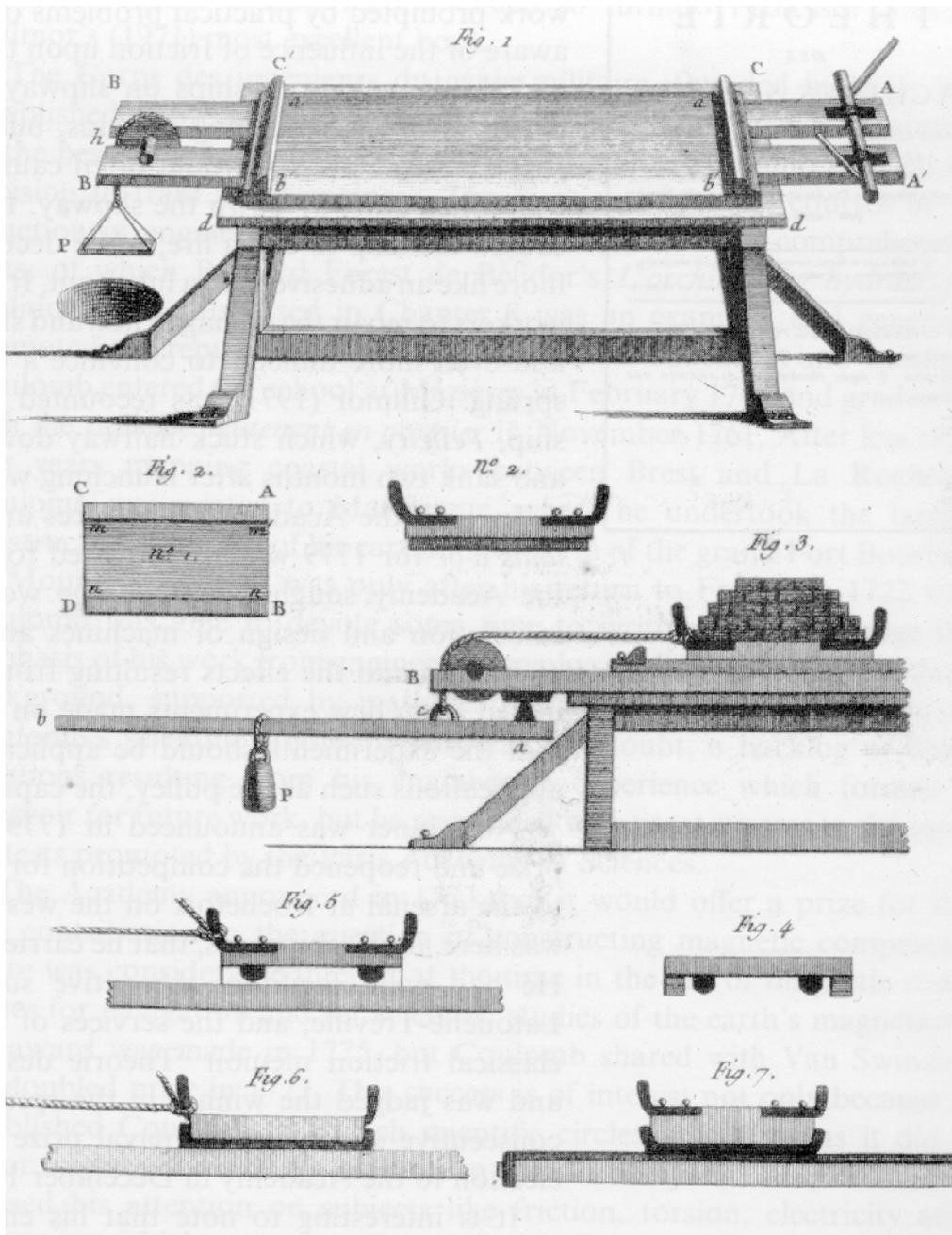


Fig. 14 : Dispositifs utilisés par Coulomb pour étudier le frottement de glissement [10].

En 1784 Samuel Vince (1749-1821) présente devant la « Royal Society » anglaise un article intitulé : « on the motion of bodies affected by friction ». Ce travail, sans doute réalisé indépendamment de celui de Coulomb, traite essentiellement des problèmes de frottement dynamique.

Du point de vue technologique le XVIII^e siècle qui correspond au tout début de la révolution industrielle voit la réalisation de nombreuses machines utilisant des paliers lisses et même des roulements. Des butées à billes, sans cage, ont été retrouvées sur différents

mécanismes : vanne de barrage à Philadelphie construit vers 1770, moulin à vent à Sprowston Norkwilk construit vers 1780. Par ailleurs le développement des machines à vapeur a entraîné l'utilisation de nombreux paliers lisses. La figure 15 montre un des paliers lisses d'une machine à vapeur de type Watt construite en 1788 et qui se trouve au musée Ford à Détroit.

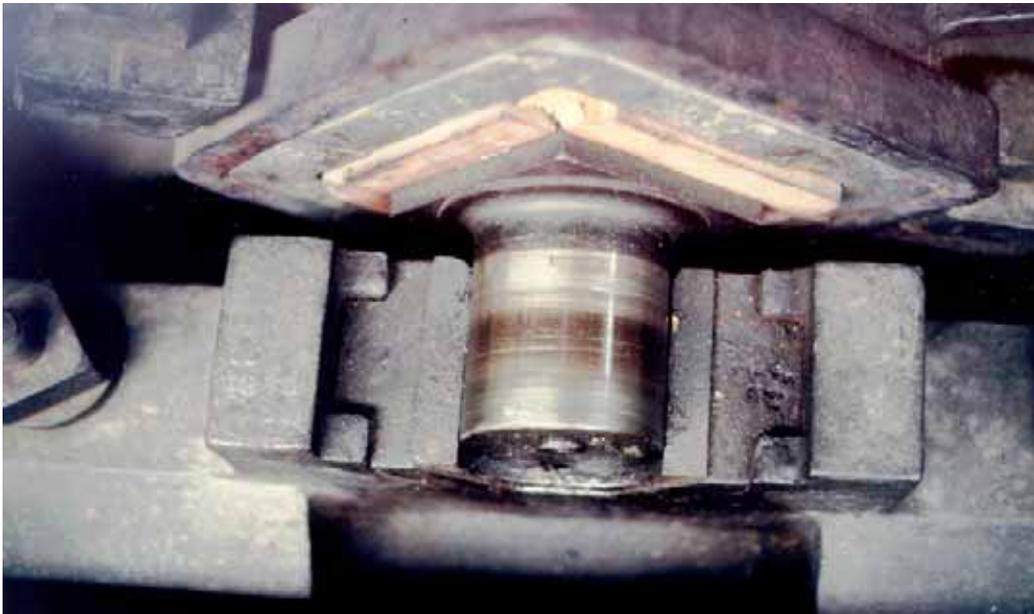


Fig. 15 : Palier lisse utilisé sur une machine Watt construite en 1788 (doc. MUSÉE FORD).

Le XIX^e siècle a été marqué par des développements très importants dans tous les domaines et en particulier en Tribologie.

En ce qui concerne les lubrifiants, c'est le début du développement des lubrifiants minéraux. En effet, les principaux lubrifiants utilisés jusqu'alors étaient soit d'origine animale (suif, lard, graisses, spermaceti ...) soit d'origine végétale (huile d'olive, de colza, de palmier, d'arachide ...). Les huiles dérivées du pétrole, connues depuis très longtemps, n'étaient que peu employées. Le développement du machinisme entraîna des besoins considérables en lubrifiant. Dans le même temps, vers le milieu du XIX^e siècle, le pétrole commence à être exploité aux Etats-Unis, en Ecosse, au Canada et en Russie. Le véritable départ de cette industrie est le forage du premier puits de pétrole à Titusville aux Etats-Unis par le « Colonel Drake » en 1859 (fig. 16). La France se trouve un peu à l'écart de ce mouvement car il n'y a que très peu de pétrole dans son sous-sol. Cependant, dès 1834, Selligüé avait généralisé en France, l'usage du pétrole pour l'éclairage domestique. Parallèlement au développement des lubrifiants minéraux, les lubrifiants solides comme le graphite et le bi-sulfure de molybdène ainsi que les revêtements solides de type régule, alliage d'étain et de plomb, commencent à être employés ; ils sont encore utilisés de nos jours.

Des expériences très précises ont aussi été réalisées au XIX^e siècle tant en frottement sec qu'en frottement lubrifié. Par ailleurs, la première étude connue sur l'usure a été réalisée en 1803 en Angleterre pour déterminer la perte de poids des pièces de monnaie.

Dans le cas du frottement sec, il faut citer Arthur Jules Morin (1795-1880) dont les travaux sur le frottement (1835) ont fait autorité en Europe à tel point qu'ils ont éclipsé pendant plus d'un demi-siècle les études de Coulomb. En effet, Arthur Morin qui fut un grand mécanicien a réalisé des essais très soignés sur le frottement de glissement et a pu ainsi préciser les valeurs du coefficient de frottement pour de nombreux matériaux. Il faut toutefois noter que ses études sur le frottement de roulement concluaient, en accord avec Coulomb, que la résistance au roulement était inversement proportionnel au rayon du galet, alors que Arsène

Dupuit en 1839 présentait une étude très précise sur le roulement qui montrait que la résistance au roulement était inversement proportionnel à la racine carrée du rayon du galet. Il s'en suivra pendant 3 ans une controverse entre les 2 chercheurs qui se termina à l'avantage de Morin, bien que dans les faits les résultats de Dupuit soient plus proches de la réalité. Il faut cependant remarquer que ce problème est très complexe : pour des matériaux élastiques, les études récentes donnent raison à Dupuit, alors que pour des matériaux rigides-plastiques fortement chargés, les résultats actuels sont plus en accord avec ceux de Morin.



Fig. 16 : Le premier puits de pétrole à Titusville, U.S.A. en 1859 (doc. SHELL).

En 1847, Gustave Adolph Hirn (1815-1890) plus particulièrement connu pour ses travaux en thermodynamique, réalise les premières expériences de lubrification hydrodynamique. Ses essais effectués sur le dispositif dont le schéma est présenté figure 17, lui ont permis en l'absence de lubrifiant de retrouver les lois d'Amontons et de Coulomb. Mais en présence de fluide, Hirn constate que pour une charge donnée, le couple de frottement à faible vitesse présente des fluctuations et est relativement élevé ; lorsque la vitesse augmente le couple devient stable, passe par un minimum puis, à température constante, sa valeur est proportionnelle à la vitesse de rotation. Il montre aussi que le couple dépend directement de la viscosité du fluide.

Il distingue ainsi le « frottement médiat » lorsqu'un film fluide (hydrodynamique) sépare les surfaces, du « frottement immédiat » lorsque le film est rompu. Il constate que pour de faibles charges, l'eau et même l'air peuvent être de très bons lubrifiants. Enfin Hirn a mis en évidence le rodage qui intervient pendant la période de démarrage. Par ailleurs, à l'aide d'un système de refroidissement par circulation d'eau et en maintenant la température du bain d'eau constante à 1 °C près, Hirn détermine le rapport entre le travail mécanique et la calorie ; compte tenu des unités utilisées il trouve que l'équivalent mécanique de la kilocalorie est compris entre 350 kg.m (3 434 J) et 450 kg.m (4 415 J) ; il retient la valeur de 370 kg.m (3 630 J) obtenue dans la plupart des cas. On sait maintenant que cette valeur est trop faible ; à la même époque Mayer obtenait 365 kg.m (3 580 J) et Joule 417 kg.m (4 090 J).

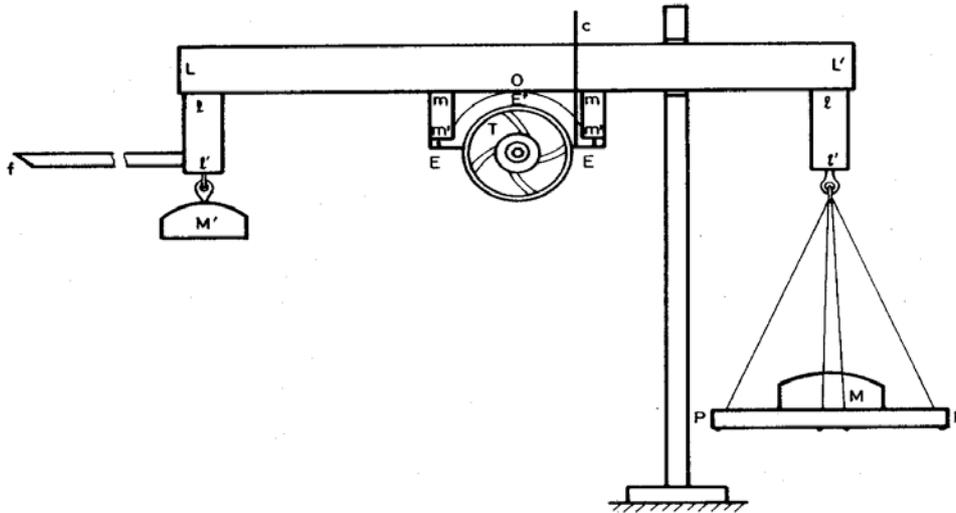


Fig. 17 : Schéma du dispositif d'essai utilisé par G. Hirn. [11].

Les résultats obtenus par Hirn sur le frottement hydrodynamique sont en opposition totale avec les lois de Coulomb, aussi l'Académie des Sciences en France en 1849 et la Royal Society en Angleterre refusèrent successivement de les accepter ; ils ne furent publiés qu'en 1854 dans le Bulletin de la Société Industrielle de Mulhouse où on peut encore les consulter.

En 1879, Robert Henry Thurston (1839-1903) qui devient l'année suivante le premier Président de l'« American Society of Mechanical Engineers » publie le résultat de ses études sur le frottement et la lubrification. Il montre que lorsque la vitesse augmente, le coefficient de frottement d'un palier lubrifié décroît au-dessous de la valeur statique, passe par un minimum puis augmente ensuite avec la vitesse. Il remarque aussi que la vitesse qui correspond au minimum de frottement, dépend de la charge appliquée au palier. En 1885, R. Thurston publia l'ensemble de ses études dans « A treatise on friction and lost work in machinery and millwork ». Ce livre dédié à G. Hirn connut un grand succès et fut réédité 7 fois entre 1885 et 1907.

En 1883 Nikolai Pavlovich Petrov (1836-1920) présente le résultat de ses études et essais sur le frottement des paliers lubrifiés. Il montre que de toutes les caractéristiques physiques d'une huile, seule la viscosité joue un rôle prépondérant sur le frottement des paliers. Il précise qu'un film liquide sépare totalement les surfaces de l'arbre et du coussinet et que dans ce film doit régner une pression qu'il suppose constante. Il analyse par ailleurs les travaux de G. Hirn et reprend pour caractériser la lubrification hydrodynamique le terme de frottement médiat proposé par G. Hirn. Enfin, et c'est sans doute sa contribution la plus importante, il démontre que le frottement F du palier est proportionnel à la vitesse V , à la surface du contact Q et à la viscosité μ ; il propose la relation :

$$F = \frac{\mu V Q}{\varepsilon + \frac{\mu}{\lambda_1} + \frac{\mu}{\lambda_2}}$$

où ε est l'épaisseur moyenne du film lubrifiant et λ_1 et λ_2 des coefficients introduits pour prendre en compte un éventuel glissement du fluide aux parois. Cette loi approchée dans le cas général, est exacte pour un palier non chargé, avec $\frac{\mu}{\lambda_1} + \frac{\mu}{\lambda_2} = 0$ car il n'y a pas de

glissement aux parois. Elle porte le nom de Loi de Petrov. Par ailleurs, à l'aide d'une analyse thermique globale, N. Petrov montre que pour un palier donné fonctionnant à une vitesse connue et pour un lubrifiant donné, le frottement dépend directement de la température. La valeur du frottement peut être calculée pour n'importe quelle température si l'on connaît la courbe viscosité température du fluide et le frottement à une température donnée. Ce dernier résultat n'est qu'approché car il ne tient pas compte de l'effet de la variation de la viscosité sur la portance du palier. Pour vérifier sa théorie, N. Petrov a effectué de nombreux essais sur des paliers de roues de wagon de chemin de fer pour des températures comprises entre - 6 °C et + 26 °C.

En Angleterre en 1882, « the Institution of Mechanical Engineers » engage Beauchamp Tower (1845-1904) pour réaliser des essais sur la lubrification des paliers. Dès 1883, B. Tower présente dans un premier rapport ses résultats obtenus sur le frottement et constate, qu'ils correspondent mieux aux lois du frottement liquide qu'à celles du frottement solide données par les lois de Coulomb. En effet, le frottement varie peu avec la charge, il augmente avec la vitesse et diminue rapidement lorsque la température augmente. Il montre par ailleurs, la présence d'un film lubrifiant entre les surfaces de l'arbre et du coussinet ainsi que l'existence d'une génération de pression dans ce film. La mise en évidence de cette génération de pression dont l'importance est capitale, a été fortuite : la rainure d'alimentation du palier étudié était placée par erreur, mais c'était souvent l'usage à l'époque, dans la zone chargée ; ainsi l'huile était évacuée du palier à partir de la rainure par le tube d'alimentation. B. Tower pour arrêter cette fuite obtura le tube d'abord avec un bouchon en liège puis en bois mais à chaque fois, la pression hydrodynamique chassait le bouchon. Un manomètre permettant des mesures jusqu'à 14 bars fut alors vissé à la place du bouchon ; en quelques instants, l'aiguille atteignit la valeur maximale alors que la pression moyenne calculée à partir de la charge n'était que de 7 bars. Ainsi, l'existence d'une pression hydrodynamique dans un palier était prouvée pour la première fois. A la suite de cette observation, B. Tower montre que pour assurer de bonnes conditions de fonctionnement, il fallait que les rainures soient placées dans les zones non chargées du palier et laisser l'arbre entraîner l'huile dans la zone de pression. Dans un second rapport présenté en 1885, B. Tower donne la répartition de pression mesurée à la surface du coussinet ; l'intégration de cette pression permet de retrouver la charge avec une erreur de seulement 2 %, ce qui est remarquable.

Les études expérimentales de B. Tower, qui pour la première fois ont mis en évidence l'existence d'une pression hydrodynamique dans le film lubrifiant d'un palier, ont permis le développement de la théorie de la lubrification. En effet, c'est au XIX^e siècle, que les bases de la lubrification moderne ont été établies. En 1822, le mathématicien Claude Louis Marie Henri Navier (1785-1836), à la suite des travaux d'Euler, présente dans un rapport à l'Académie des Sciences, les équations générales du mouvement d'un fluide en tenant compte pour la première fois, du frottement intérieur du fluide, c'est-à-dire de la viscosité. Ces lois sont toujours utilisées aujourd'hui et sont connues des mécaniciens des fluides sous le nom

d'équations de Navier-Stokes, car Stokes, le premier, les a intégrées dans différents cas relativement simples.

Entre 1840 et 1846, Jean Louis Marie Poiseuille (1799-1869) établit les équations qui gouvernent l'écoulement d'un fluide dans un tube de faible diamètre afin de décrire l'écoulement du sang dans les vaisseaux. Ces lois très utilisées en lubrification, on parle aujourd'hui d'écoulement de type Poiseuille, ont été confirmées indépendamment quelques années plus tard par Hagen en Allemagne. Elles sont usuellement connues sous le nom de loi de Hagen-Poiseuille. Le nom de Poiseuille a d'ailleurs été donné à l'unité de viscosité dynamique dans le système M.K.S.A. De même, depuis 1913, la Poise est utilisée pour désigner l'unité de viscosité dynamique dans le système C.G.S.

C'est Osborne Reynolds (1842-1912), très connu pour ses études des écoulements turbulents qui, dans un article publié en 1886, établit les bases de la lubrification hydrodynamique actuelle dans le but d'expliquer les résultats expérimentaux de Tower.

Dans la première partie de son étude, Reynolds discute les résultats de Tower. Il montre que lorsqu'un film de lubrifiant sépare totalement les surfaces, le frottement n'est pas proportionnel à la vitesse car l'élévation de température dans le film entraîne une diminution de la viscosité et donc du frottement. Il suggère que dans les expériences réalisées par Tower, les rayons de l'arbre et du coussinet sont différents et que l'épaisseur minimale du film est située en aval de la ligne de charge. Par ailleurs, il note que lorsque la charge augmente, la pression dans la zone de sortie du film devient négative, ce qui entraîne la rupture du film.

Dans une seconde partie de son mémoire, Reynolds analyse les écoulements simples entre deux plaques parallèles puis inclinées. Il donne une explication physique du phénomène de portance dû à la conservation du débit dans le coin d'huile. Enfin, il explique la nécessité du rodage par l'existence des rugosités qui jouent un rôle dans la zone où l'épaisseur du film est la plus faible.

Dans la troisième partie de son travail, Reynolds présente les hypothèses de base de la lubrification hydrodynamique :

- l'épaisseur du film est très faible devant les autres dimensions,
- l'écoulement est laminaire,
- le lubrifiant obéit à la loi de Newton, sa viscosité est constante et il est incompressible,
- les forces massiques et les forces d'inertie dans le fluide sont négligées,
- la courbure générale du film est négligée,
- la vitesse du fluide selon l'épaisseur du film est très faible devant les autres vitesses ($v \ll u$ et w),
- les gradients de vitesse selon l'épaisseur du film sont prépondérants devant les autres.

Compte tenu de ces hypothèses, les équations de Navier-Stokes (*les notations sont celles utilisées par Reynolds*) se réduisent à :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp}{dx} &= \mu \frac{d^2 u}{dy^2} \\ \frac{dp}{dy} &= 0 \\ \frac{dp}{dz} &= \mu \frac{d^2 w}{dy^2} \end{aligned} \right\}$$

par intégration et, en supposant qu'il n'y a pas de glissement entre le fluide et les surfaces de contact, O. Reynolds obtient le champ de vitesse dans le fluide :

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (y-h)y + U_0 \frac{h-y}{h} + U_1 \frac{y}{h} \\ w &= \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dz} (y-h)y \end{aligned} \right\}$$

ces expressions reportées dans l'équation de continuité, intégrée à travers l'épaisseur du film donnent :

$$\frac{d}{dx} \left(h^3 \frac{dp}{dx} \right) + \frac{d}{dz} \left(h^3 \frac{dp}{dz} \right) = 6\mu \left\{ (U_0 + U_1) \frac{dh}{dx} + 2V_1 \right\}$$

Cette équation est connue depuis sous le nom d'équation de Reynolds, c'est l'équation de base de la lubrification hydrodynamique.

Dans la dernière partie de son mémoire, Reynolds a intégré cette équation dans le cas du coin d'huile infiniment long $\left(\frac{dp}{dz} = 0 \right)$. Il a aussi proposé une solution dans le cas du palier infiniment long en utilisant des développements en série. Cependant, l'intégration est très laborieuse et la solution n'est acceptable que dans le cas des paliers très peu chargés.

6 - LA TRIBOLOGIE AU XX^e SIÈCLE

L'analyse de toutes les publications et réalisations effectuées depuis le début du siècle dans le domaine de la tribologie représente un travail considérable qui dépasse largement le cadre de cet article. Cependant, un aperçu des progrès réalisés peut schématiquement être présenté. Nous utiliserons pour cela la classification actuelle et nous parlerons successivement de la lubrification hydrodynamique, hydrostatique et élastohydrodynamique, et du frottement sec.

La théorie de la lubrification hydrodynamique présentée par Reynolds en 1886, a été utilisée dès le début du XX^e siècle pour le calcul des butées et des paliers.

En 1905, Anthony George Maldon Michell (1870-1959) obtient à l'aide de développements limités, la solution de l'équation de Reynolds dans le cas d'une butée de largeur finie. Il montre ainsi, la diminution de portance due aux fuites latérales du fluide. Dans le cas des paliers, les progrès ont été moins rapides. En 1904, Arnold Johannes Wilhelm Sommerfeld (1868-1951) utilise un changement de variables judicieux et présente une solution analytique à l'équation de Reynolds dans le cas du palier infiniment long $\partial p / \partial z = 0$. Cependant, les conditions aux limites proposées ne tiennent pas compte de la rupture du film dans le palier et la pression ainsi obtenue est négative dans la zone divergente, ce qui ne correspond pas à la réalité physique. En 1914, Ludwig Karl Friedrich Gumbel (1874-1923) propose pour le calcul de la charge dans le palier de ne prendre en compte que la partie positive de la pression et de négliger toute la zone où la pression est négative. La charge ainsi calculée est évidemment erronée. En 1932, Herbert Walker Swift (1894-1960) puis W. Stieber en 1933 présentent indépendamment, des conditions aux limites à la sortie du film plus représentatives de la réalité. Ils écrivent que dans la zone divergente du palier le film se rompt le long d'une frontière déterminée par les conditions supplémentaires suivantes : le long

de la frontière, la pression prend la valeur de la pression saturante du fluide et le gradient de pression s'annule. Ces conditions qui respectent la continuité du débit à la sortie du film, sont dites conditions aux limites de Reynolds et sont universellement utilisées aujourd'hui pour le calcul des paliers soumis à des charges constantes. Une méthode numérique de résolution de l'équation de Reynolds utilisant ces conditions, a été proposée par Christopherson dès 1941.

En 1931, Albert Kingsbury (1863-1943) obtient une solution approchée à l'équation de Reynolds, en utilisant une méthode analogique basée sur la similitude existante entre l'équation de Reynolds et l'équation qui décrit la loi de variation de la tension électrique dans un milieu résistif.

En 1953, Fred William Ocvirk (1913-1967) présente une méthode approchée pour le calcul des paliers courts. Il propose de négliger, dans l'équation de Reynolds, le gradient de pression circonférentiel devant le gradient de pression axial. La solution est analytique et utilise les conditions aux limites de Gumbel. Les résultats obtenus sont pratiquement exacts pour des paliers dont le rapport L/D de la longueur au diamètre est inférieur à 0,25. Cependant, cette méthode est encore utilisée aujourd'hui, dans le cas de charges variables, pour des paliers de rapport L/D de l'ordre de 0,5, car elle simplifie considérablement les calculs.

Les premières solutions numériques ont été proposées par Cameron et Wood en 1949, puis par Pinkus, Raimondi et Boyd en 1958.

L'importance des effets thermiques en lubrification hydrodynamique a été mise en évidence dès les premières études scientifiques, cependant la prise en compte de ces effets pour le calcul des mécanismes est récente. La première approche théorique de ce problème a sans doute été effectuée par Albert Kingsbury en 1933, mais c'est Duncan Dowson en 1962 qui, le premier, a présenté les équations générales de la lubrification thermohydrodynamique. Cependant, grâce aux progrès réalisés récemment, on commence aujourd'hui à résoudre dans la plupart des cas, les équations qui régissent les phénomènes thermiques en lubrification.

L'utilisation de fluides lubrifiants très peu visqueux ainsi que l'augmentation des vitesses et des dimensions des paliers et des butées entraînent des changements de régime dans l'écoulement du film lubrifiant. Ce phénomène, constaté par M. Couette dès 1890 dans le cas de l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux, puis analysé par G. I. Taylor en 1923, a été mis en évidence dans les paliers par Donald Wilcock en 1950. L'étude de ces phénomènes non laminaires (tourbillons de Taylor et turbulence) a été effectuée dans les années 1960-1970, cependant pour certaines applications, cryogéniques par exemple, de nombreux problèmes restent à résoudre.

Du point de vue des réalisations technologiques, Michell en Australie, a déposé en 1905 le premier brevet sur le patin oscillant. Ce dispositif permet à la butée de toujours présenter une inclinaison qui correspond à la charge optimale du patin à condition que la position du pivot ait été bien choisie. Dans le même temps, aux Etats-Unis vers 1900, Kingsbury a inventé aussi le patin oscillant. Cependant, il n'a déposé une demande de brevet qu'en 1907 ; il faudra attendre jusqu'en 1910 pour que cette demande soit enregistrée après que Kingsbury ait prouvé l'originalité de son invention. Les butées et les paliers à patins oscillants ont tout d'abord été peu utilisés car leur fabrication est complexe mais leur emploi s'est généralisé aujourd'hui car, bien que d'un coût élevé, ils présentent d'excellentes caractéristiques de fonctionnement (capacités de charge et stabilité) et sont classés parmi les supports de ligne d'arbre les plus performants.

Un autre type de butée, la butée à saut ou butée échelon formée de 2 parties parallèles décalées, a été proposé en 1918 par John William Strutt, baron Rayleigh (1842-1919) qui montra que ce type de butée présente, pour une épaisseur minimale de film donnée, une capacité de charge supérieure à celle des autres types de butées connues. Ce type de palier

connaît actuellement un développement remarquable dans le cas des garnitures mécaniques d'étanchéité à gaz.

L'existence de la lubrification hydrostatique était connue avant le début de ce siècle. Ainsi, L. D. Girard en 1865, démontra le principe de la séparation des surfaces et de la réduction de frottement par injection d'huile sous pression. Par ailleurs, un système hydrostatique constitué d'un bloc massif supporté par quatre patins et reposant sur une plaque en acier, a été présenté à l'exposition industrielle de Paris en 1878. Ce dispositif, appelé le chemin de fer de glace, pouvait être déplacé sans frottement dès que la pompe injectait du fluide dans les quatre patins. Cependant, le calcul des performances de ces mécanismes ne peut se faire qu'à partir de la théorie de Reynolds.

En 1917, Lord Rayleigh fut le premier à présenter l'analyse d'un système hydrostatique et à calculer la charge et le couple de frottement d'une butée hydrostatique axiale.

L'avantage des systèmes hydrostatiques qui permettent d'assurer des guidages très précis, sans à-coup, sans usure et avec un frottement quasi indépendant de la charge, a été mis en évidence de façon spectaculaire lors de la réalisation du télescope de Mont Palomar. Ce télescope mis en service en 1947, a une masse de 470 000 kg et repose sur 6 patins hydrostatiques de 0,5 m² de surface chacun. Le moteur utilisé pour entraîner en rotation l'ensemble du télescope a une puissance de 62 W (1/12 hp). Le coefficient de frottement est inférieur à 10⁻⁶. Il faut cependant ajouter à la puissance dissipée par frottement, la puissance de la pompe qui injecte le fluide sous pression dans les alvéoles des butées hydrostatiques. Cette puissance de 2,5 kW reste très raisonnable comparée à la masse du télescope mise en mouvement. Le télescope du pic du midi est lui aussi supporté par des butées hydrostatiques.

Aujourd'hui, les systèmes hydrostatiques sont utilisés dans les machines outils de précision et les appareils de mesure ainsi que dans les cas où le mouvement relatif des surfaces ne permet pas de créer une portance suffisante pour assurer un bon fonctionnement du mécanisme (paliers hybrides). Une application peu connue mais remarquable des paliers hybrides, est le palier guide des pompes primaires des réacteurs nucléaires N4 dont la durée de vie doit excéder 30 ans.

La possibilité d'utiliser de l'air et plus généralement des gaz comme lubrifiant a été mise en évidence par Gustave Hirn avant 1854. Cependant, malgré les études réalisées en 1898 et le dispositif de démonstration mis au point en 1926 par Albert Kingsbury, ainsi que les brevets pris par Ferranti en 1904, ce n'est que depuis la seconde moitié du XX^e siècle que l'emploi des paliers à gaz s'est généralisé. Ces dispositifs, qui peuvent être des systèmes aérostatiques ou aérodynamiques, sont réservés aux mécanismes de hautes précisions (métrologie) ou à très grande vitesse (fraises de dentiste, gyroscopes, turbines ...). Leur emploi reste cependant limité aux systèmes supportant de faibles charges.

Une application très remarquable des paliers à gaz est la tête de lecture des disques magnétiques des ordinateurs ; elle est supportée par un film d'air dont l'épaisseur est de quelques dizaines de nanomètres (10⁻⁹ mètres). Les premières têtes de lecture sur film d'air ont été utilisées sur les ordinateurs IBM 1130 du début des années 1960. Elles ont été conçues par William Gross, à partir des études développées dans la thèse de Virgil N. Constantinescu, soutenue en 1955.

La lubrification élastohydrodynamique concerne tous les contacts pour lesquels la pression dans le film lubrifiant est suffisamment élevée pour déformer élastiquement les surfaces et modifier le comportement du lubrifiant. Ce type de contact correspond au contact entre les dentures des engrenages, à celui entre les corps roulants et les bagues d'un roulement à billes ou à rouleaux, à celui existant dans les systèmes came-poussoir...

L'étude du contact entre un cylindre et un plan, et entre une sphère et un plan qui schématise ces mécanismes, a été réalisée en l'absence de fluide par Heinrich Rudolph Hertz (1857-1894) qui, en 1881, a présenté la théorie analytique pour calculer les contraintes et les

déformations dans le contact en l'absence de frottement. Cette théorie, connue depuis sous la théorie de Hertz, ne permet pas de décrire entièrement le comportement d'un contact lubrifié, car elle ne prend pas en compte l'effet du fluide, mais elle permet de calculer avec précision l'état de contrainte dans les matériaux.

En 1916, Martin présente l'étude du contact entre un cylindre et un plan dans le cas d'un écoulement bi-dimensionnel, en supposant les surfaces indéformables et la viscosité du fluide constante. La charge ainsi obtenue, est très inférieure à celle donnée par les résultats expérimentaux de l'époque. En 1945, Gatcombe et Grubin introduisent dans les calculs, l'augmentation de la viscosité des huiles avec la pression mise en évidence par les mesures de Hersey. Les résultats montrent que la pression dans le film tend vers l'infini, ce qui est physiquement impossible.

La première approche du problème élastohydrodynamique a été proposée par Grubin et Vinogradova en 1949. Cette analyse prend en compte la déformation élastique des surfaces calculée à l'aide de la théorie de Hertz et l'augmentation de la viscosité du lubrifiant avec la pression. La résolution de l'équation de Reynolds et des équations de l'élasticité est effectuée indépendamment et des hypothèses judicieuses permettent d'obtenir une solution au problème afin de calculer l'épaisseur minimale du film. La valeur obtenue n'est pas très éloignée de la valeur exacte connue depuis.

La première solution complète du problème élastohydrodynamique a été proposée en 1959 par Dowson et Higginson ; ces auteurs ont utilisé une méthode de résolution numérique itérative qui permet de coupler le calcul des déformations élastiques à celui de la résolution de l'équation de Reynolds. Depuis, l'utilisation des ordinateurs et le développement des techniques numériques ont permis de calculer avec précision ce type de contact, cependant l'effet des rugosités et surtout le comportement non newtonien des lubrifiants dans un contact hertzien font encore l'objet de nombreuses recherches.

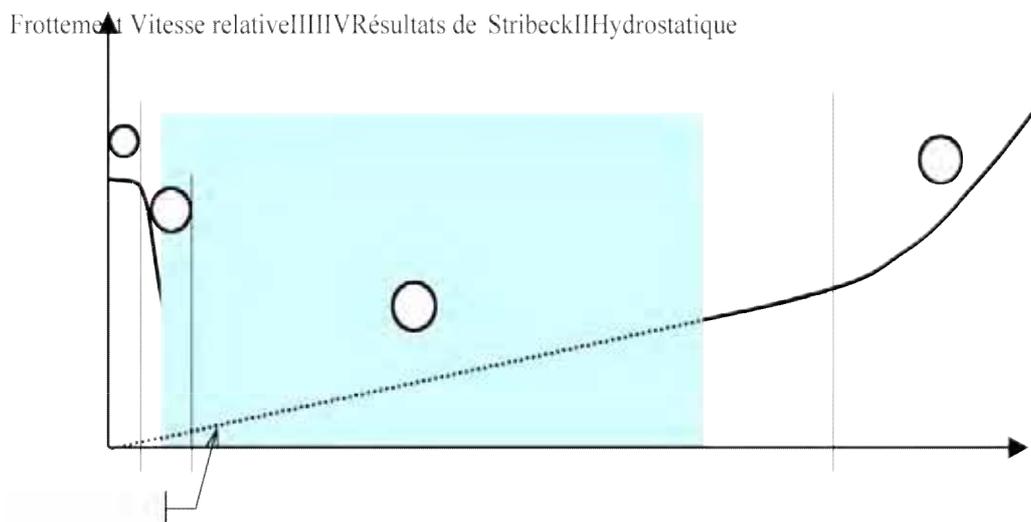


Fig. 18 : Courbe de Stribeck.

Il est commode aujourd'hui de présenter les différents types de lubrification à partir de la courbe de variation du frottement en fonction de l'épaisseur du film (fig. 18). Cette courbe qui a toujours la même allure quel que soit le type de contact lubrifié a été obtenue pour la première fois par Richard Stribeck (1861-1950) en 1902, elle porte aujourd'hui son nom. On distingue en général, 4 zones qui correspondent chacune à un type de lubrification dont la nature dépend aussi de la pression régnant dans le contact.

Dans le cas des contacts à basse pression (0,1 à 50 MPa), la zone I correspond à la lubrification limite ; la séparation des surfaces est assurée par des molécules d'huile absorbée.

Ce type de lubrification qui fait appel à la physicochimie des surfaces et des lubrifiants est possible à faible vitesse ou à vitesse modérée et pour des charges relativement faibles. Dans la zone II, l'effet hydrodynamique décrit par l'équation de Reynolds prend progressivement de l'importance et tend à séparer les surfaces qui restent encore en contact sur une partie de leurs aspérités, ce type de lubrification est la lubrification mixte. La zone III correspond à la lubrification hydrodynamique en régime laminaire dont l'analyse peut être effectuée à l'aide de l'équation de Reynolds et la zone IV à la lubrification hydrodynamique en régime non laminaire (Tourbillons de Taylor et Turbulence) dont nous avons déjà parlé. Dans ces zones, un film fluide sépare totalement les surfaces et en régime laminaire, le frottement serait proportionnel à la vitesse si la viscosité du lubrifiant ne diminuait pas lorsque la température augmente, c'est-à-dire lorsque la vitesse augmente.

Les régimes de lubrification I et II peuvent être supprimés si l'on injecte du lubrifiant sous pression dans le contact. On parle alors de lubrification hydrostatique. Dans ce cas le champ de pression dans le film est indépendant du mouvement relatif des surfaces. Des résistances hydrauliques placées à l'entrée du mécanisme permettent de réguler le comportement du palier ou de la butée hydrostatique qui, pour les fluides incompressibles, comportent généralement des alvéoles dont le but est de mieux répartir le champ de pression.

Dans les contacts à haute pression (jusqu'à 2 à 3 GPa), la zone I correspond à la lubrification extrême pression ; dans ce cas, les surfaces sont protégées par des films formés par réaction chimique des additifs « Extrême Pression » contenus dans l'huile et activés par les pressions, les contraintes de cisaillement et les températures existant dans le contact. Dans la zone II, on parle comme pour les contacts faiblement chargés, de lubrification mixte. Mais les phénomènes sont différents, c'est ici la transition entre la lubrification extrême pression et la lubrification élastohydrodynamique qui correspond à la zone III. La zone IV n'existe pas pour les contacts à hautes pressions.

Dans le domaine du frottement sec, les résultats de Coulomb sont encore utilisés aujourd'hui. Cependant, des progrès importants ont été réalisés à la suite des travaux de Holm en 1938, qui montrent que les aspérités en contact se déforment plastiquement et peuvent se souder ; ainsi la force de frottement est directement reliée aux contraintes de cisaillement des jonctions formées. Bowden et Tabor en 1939, précisent cette notion en faisant intervenir la dureté du matériau le plus mou. D'autres auteurs, dont Ernst et Merchant en 1940, montrent que les déformations des aspérités et l'effet de labourage doivent être pris en compte pour le calcul du frottement. Plus récemment, Bowden et Tabor en 1950, et Kragelskii en 1965, définissent la notion de surface réelle du contact. En effet, les surfaces d'un contact ne sont jamais géométriquement parfaites et la charge appliquée se répartit sur un petit nombre de sommets soumis à des déformations plastiques. La surface réelle est alors directement fonction de la charge appliquée et est indépendante de la surface apparente de contact. Rabinowicz en 1965, introduit de plus, la notion d'énergie d'adhérence des surfaces afin de préciser la valeur du frottement.

Les études sur l'usure, elles aussi très récentes, ont, pour la plupart été réalisées ces trente dernières années. Les phénomènes d'usure, qui naturellement ont un lien direct avec la dégradation des matériaux, ont été classés d'après la nature physique des processus mis en jeu. On distingue ainsi aujourd'hui, les usures par adhésion, abrasion, érosion, corrosion et fatigue. Cependant, on ne sait pas prédire avec précision, l'usure d'un mécanisme en frottement sec.

Récemment, à la suite de nombreuses observations, le modèle de contact à trois corps a été proposé en 1970, par Maurice Godet. Cette notion qui est quasi universellement admise aujourd'hui, consiste à considérer un contact sec comme formé de deux solides de comportement généralement élastoplastique et d'un film intercalaire dont malheureusement la rhéologie est très mal connue. Ce film intercalaire, nécessaire au bon fonctionnement d'un contact, peut provenir d'un revêtement initial, c'est le rôle des traitements de surface, mais

peut aussi être constitué de débris d'usure qui assurent une séparation entre les deux solides formant le contact.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] SINGER C. - "A history of technology". Clarendon Press 1954.
- [2] LAYARD A. H. - "Discoveries in the ruins of Nineveh and Babylon". John Murray, 1853.
- [3] DOWSON D. - "History of Tribology". Longmans, 1979. Second Edition, Professional Engineering Publishing, 1998.
- [4] DRACHMAN A. G. - "Ancient oil mills and presses". Archaeol. Kunsthist. Medd, 1, N° 1, 1932, Munksgaard.
- [5] RAZZAZ EL CEZERI - "Olaganüstü mekanik araçların bilgisi hakkında kitap : le livre des dispositifs mécaniques ingénieux". Copie effectuée en 1990 du manuscrit datant de 1206 du Musée Topkapi – Istanbul n° 3472.
- [6] TACCOLA – "De rebus militaris ou De machinis libri decem : Machines et Stratagèmes de Taccola", Ingénieur de la Renaissance présenté par Eberhard Knobloch.
- [7] TRUESDELL C. - "Essays in the History of Mechanics". Springer-Verlag, Berlin, 1968.
- [8] CIANCHI M. - "Les Machines de Léonard de Vinci". Becocci, Italie, 1984.
- [9] FRANCE-LANORD A. - "Agricola de Re Metallica". Traduit de l'édition originale latine de 1556. Gérard Klopp, Thionville, 1987.
- [10] COULOMB C. A. - "Théorie des machines simples en ayant égard au frottement de leurs parties et à la raideur des cordages". Imprimerie du Moutard. Paris, 1782.
- [11] HIRN G. A. - "Etudes sur les principaux phénomènes que présentent les frottements médiats, et sur les diverses manières de déterminer la valeur mécanique des matières employées au graissage des machines". Bulletin de la Société Industrielle de Mulhouse, Tome 26, 1854.
- [12] MORIN A. - "Notions fondamentales de mécanique et données d'expérience". Librairie Hachette, Paris, 1860.
- [13] DUGAS R. - "Histoire de la Mécanique". Dunod, Paris et du Griffon, Neuchâtel, 1950.
- [14] FULLER D. D. - "Theory and Practice of Lubrication for Engineers". John Wiley and Sons, New York, 1956.
- [15] BURSTALL A. F. - "A History of Mechanical Engineering". Faber and Faber, Londres, 1963 et 1970.
- [16] CAMERON A. - "The Principles of Lubrication". Longmans, Londres, 1966.
- [17] GILLES B. - "Histoire des techniques". Encyclopédie de la Pléiade, 1978.
- [18] ERRARD DE BAR-LE-DUC J. - "Le premier livre des instruments mathématiques mécaniques". Reproduction en fac-similé de l'édition de 1584, Berger-Levrault, 1979.

CHAPITRE 2

LES HUILES LUBRIFIANTES

Les huiles lubrifiantes actuellement utilisées sont généralement constituées d'un fluide de base appelé « base de lubrifiant » qui peut être synthétique ou d'origine minérale, auquel sont ajoutés de nombreux additifs dont la nature varie avec la destination du produit.

1 - HUILES DE BASE

Selon l'origine du lubrifiant les bases minérales peuvent être classées en deux grandes catégories [1] :

- Les bases à structures paraffiniques formées d'hydrocarbures saturés à chaîne droite. Ces bases présentent une grande stabilité à l'oxydation et possèdent un indice de viscosité élevé (de l'ordre de 100) ; elles sont par ailleurs peu agressives vis à vis des élastomères habituellement utilisés pour les joints d'étanchéité. Cependant le haut poids moléculaire de certaines chaînes peut entraîner la cristallisation de l'huile dès la température ambiante. Les isoparaffiniques qui possèdent un indice de viscosité moins élevée ne présentent pas cet inconvénient.

- Les bases à structures naphénique, formées de noyaux cycliques. Ces bases sont moins stables à l'oxydation, et présentent un indice de viscosité plus faible (de l'ordre de 50) ; elles sont par ailleurs relativement agressives vis à vis des élastomères. Elles possèdent par contre d'excellentes caractéristiques à basse température.

Ces différentes bases sont généralement obtenues par distillation et raffinage de pétrole brut ; cependant pour des applications plus particulières, les procédés d'hydrocraquage permettent d'obtenir des huiles de base à faible teneur en aromatiques (produits à structure benzénique), à haut indice de viscosité et de très bonne résistance à l'oxydation après additivation.

De nombreux produits synthétiques ont été développés ces 30 dernières années pour résoudre des problèmes de lubrification particulièrement difficiles. On peut citer comme exemple les fluides de haute stabilité thermique, les fluides difficilement inflammables et les lubrifiants pour l'aviation.

Parmi les principales familles de produits utilisés on mentionnera :

- Les esters aliphatiques qui se caractérisent par un indice de viscosité élevé, une faible volatilité et des propriétés lubrifiantes excellentes,

- les esters phosphoriques utilisés souvent comme additifs anti-usure, qui présentent un indice de viscosité élevé et sont difficilement inflammables,

- les silicones et silicates qui ont un excellent indice de viscosité et un point d'écoulement très bas ; cependant leurs propriétés lubrifiantes ne sont pas très bonnes,
- les polyphényléthers qui présentent une remarquable stabilité à haute température (jusqu'à 450° C environ) et qui sont d'excellents lubrifiants. Ils ont cependant un indice de viscosité faible et sont très onéreux,
- les polypropylènes glycols qui se caractérisent par un indice de viscosité élevé, un point d'écoulement très bas et de bonnes propriétés anti-usure, cependant ils ont une stabilité thermique et une résistance à l'oxydation assez moyenne et certains ne sont pas miscibles aux bases minérales,
- les polyoléfines qui présentent un indice de viscosité assez élevé et un point d'écoulement très bas.

Tous ces produits sont utilisés soit purs soit en mélange avec d'autres bases synthétiques ou minérales.

2 - ADDITIFS OU DOPES

Les propriétés des bases utilisées sont généralement modifiées par des composés de structures chimiques très variées, appelés additifs ou dopes que nous allons examiner succinctement [1, 2].

2.1 - ADDITIFS "AMÉLIORANT D'INDICE DE VISCOSITÉ"

Ce sont des polymères qui introduits à faible concentration dans une base lubrifiante entraînent une augmentation relative de la viscosité plus importante à haute qu'à basse température et qui par conséquent augmentent l'indice de viscosité du lubrifiant sans modifier défavorablement les autres propriétés essentielles.

Les produits généralement utilisés sont des polyméthacrylates, des polyacrylates et des polymères d'oléfine.

Il faut cependant mentionner que ces polymères, utilisés comme additifs, ont des masses moléculaires élevées et sont relativement « fragiles ». Ils peuvent se dégrader d'une part sous l'effet de sollicitations mécaniques telles que les contraintes de cisaillement, par rupture de la molécule et d'autre part sous l'effet de la température soit par thermo-oxydation soit par dépolymérisation.

Par ailleurs, le comportement de ces solutions de polymères n'est pas exactement newtonien. En effet, lorsque le lubrifiant est soumis à des contraintes de cisaillement très élevées, on observe au-delà d'un certain seuil une chute de viscosité réversible qui correspondrait à un allongement des molécules dans la direction de l'écoulement. Lorsque la contrainte de cisaillement augmente, la viscosité effective de la solution tend asymptotiquement par valeur supérieure vers celle de l'huile de base.

2.2 - ADDITIFS DE POINT D'ÉCOULEMENT

A basse température la cristallisation des paraffines modifie les propriétés rhéologiques du lubrifiant qui tend à se solidifier. Les additifs de point d'écoulement sont donc utilisés pour lutter contre cette solidification. Ils agissent sans doute par absorption en diminuant la taille des cristaux de paraffine, ou en modifiant la forme cristalline qui évolue vers une structure en aiguilles et en réduisant l'adhésion entre les cristaux.

Les produits utilisés appartiennent aux quatre familles suivantes : les alkyl-aromatiques, les polyesters, les polyamides et les polyoléfines.

2.3 - ADDITIFS DÉTERGENTS ET DISPERSANTS

Ces additifs permettent d'une part de maintenir les parties les plus chaudes d'un moteur en bon état de propreté en évitant les dépôts, c'est l'effet détergent et d'autre part, de maintenir en suspension les impuretés solides formées au cours du fonctionnement du moteur afin d'éviter la formation d'agglomérats, c'est l'effet dispersant. Par ailleurs ces additifs généralement basiques neutralisent les composés acides formés par la combustion.

L'action de ces additifs s'effectue essentiellement par absorption sur les surfaces métalliques afin d'éviter l'adhérence des dépôts et par absorption sur les particules en suspension dans l'huile pour maintenir leur dispersion.

Les produits utilisés sont soit des organo-sels de métaux alcalino-terreux tels que les sulfonates, les thiophosphates et les phénates, soit des succinimides plutôt utilisées comme dispersants.

2.4 - ADDITIFS ANTI-USURE ET EXTRÊME PRESSION

Les additifs anti-usure et extrême pression agissent de façon sensiblement identique : un film protecteur se forme sur les surfaces du contact par réaction de l'additif ou de ses produits de décomposition, avec le métal. La distinction entre ces additifs est basée essentiellement sur la température à laquelle ils réagissent, température qui dépend directement des conditions de charge et de vitesse au contact. Les additifs anti-usure agissent dès la température ambiante ou à moyenne température alors que les additifs extrême pression sont actifs à température élevée.

Les additifs anti-usure sont essentiellement des esters phosphoriques et des dithiophosphates. Les mécanismes d'action de ces différents produits ont fait l'objet de nombreuses études mais n'ont pas encore été totalement élucidés. L'activité des esters phosphoriques semble directement liée au degré d'acidité des acides correspondants ; par contre ce sont les produits de décomposition thermique des dithiophosphates qui réagissent à la surface du métal, le phosphore joue alors un rôle essentiel dans la protection anti-usure.

Les additifs extrême pression sont des composés soufrés, chlorés et des dérivés phosphore-soufre :

- Les produits soufrés tels que les esters gras soufrés à forte concentration de soufre réagissent à haute température pour former une couche protectrice de sulfure de fer. Les sulfures organiques agiraient de la façon suivante : les disulfures initialement absorbés sur les surfaces

métalliques se transforment en monosulfures organiques qui présentent des propriétés anti-usure. Ces sulfures organiques, sous l'effet des pressions, des contraintes de cisaillement et des températures, sont détruits ; les sulfures inorganiques alors formés réagissent avec le métal et présentent des propriétés extrême pression.

- Les composés chlorés sont principalement des esters gras chlorés, des paraffines chlorées et des acides gras chlorés. Ces produits se décomposent à haute température en libérant du chlore très actif qui réagit avec les surfaces métalliques pour former probablement des chlorures de fer. Ces produits peuvent dans certains cas être très corrosifs et sont de ce fait plutôt utilisés pour les huiles d'usinage.

- Les dérivés phosphore-soufre sont des produits mis au point plus récemment, dont la composition et les mécanismes d'action sont encore peu connus. Ces composés ont d'excellentes propriétés extrême pression, ils sont encore stables à des températures de l'ordre de 120° C et sont peu réactifs vis à vis des métaux cuivreux. Pour ces différentes raisons ils sont très largement utilisés dans les huiles industrielles.

2.5 - ADDITIFS ANTI-OXYDANTS

Ces produits ont pour rôle de ralentir et si possible de supprimer les phénomènes d'oxydation du lubrifiant. Ils agissent de trois façons différentes :

- par blocage du processus de destruction en captant les radicaux libres des chaînes moléculaires. Ces produits sont généralement des phénols et des amines;

- par destruction des peroxydes qui se forment lors des phénomènes de détérioration. Ces composés sont des dithiophosphates et des dithiocarbamates;

- par désactivation des ions métalliques et par formation d'un film protecteur sur les surfaces afin d'éliminer l'action catalytique des métaux. Ces additifs sont des phénols et des phénates.

2.6 - ADDITIFS DIVERS

D'autres produits sont encore utilisés comme additifs ; on peut citer :

- Les additifs d'onctuosité qui agissent par absorption sur les surfaces du contact et qui sont destinés à diminuer les frottements dans le cas de contact métal sur métal. Ce sont des esters gras, alcools gras, amines grasses et acides gras.

- Les additifs antirouille qui agissent par absorption sur le métal et formation d'une couche protectrice quasi-imperméable à l'air, à l'eau et aux composés corrosifs. Ces produits qui sont des sulfonates, naphthénates, des sels d'amines et des acides gras, sont parfois incompatibles avec les additifs anti-usure.

- Les additifs anti-émulsionnants dont le rôle est d'éviter la formation de mousse.

3 - VISCOSITE DES LUBRIFIANTS

De toutes les propriétés physiques et chimiques à considérer en lubrification, la viscosité est l'une des plus importante. Dans les paliers, les engrenages et les systèmes

hydrauliques où le régime de fonctionnement est hydrodynamique, c'est la viscosité qui détermine les pertes par frottement, la capacité de charge et l'épaisseur du film d'huile. La viscosité est véritablement une mesure de l'aptitude physique d'un fluide à assurer la lubrification par film complet sous des conditions définies de vitesse, de charge et de température.

3.1 - DÉFINITION DE LA VISCOSITÉ

Selon la norme N.F. T 60-100 de Novembre 1959 : « La viscosité d'un liquide est la propriété de ce liquide, résultant de la résistance qu'opposent ses molécules à une force tendant à les déplacer par glissement dans son sein ».

Ainsi la viscosité d'un fluide est la résistance opposée par ce fluide à tout glissement interne de ses molécules les unes sur les autres.

Cette force de résistance peut être calculée par la formule de Newton relative à l'écoulement laminaire d'un fluide entre une surface mobile animée d'une vitesse V et une surface fixe (fig. 1). Entre ces deux surfaces les différentes « pellicules » de fluide vont également se déplacer à des vitesses v différentes variant de 0 à V .

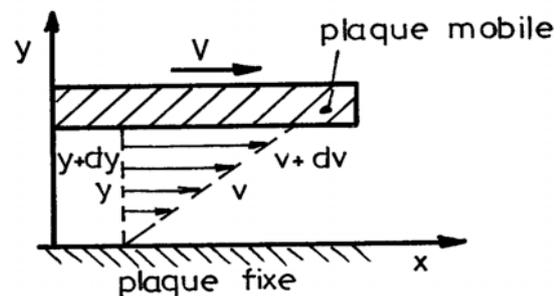


Fig. 1 : Ecoulement de Couette

Si à une distance y de la surface fixe, la vitesse de la pellicule de fluide est v et devient $v+dv$ à la distance $y+dy$ alors la contrainte tangentielle σ_{xy} appelée fréquemment contrainte de cisaillement, et notée τ , est donnée par :

$$\tau = \sigma_{xy} = \mu \frac{dv}{dy}$$

où μ est un coefficient caractéristique du fluide appelé viscosité dynamique.

L'hypothèse selon laquelle il existe un coefficient de proportionnalité, appelé viscosité dynamique, entre la contrainte de cisaillement et le gradient de vitesse est justifié par l'expérience pour un grand nombre de fluides, dits fluides newtoniens. Parmi ceux-ci, on trouve l'eau et de nombreuses huiles lubrifiantes. La présence de macromolécules, ou des conditions sévères d'utilisation, font que la relation de proportionnalité n'existe pas toujours : le fluide est alors non newtonien. Cet aspect sera abordé succinctement dans la dernière partie de ce chapitre.

Dans le cas général, pour un fluide newtonien, la relation qui lie le tenseur des contraintes σ_{ij} au tenseur des taux de déformation ϵ_{ij} s'écrit :

$$\sigma_{ij} = (-p + \lambda\theta)\delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad \text{avec} \quad \theta = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

Dans cette relation, p est la pression, θ le taux de dilatation cubique, δ_{ij} le symbole de Kronecker et μ et λ deux coefficients de viscosité. Pour un fluide incompressible $\theta = 0$: le second coefficient de viscosité λ n'intervient plus.

3.2 - UNITÉS DE VISCOSITÉ

De la relation ci-dessous, on tire immédiatement l'équation dimensionnelle de la viscosité dynamique μ :

$$\mu = M L^{-1} T^{-1}$$

En mécanique des fluides, s'introduit fréquemment dans les calculs la quantité $\nu = \mu/\rho$, rapport de la viscosité dynamique à la masse volumique du fluide. Cette viscosité ν s'appelle la viscosité cinématique. Ses dimensions sont :

$$\nu = L^2 T^{-1}$$

L'unité de viscosité dynamique, dans le système normalisé (S.I.) est le Pascal seconde (Pa.s.) identique au Poiseuille (PI) anciennement utilisé dans le système M.K.S.A.. C'est le coefficient de proportionnalité d'un fluide dans lequel la contrainte de cisaillement est 1 N/m^2 pour un gradient de vitesse de 1 s^{-1} . Dans le système C.G.S., l'unité de viscosité dynamique est le Poise (Po). Ces unités étant généralement trop grandes pour les huiles couramment employées, on utilise souvent le milliPascal seconde (mPa.s) et le centipoise (cPo) qui correspondent sensiblement à la viscosité de l'eau à 20° C .

Dans le système C.G.S. l'unité de viscosité cinématique est le Stokes (St). Dans la pratique on utilise le centistokes (cSt). Il n'existe pas de nom à l'unité de viscosité cinématique dans le système S.I. c'est donc le m^2/s . Le tableau 1 résume les données relatives aux unités de viscosité.

Tableau 1 : Unités de viscosité

Viscosité	Dimension	C.G.S.	S.I.	Correspondance
μ (dynamique)	$M L^{-1} T^{-1}$	Poise (Po)	Pascal seconde (Pa.s)	1 cPo
		g/cm.s	Kg/m.s	1 mPa.s
ν (cinématique)	$L^2 T^{-1}$	Stokes (St)		1 cSt
		cm^2/s	m^2/s	1 mm^2/s

Dans le tableau 2 nous présentons à titre d'exemple la viscosité dynamique de quelques fluides ; sauf indication contraire, cette viscosité est donnée pour une température de 20° C .

4 - VISCOSIMETRIE

Pour mesurer la viscosité d'un liquide, on emploie des viscosimètres qui se rangent en deux catégories, les viscosimètres absolus et les viscosimètres empiriques.

Tableau 2 : Ordre de grandeur de la viscosité dynamique de quelques fluides.

Fluide	Pascal seconde (Pa.s)
Air	$1,8 \cdot 10^{-5}$
Ether	$2,4 \cdot 10^{-4}$
Benzène	$6,4 \cdot 10^{-4}$
Eau	10^{-3}
Mercure	$1,5 \cdot 10^{-3}$
Huiles minérales	10^{-2} à $1,5$
Huile de ricin	0,725
Glycérine à 97%	0,805
Sodium à 400° C	$2,8 \cdot 10^{-4}$
Zinc à 500° C	$2,8 \cdot 10^{-3}$
Plomb à 500° C	$1,85 \cdot 10^{-3}$

4.1 - LES VISCOSIMÈTRES ABSOLUS

Il existe plusieurs types de viscosimètres :

4.1.a - Les viscosimètres à capillaire

Ce sont des tubes capillaires calibrés dans lesquels on fait couler le fluide sous une différence de pression constante à une température uniforme et fixe. Le débit du fluide varie alors proportionnellement à la différence de pression par unité de longueur de tube, à la puissance quatrième du diamètre et en raison inverse de la viscosité absolue dynamique.

La loi d'écoulement dans les capillaires a été déterminée par Poiseuille en 1840. Elle est connue généralement sous le nom de loi de Hagen-Poiseuille car Hagen a proposé la même relation quelques années plus tard ; elle s'exprime par la relation :

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8\mu l}$$

où Q est le débit, r et l respectivement le rayon et la longueur du tube, μ la viscosité dynamique et Δp la différence de pression existant entre les deux extrémités du tube. Cette relation est valable pour un fluide incompressible en écoulement laminaire et permanent et pour des tubes dont le rapport de la longueur au diamètre est supérieur à 100. De plus cette relation ne tient pas compte des effets d'inertie dans le fluide.

Dans certains types de viscosimètres à capillaire, l'écoulement s'effectue à pression constante sous la seule action du poids du liquide dans ce cas :

$$\Delta p = \rho g h$$

où ρ est la masse volumique du fluide, g l'accélération de la pesanteur et h la distance verticale entre les deux niveaux du fluide. Dans ce cas, la viscosité cinématique peut être déduite à partir du temps t mis par un volume V de fluide à s'écouler au travers du tube capillaire par la relation :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\pi r^4 g t}{8V} = K t$$

Ces viscosimètres dont l'un porte le nom de viscosimètre Ubbelohde sont très précis ; on peut mesurer des viscosités avec une précision meilleure que 0,3%.

4.1.b - Les viscosimètres de Couette

Dans ces viscosimètres, on mesure le couple résistant transmis par le fluide contenu entre deux cylindres coaxiaux dont l'un est en rotation.

Couette, en 1890, a présenté une étude de ce type d'écoulement et a montré que le couple C mesuré en régime laminaire était lié à la viscosité dynamique μ par la relation :

$$C = \frac{4\pi\mu R_1^2 R_2^2 L (\omega_1 - \omega_2)}{R_2^2 - R_1^2} \quad \text{soit} \quad \mu = \frac{K}{\omega_1 - \omega_2}$$

Dans cette relation ω_1 , R_1 et ω_2 , R_2 sont respectivement les vitesses angulaires et les rayons des cylindres intérieur et extérieur et L la longueur du cylindre intérieur. Dans le cas où la différence des rayons est très faible devant les rayons et lorsque seul le cylindre intérieur est en rotation, on peut écrire :

$$R_1 \approx R_2 \approx R \quad \text{et} \quad C = R_2 - R_1$$

d'où

$$C = \frac{2\pi\mu R^3 L \omega}{C}$$

Ces viscosimètres sont précis et permettent, pour des jeux relatifs C/R petits, de mesurer des viscosités à des taux de cisaillement constants relativement élevés. En effet, dans ce cas, le taux de cisaillement :

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{\omega R}{C}$$

peut atteindre 10^6 s^{-1} ; cependant ceci suppose des vitesses angulaires élevées et des jeux très petits et donc une énergie importante dissipée dans le fluide qu'il est difficile d'évacuer.

4.1.c Les viscosimètres à disques ou à cônes

Dans ces viscosimètres, on mesure comme précédemment le couple transmis par le fluide entre un disque ou un cône en rotation à vitesse constante et un plan fixe.

Dans le cas d'un disque, le couple est lié à la viscosité μ par la relation :

$$C = \frac{\pi \mu R^4 \omega}{2h}$$

où ω est la vitesse angulaire, R le rayon du disque et h la distance entre le disque et le plan. Dans le cas d'un cône, cette relation s'écrit :

$$C = 2\pi \mu \omega \left[\frac{R^3}{3 \cot g \alpha} - \frac{R^2 h_0}{2 \cot g^2 \alpha} + \frac{R h_0^2}{\cot g^3 \alpha} - \frac{h_0^3}{\cot g^4 \alpha} \ln \left(1 + \frac{R}{h_0} \cot g \alpha \right) \right]$$

Dans cette relation, h_0 est la hauteur entre l'extrémité du cône et le plan et α le demi angle au sommet du cône. Remarquons qu'avec ces types de viscosimètres, les hauteurs h et h_0 peuvent varier d'une mesure à l'autre, ce qui diminue la précision des mesures.

Dans certains viscosimètres à disque tel le viscosimètre Brookfield utilisé pour les fluides très visqueux ou pour les mesures à basse température, on détermine la viscosité par la mesure du couple nécessaire pour entraîner en rotation à vitesse constante un disque épais à l'intérieur d'un godet rempli de fluide.

4.1.d - Les viscosimètres à chute de billes

Lorsqu'une bille est en chute libre dans un liquide elle atteint une vitesse limite V dont la valeur dépend de la viscosité du fluide. Cette vitesse est donnée par la relation :

$$V = \frac{2r^2 g}{9\mu} (\rho_b - \rho_l)$$

où r est le rayon de la bille, g l'accélération de la pesanteur et ρ_b et ρ_l sont respectivement les masses volumiques de la bille et du liquide. La mesure de la vitesse s'effectue par la mesure du temps mis par la bille pour passer entre deux repères.

Un autre type de viscosimètre à chute de bille quelquefois utilisé est formé d'une bille qui roule sous l'effet de son propre poids à l'intérieur d'un tube incliné d'un angle donné. Le diamètre de la bille étant légèrement inférieur au diamètre intérieur du tube, une grande précision est requise.

Ces viscosimètres sont généralement utilisés pour déterminer la viscosité des liquides de grande viscosité ou soumis à des pressions très élevées.

4.1.e - Les viscosimètres absolus étalonnés

Dans tous les viscosimètres ci-dessus, la viscosité du fluide est donnée par une relation dont les coefficients dépendent de paramètres géométriques qu'il n'est pas toujours commode de connaître avec une très grande précision. Pour cette raison, on effectue en laboratoire l'étalonnage du viscosimètre à partir du fluide dont la viscosité est connue ce qui permet ensuite de mesurer des viscosités avec une précision qui peut atteindre 1‰

4.2 - LES VISCOSIMÈTRES EMPIRIQUES

Dans ces appareils, dont les plus courants sont les viscosimètres Saybolt (Etats-Unis), Redwood (Angleterre) et Engler (Europe continentale), on mesure le temps d'écoulement d'un volume donné de fluide à travers un ajutage. Les mesures sont généralement faites pour des températures fixées à l'avance et à chaque type de viscosimètre correspond une unité de viscosité qui lui est propre. Comme le régime d'écoulement au travers l'ajutage n'est pas permanent la relation qui permet de déterminer la viscosité cinématique dans un système d'unités cohérent est une loi empirique qui, pour les viscosimètres Saybolt et Redwood, dépend de la température à laquelle les mesures sont effectuées. Par contre il existe pour le viscosimètre Engler une relation, dite de Ubbelodhe, valable quelle que soit la température :

$$\nu = 7,55 E - 3,6 / E$$

où ν est la viscosité cinématique exprimée en centistokes et E la viscosité exprimée en degrés Engler ($E > 3$).

Le tableau 3 résume l'essentiel concernant les viscosimètres empiriques en usage dans la pratique courante et le tableau 4 donne une correspondance entre les différentes unités de viscosité cinématique empirique [3].

Tableau 3 : Viscosimètres empiriques

Nom du viscosimètre	Quantité d'huile	Expression des résultats	Températures de référence	Unité de viscosité
ENGLER (Europe continentale)	200 cm ³	Temps d'écoulement de l'huile divisé par celui de la même quantité d'eau à 20°C	20°C 50°C 100°C 150°C	Degré Engler
SAYBOLT (Etats-Unis)	60 cm ³	Temps d'écoulement en secondes	70°F 100°F 130°F 210°F	Seconde Saybolt Universelle S.U.S.
REDWOOD (Angleterre)	50 cm ³	Temps d'écoulement en secondes	70°F 100°F 140°F 200°F	Seconde Redwood

Tableau 4 : Correspondance des viscosités

Viscosité Cinématique centiStokes	Degrés Engler	Secondes Saybolt SUS		Seconde Redwood R		
		Toutes températures	100 F (37,8° C)	210 F (98,9° C)	70 F (21,1° C)	140 F (60° C)
2	1,14	32,6	32,8	30,2	30,95	31,20
2,5	1,18	34,4	34,6	31,4	32,2	32,45
3	1,23	36,0	36,2	32,7	33,45	33,70
3,5	1,27	37,6	37,8	34	34,7	35
4	1,31	39,2	39,5	35	36	36
4,5	1,35	40,8	41,1	37	37	38
5	1,40	42,4	42,7	38	39	39
5,5	1,44	44	44,3	39	40	40
6	1,48	45,6	45,9	41	41	42
6,5	1,52	47,2	47,5	42	43	43
7	1,57	48,8	49,1	43	44	44
7,5	1,61	50,4	50,8	45	45	46
8	1,65	52,1	52,4	46	46	47
8,5	1,70	53,7	54,1	48	48	48
9	1,75	55,4	55,8	49	49	50
9,5	1,79	57,1	57,5	50	51	51
10	1,84	58,8	59,2	52	52	53
11	1,92	62,4	62,8	55	55	56
12	2,02	66	66,4	48	58	59
13	2,12	69,7	70,2	61	62	62
14	2,22	73,5	74	65	65	65
15	2,32	77,4	79,9	68	68	69
16	2,43	81,4	81,9	71	72	72
17	2,54	85,4	86	75	75	76
18	2,65	89,5	90,1	78	79	80
19	2,76	93,6	94,3	82	82	83
20	2,87	97,8	98,5	85	86	87
21	2,99	102,1	102,7	89	90	91
22	3,11	106,3	107	93	94	95
23	3,22	110,6	111,4	96	97	99
24	3,35	115	115,8	100	101	103
25	3,46	119,4	120,2	104	105	106
26	3,59	123,7	124,6	108	109	110
27	3,70	128,2	129	112	113	114
28	3,83	132,6	133,8	116	117	118
29	3,95	137,0	138,0	120	121	122

Tableau 4 (suite)

Viscosité Cinématique centiStokes	Degrés Engler	Secondes Saybolt SUS		Seconde Redwood R		
		Toutes températures	100 F (37,8° C)	210 F (98,9° C)	70 F (21,1° C)	140 F (60° C)
30	4,08	141,5	142,5	123	125	126
31	4,20	146	147	127	129	131
32	4,32	150,5	151,5	131	133	135
33	4,45	155	156	135	137	139
30	4,08	141,5	142,5	123	125	126
31	4,20	146	147	127	129	131
32	4,32	150,5	151,5	131	133	135
33	4,45	155	156	135	137	139
34	4,58	159,5	160,6	139	141	143
35	4,71	164	165,1	143	145	147
36	4,82	168,6	169,7	147	149	151
37	4,95	173,1	174,3	151	153	155
38	5,08	177,6	178,8	155	157	159
39	5,21	182,2	183,4	159	161	163
40	5,35	186,8	188	164	165	167
41	5,46	191,3	192,6	168	169	171
42	5,59	195,9	197,2	172	173	176
43	5,72	200	201	176	177	180
44	5,85	205	206	180	181	184
45	6	210	211	184	185	188
46	6,11	214	215	188	189	192
47	6,24	219	220	192	193	196
48	6,37	223	224	196	197	201
49	6,50	228	229	200	201	205
50	6,65	233	234	204	205	209
55	7,30	256	257	224	226	230
60	7,95	279	280	244	246	251
65	8,54	302	303	264	266	272
70	9,21	325	326	285	287	293
75	9,87	348	350	305	307	313
80	10,5	371	373	325	328	334
85	11,2	394	396	345	348	355
90	11,8	417	419	366	369	376
95	12,5	440	443	386	389	397
100	13,2	463	463	406	410	418

5 - VARIATION DE LA VISCOSITE AVEC LA TEMPERATURE

5.1 - LOIS DE LA VARIATION

En général les fluides ont une viscosité qui dépend très largement de la température. Cette variation qui au voisinage de 20° C est de 2,5% par degré pour l'eau peut atteindre 10 à 15% par degré pour les huiles minérales. La viscosité est une fonction décroissante de la température, elle chute très rapidement aux basses températures puis plus lentement aux températures élevées (fig. 2)

Pour une huile lubrifiante, on peut poser [4] :

$$\mu = \mu_0 e^{-\left(\frac{E}{T}\right)}$$

avec

$$E = a + bT + cT^{\pm 2}$$

où μ_0 est la viscosité dynamique à une température donnée, T la température absolue et où a, b, c sont à déterminer pour chaque lubrifiant.

On peut aussi utiliser la relation de Mac Coull et Walther [5] :

$$\text{Log}_{10} \text{Log}_{10} (\nu + a) = -m \text{Log}_{10} T + n$$

où ν est la viscosité cinématique, a, m et n des constantes qui dépendent du lubrifiant, et T la température absolue. La valeur de a dépend de l'unité de viscosité ; si ν est en centistokes a est compris entre 0,6 et 0,75.

La relation ci-dessus montre que si l'on porte en abscisse le logarithme de la température et en ordonnée le $\text{Log Log } \nu$, la courbe de variation de la viscosité avec la température devient une droite. C'est ce graphique, dû à Mac Coull, qui a été normalisé par l'ASTM (American Society for Testing Materials). Un tel abaque permet pour une huile donnée de déterminer sa viscosité à une température donnée si on la connaît pour 2 autres températures.

D'autres relations ont aussi été proposées, on peut citer :

- la relation de Barr

$$[\text{Log}_{10} (\nu + 0,8)]^{p,3} = A + \frac{B}{T}$$

- la relation de Hugel et Clairbois

$$\text{Log}_{10} (\mu + a) (T + b) = c$$

où ν et μ sont respectivement les viscosités cinématique et dynamique de l'huile, T la température absolue et a, b, A, B et c des constantes caractéristiques du lubrifiant.

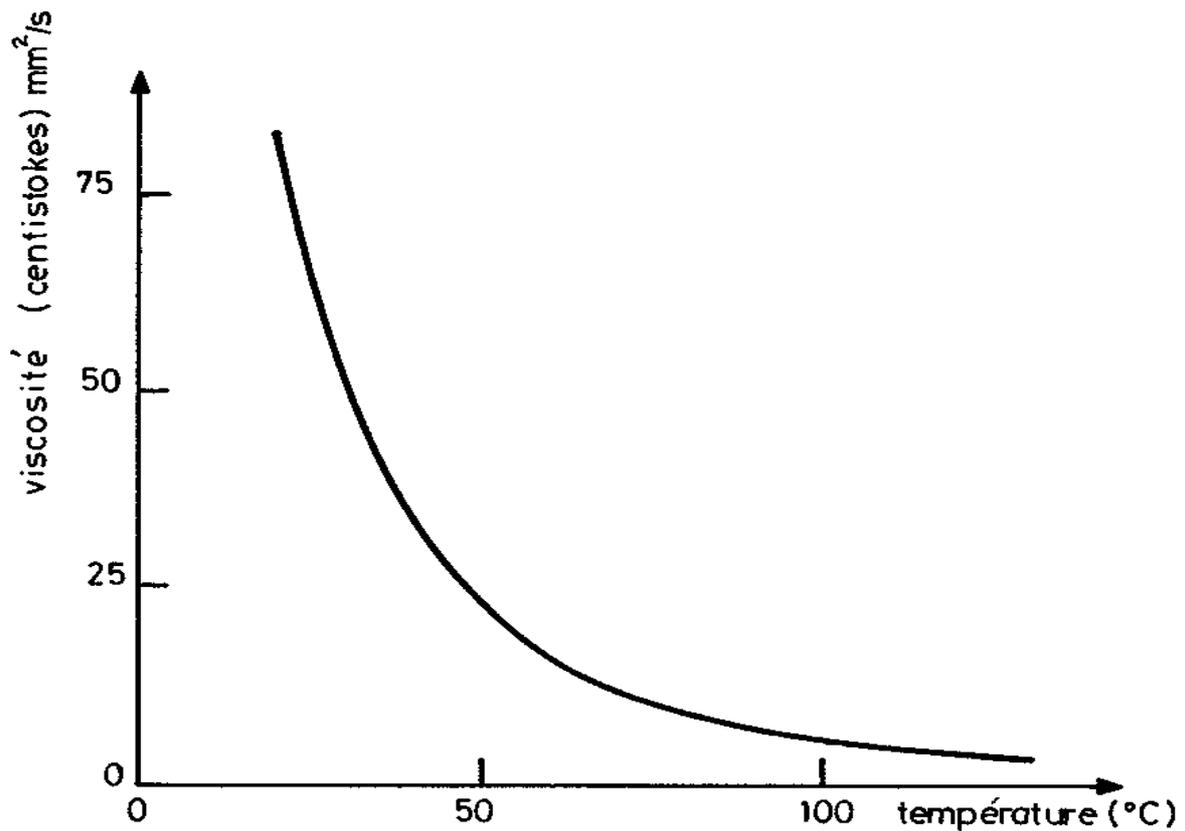


Fig. 2 : Variation de la viscosité avec la température pour une huile minérale paraffinique (huile Total Preslia 32)

5.2 - INDICE DE VISCOSITÉ

Des divers indices de viscosité qui ont été proposés jusqu'à ce jour seul celui de Dan et Davis est d'usage universel, bien qu'il fasse encore l'objet de critiques justifiées.

En 1929, ces auteurs ont classé toutes les huiles connues en différentes catégories selon la valeur de leur viscosité cinématique (SSU) à 210° F (98° C). Parmi toutes les huiles de même viscosité à 210 F, ils ont retenu les 2 huiles ayant à 100° F (37,8° C) d'une part, la plus faible viscosité et d'autre part, la plus grande viscosité. La première correspond à une huile à caractère paraffinique, dont la viscosité varie relativement peu avec la température. La seconde à une huile à caractère naphénique, dont la viscosité varie beaucoup avec la température. Ils ont alors donné arbitrairement l'indice 100 à la première et 0 à la seconde. En Europe et depuis 1975 aux Etats Unis, les températures de références sont de 40° et 100° C.

Pour déterminer l'indice de viscosité d'une huile de viscosité U à 40° C et P à 100° C, on recherche les viscosités respectives L et H à 40° C des huiles de références à caractères paraffinique et naphénique ayant la viscosité P à 100° C (Fig. 3). L'indice de viscosité VI (Viscosity Index) est alors donné par :

$$VI = 100 \frac{L - U}{L - H}$$

Les viscosités des huiles de référence sont données dans les tables de la Norme NF T 60-136 "Calcul de l'indice de viscosité à partir de la viscosité cinématique".

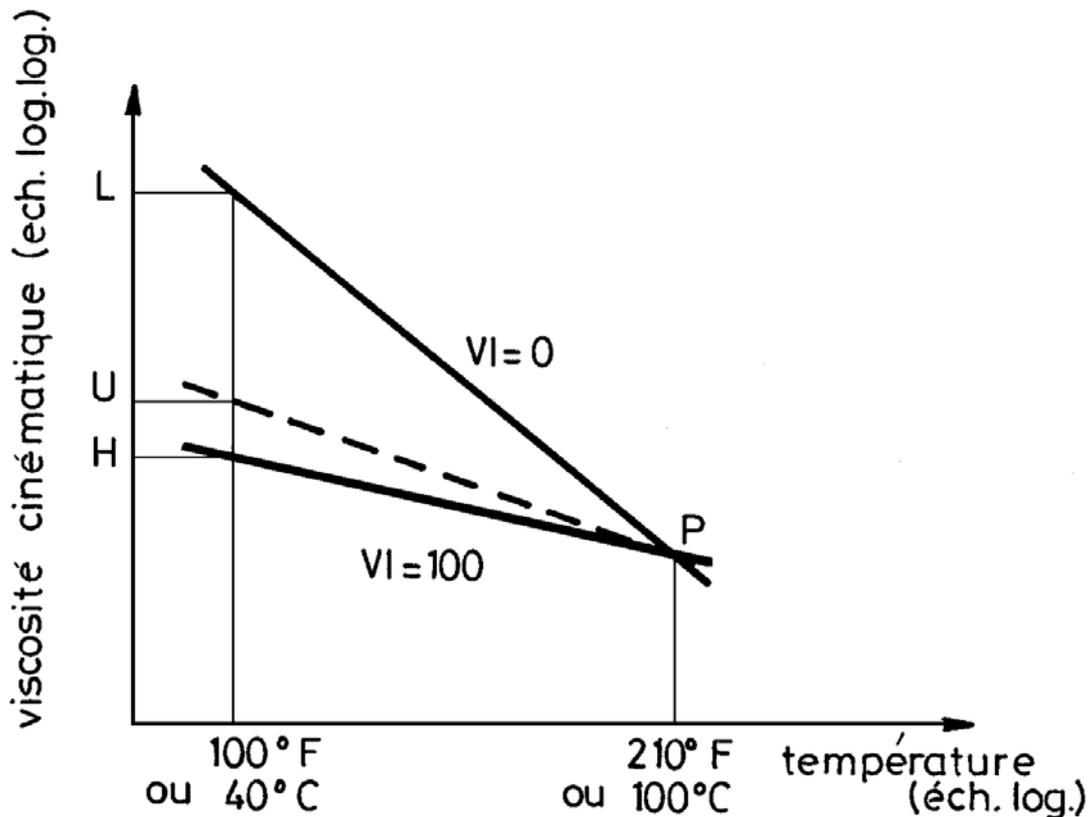


Fig. 3 : Définition de l'indice de viscosité

Exemple : Les viscosités cinématiques mesurées à 40° C et 100° C pour un produit pétrolier dont l'indice de viscosité est à calculer, sont respectivement $U = 73,30 \text{ mm}^2/\text{s}$ et $P = 8,86 \text{ mm}^2/\text{s}$. Dans les tables $L = 119,94 \text{ mm}^2/\text{s}$ et $H = 69,48 \text{ mm}^2/\text{s}$, soit :

$$VI = 100 \frac{119,94 - 73,30}{119,94 - 69,48}$$

en arrondissant au nombre entier le plus proche :

$$VI = 92$$

Depuis la définition de cet indice, de nombreuses huiles ont été formulées et il existe maintenant des lubrifiants dont l'indice de viscosité est très supérieur à 100, ce qui correspond à des huiles dont la viscosité dépend relativement peu de la température. Pour ce type d'huile, une autre définition de l'indice de viscosité a été proposée par l'ASTM. Cet indice appelé VI_E .

$$VI_E = \frac{10^N - 1}{0,00715} + 100$$

avec

$$N = \frac{\log_{10} H - \log_{10} U}{\log_{10} (\nu \text{ à } 100^\circ\text{C})}$$

Cette relation qui permet de mieux prendre en compte la variation de la viscosité avec la température pour les huiles à haut indice de viscosité, n'est utilisée que lorsque l'indice de viscosité VI est supérieur à 100.

6 - VARIATION DE LA VISCOSITE AVEC LA PRESSION

La plupart des huiles lubrifiantes ont une viscosité qui croît avec la pression. Ce phénomène présente une importance pratique car dans certains mécanismes le lubrifiant subit des pressions qui peuvent atteindre 10^9 Pa, c'est le cas en particulier dans les roulements et les engrenages.

Le tableau 5 donne la variation de viscosité avec la pression d'une huile à caractère paraffinique.

Tableau 5 : Variation de la viscosité avec la pression pour une huile paraffinique

Pression en MPa	0,1	10	20	30	40	50	100
Viscosité en Pa.s	0,05	0,06	0,075	0,11	0,15	0,23	0,70

On remarque que la viscosité augmente d'autant plus vite que la pression est plus importante. Cette augmentation dépend de la nature du lubrifiant, elle est plus importante pour les huiles à caractère naphénique que pour les huiles à caractère paraffinique. Le tableau 6 donne à titre d'exemple les variations de viscosité avec la pression d'une huile paraffinique, d'une huile naphénique et de l'eau.

Tableau 6 : Comparaison des variations de viscosité avec la pression à 20° C

Pression en MPa	Viscosité en Pascal seconde (Pa.s)		
	Huile paraffinique	Huile naphénique	eau
0,1	0,052	0,055	0,00100
140	0,81	2,20	0,00111
280	8,7	91	0,00123

Notons encore que les fluides de faible viscosité sont moins affectés par une augmentation de pression que les fluides de grande viscosité. Pour caractériser cet effet, dit « effet piézo-visqueux », on peut utiliser la relation de Barus établie en 1893 [6] :

$$\mu = \mu_0 e^{\alpha p}$$

où p est la pression, μ_0 la viscosité dynamique à la pression atmosphérique et α le coefficient de piézo-viscosité qui dépend de l'huile.

Ce coefficient est généralement compris entre :

$$5 \cdot 10^{-9} < \alpha < 40 \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$$

Il est sensiblement constant pour des pressions inférieures à 70 Mpa et peut être calculé par la relation suivantes [6, 7]

$$\begin{aligned} \alpha = & 1,216 + 4,143 (\text{Log}_{10} \nu)^{3,0627} \\ & + 2,848 \cdot 10^{-4} m^{5,1903} (\text{Log}_{10} \nu)^{1,5976} \\ & - 3,999 (\text{Log}_{10} \nu)^{3,0975} \rho^{0,1162} \end{aligned}$$

dans cette relation α est le coefficient de piézoviscosité en 10^{-8} Pa^{-1} , ν est la viscosité cinématique à la température considérée en mm^2/s , m est le coefficient de variation viscosité température défini par la relation de Mac Coull et Walther et ρ la masse volumique du lubrifiant en g/cm^3 .

7 - SPECIFICATION DES LUBRIFIANTS

Les spécifications de viscosité peuvent être établies à deux fins :

1°) Pour l'identification, ce sont alors des spécifications de raffinage ou de fabrication comportant des tolérances plus ou moins larges.

2°) Pour les applications, ce sont celles qui sont imposées par les utilisateurs en fonction de la destination ou de l'usage des huiles.

Elles sont données par des fourchettes de viscosité, des maxima et des minima, à certaines températures. Ces classifications n'évaluent pas la qualité d'une huile ; elles donnent seulement une estimation de la viscosité à une température particulière.

La classification internationale des huiles industrielles est la classification ISO VG dont chaque classe est repérée par un nombre entier qui correspond sensiblement à la viscosité cinématique en centistokes (mm^2/s) du lubrifiant à 40°C (tableau 7 norme ISO 3448 1975 et NF T 60-141). Les limites pour chaque classe correspondent à $\pm 10\%$ de la valeur médiane.

La classification quasi internationale adoptée pour les huiles pour moteurs et les huiles pour transmissions (engrenages d'automobiles) est celle de la S.A.E américaine (Society of Automotive Engineers) [8]. Cette classification est en pleine évolution et la normalisation actuelle, différente de celle établie à l'origine, sera sans doute encore modifiée. Les grades S.A.E. sont définis dans le tableau 8 pour les huiles pour moteur (norme S.A.E. J 300 Dec. 1995) et dans le tableau 9 pour les huiles pour transmissions (norme S.A.E. J. 306 Oct.1991). Comme dans les cas de huiles industrielles, les grades S.A.E. correspondaient à l'origine à la valeur de la viscosité en Seconde Saybolt Universelle divisée par 10. Maintenant compte tenu des modifications apportées aux normes et de l'utilisation du système S.I., les grades S.A.E. sont des nombres dont l'ordre de croissance varie dans le même sens que la viscosité. Par ailleurs, les nombres S.A.E. suivis de la lettre W (winter) correspondent à des huiles dont le grade est déterminé à basse température et qui présente une viscosité supérieure ou égale à une valeur minimale à 100°C .

Tableau 7 : classification ISO des huiles industrielles

Classe ISO de viscosité	Viscosité cinématique médiane mm ² /s ou cSt à 40°C	Limite de viscosité cinématique mm ² /s ou cSt à 40°C	
		minimale	maximale
ISO VG 2	2,2	1,98	2,42
ISO VG 3	3,2	2,88	3,52
ISO VG 5	4,6	4,14	5,06
ISO VG 7	6,8	6,12	7,48
ISO VG 10	10	9,00	11
ISO VG 15	15	13,5	16,5
ISO VG 22	22	19,8	24,2
ISO VG 32	32	28,8	35,2
ISO VG 46	46	41,4	50,6
ISO VG 68	68	61,2	74,8
ISO VG 100	100	90	110
ISO VG 150	150	135	165
ISO VG 220	220	198	242
ISO VG 320	320	288	352
ISO VG 460	460	414	506
ISO VG 680	680	612	748
ISO VG 1000	1000	900	1100
ISO VG 1500	1500	1350	1650
ISO VG 2200	2200	1980	2420
ISO VG 3200	3200	2880	3520

En conséquence, certaines huiles peuvent être classées avec deux grades S.A.E. dont l'un est obligatoirement affecté de la lettre « W », ce sont des huiles dites multigrades. Ainsi une huile moteur dont la viscosité est inférieure à 3500 mPa.s. à -20° C, qui possède une température limite de pompabilité inférieure à -25°C et dont la viscosité à 100° C est comprise entre 12,5 et 16,3 cSt est une huile S.A.E. 10W-40. Par ailleurs une huile peut satisfaire à plusieurs grade W ; dans ce cas seul le grade W le plus faible est retenu. Ainsi une huile qui satisfait aux grades 10W, 20W et 30 sera définie par le grade S.A.E. 10W-30. Les huiles multigrades présentent une variation de la viscosité avec la température plus faible que les huiles monogrades et leur indice de viscosité est généralement supérieur à 100.

Tableau 8 : Classification des huiles pour moteurs (S.A.E. J 300, Dec.95) d'après [9].

Grade S.A.E	Valeur maximale de la viscosité dynamique à la température donnée (a) mPa.s = cPo ° C		Valeur maximale de la température limite de pompabilité °C (b)	Viscosité cinématique à 100° C cSt = mm ² /s		Viscosité dynamique à 150° C mPa.s
				mini	maxi inférieure à	mini
0W	3250	à -30	-35	3,8		
5W	3500	à -25	-30	3,8		
10W	3500	à -20	-25	4,1		
15W	3500	à -15	-20	5,6		
20W	4500	à -10	-15	5,6		
25W	6000	à -5	-10	9,3		
20				5,6	9,3	2,6
30				9,3	12,5	2,9
40				12,5	16,3	2,9 ou 3,7*
50				16,3	21,9	3,7
60				21,9	26,1	3,7

a) Cette viscosité est mesurée selon la norme ASTM D 2602 sur un viscosimètre de type Couette (Cold Cranking Simulator) dont la vitesse varie selon la valeur de la viscosité mesurée.

b) La température limite de pompabilité est mesurée selon la norme ASTM D 3829 ; elle évalue la possibilité pour une huile d'être aspirée et mise en pression, par une pompe à huile de moteur, lors des démarrages à froid.

* 2,9 mPa.s minimum pour les huiles 0W-40, 5W-40 et 10W-40 et 3,7 mPa.s minimum pour les huiles 15W-40, 20W-40, 25W-40 et 40 monogrades

Tableau 9 : Classification des huiles pour transmissions (S.A.E. J 306, Oct.1991) d'après [9]

Grades S.A.E.	Température maximale en °C pour une viscosité de 150 Pa.s. = 150000 cPo (a)	Viscosité à 100° C cSt = mm ² /s (b)	
		mini	Maxi
70W	-55	4,1	Inférieure à 24 Inférieure à 41
75W	-40	4,1	
80W	-26	7	
85W	-12	11	
90		13,5	
140		24	
250		41	

Il faut encore remarquer que les classifications S.A.E. des huiles moteurs et des huiles pour transmission sont différentes. Ainsi une huile pour transmissions S.A.E. 90 à la même viscosité à 100° C qu'une huile moteur S.A.E. 40 ou S.A.E. 50.

La figure 4 présente, dans le diagramme ASTM, la variation de viscosité de trois huiles : deux huiles monogrades et une huile multigrade.

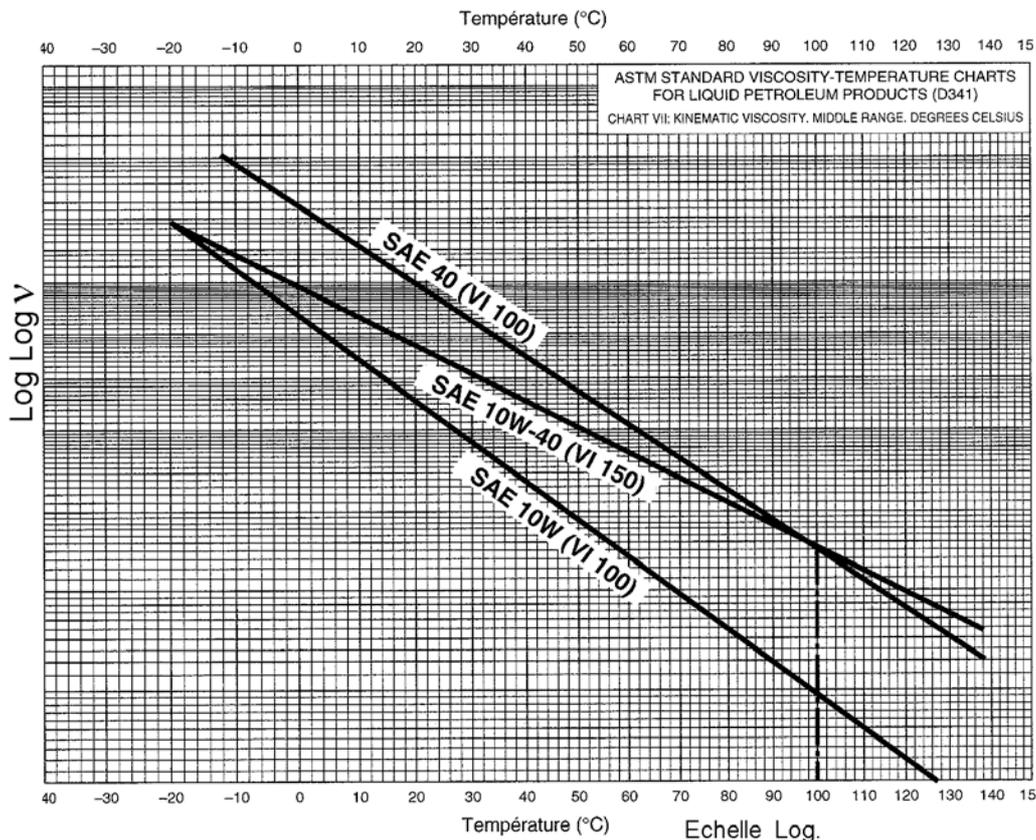


Fig. 4 : Variation viscosité température sur abaque ASTM [9]

D'autres classifications existent pour les huiles moteurs [9] ; on peut mentionner :

- Les spécifications API (American Petroleum Institute) :

Elles sont constituées d'au moins deux lettres. La première lettre est soit S pour moteur à essence, soit C pour moteur diesel. La seconde lettre par ordre alphabétique A, B, C... correspond à la date d'agrément et à la qualité de l'huile. Ainsi une huile SA était utilisée pour les moteurs à essence dans les années 1950-1960 ; alors qu'une huile SJ est préconisée actuellement pour les moteurs à essence mis en service aux U.S.A. après 1997. De même CA était utilisé dans les moteurs diesels dans les années 1950-1960 ; alors qu'une huile CG correspond aux huiles préconisées pour les moteurs diesels suralimentés construits depuis 1994.

- Les spécifications CCMC – ACEA

Ce sont les spécifications européennes mises en place depuis 1972 par le CCMC (Comité des Constructeurs d'automobiles du Marché Commun) puis par l'ACEA

(Association des Constructeurs Européens d'Automobile) qui a remplacé en 1991 le CCMC. Ces spécifications, mises en place en décembre 1995, définissent :

- trois qualités d'huiles pour moteurs à essence : l'une de basse viscosité pour économiser le carburant (A1-96), la deuxième de qualité standard (A2-96) et la troisième de haut de gamme, moins volatile et plus stable à l'oxydation (A3-96) ;

- trois qualités d'huiles pour véhicules Diesel légers : la première de basse viscosité pour économiser le carburant (B1-96), la seconde de viscosité normale et de qualité standard (B2-96) et la troisième de qualité supérieure, plus stable au cisaillement, moins volatile, plus dispersante et plus antiusure vis à vis des organes de distribution (B3-96).

8 - COMPORTEMENT NON NEWTONIEN DES LUBRIFIANTS

Le modèle newtonien présenté au paragraphe 3 pour décrire le comportement rhéologiques des fluides lubrifiants caractérise généralement de façon satisfaisante leur comportement. Cependant ce modèle n'est qu'approché et on constate que sous des sollicitations sévères de nombreux lubrifiants ne sont plus newtoniens.

Ainsi des essais réalisés sur une viscosimètre de type Couette [10] et pouvant atteindre des taux de cisaillement supérieurs à 10^6 s^{-1} montrent que la viscosité du fluide diminue lorsque le taux de cisaillement augmente (fig. 5). Cet effet, généralement réversible est caractéristique des huiles qui comportent des additifs améliorant l'indice de viscosité.

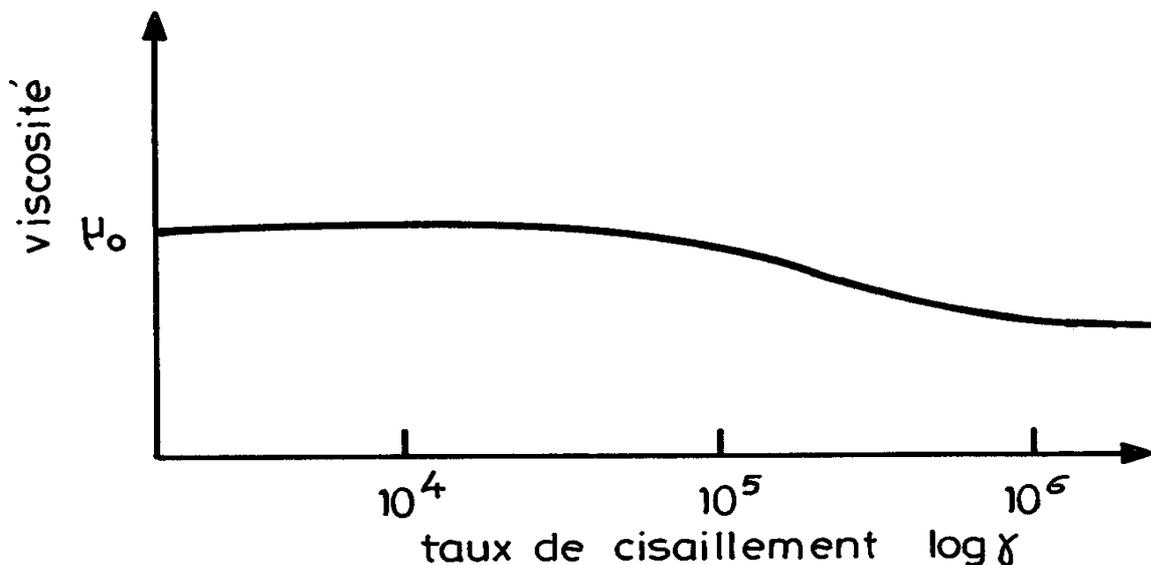


Fig. 5 : Variation de la viscosité avec le taux de cisaillement

Dans ce cas on dit que le fluide est pseudo-plastique. Cet effet peut aussi être permanent, il correspond alors à une dégradation du lubrifiant par rupture de certaines chaînes moléculaires et plus particulièrement de l'additif polymère. Ce type de comportement encore mal connu n'est généralement pas pris en compte dans la théorie de la lubrification. Les huiles lubrifiantes peuvent également avoir un comportement viscoélastique ou viscoplastique sous l'effet de la pression. Ce type de comportement sera décrit plus en détail dans l'étude des contacts élastohydrodynamique.

9 - VISCOSITE DES GAZ

La viscosité dynamique des gaz est très faible et varie peu d'un gaz à l'autre, comme le montre le tableau 10, dans des conditions normales de température et de pression.

Tableau 10 : viscosité des gaz

Gaz	Hydrogène	Néon	Azote	Air
Viscosité Pa.s.	$9 \cdot 10^{-6}$	$31 \cdot 10^{-6}$	$18 \cdot 10^{-6}$	$18 \cdot 10^{-6}$

La viscosité cinématique des gaz est élevée car leur masse volumique est très faible : $\rho = 1,293 \text{ kg/m}^3$. Ainsi pour l'air dans des conditions normales :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = 14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} = 14 \text{ cSt}$$

La viscosité dynamique des gaz augmente avec la température mais cette augmentation est très faible ; elle est de l'ordre de 0,1% par degré ; l'influence de la pression est également très faible. On considère généralement que la viscosité des gaz est constante.

BIBLIOGRAPHIE

[1] COURVOISIER A et DU PARQUET J. "Bases et additifs pour lubrifiants", Frottement usure et lubrification dans l'industrie C 23 – C 42 Journées, 28 et 29 septembre 1978.

[2] SCHILLING A. "Les huiles pour moteurs et le graissage des moteurs", Editions Technip 1975.

[3] RICHARD J. et ROUX F. "Lubrifiants", Techniques de l'ingénieur, B 590-591-592, 1978.

[4] GROFF J.L.E. "ABC du graissage", Edition Technip, 1961.

[5] MC COULL N. and WALTHER C. "Viscosity-Temperature chart", Lubrication, 1921.

[6] SO B.Y.C. and KLAUS E.E. "Viscosity-pressure correlation of liquids", ASLE Transactions, vol. 23, n° 4, P. 409-421, 1980.

[7] BOOSER E.R. "Handbook of lubrication. Theory and Practice of Tribology", Volume II Theory and Design, Sponsored by the ASLE and CRC Press p. 229-254, 1984.

[8] S.A.E Handbook Volume 3 : "Engines, Fuel and Lubricants", 1983.

[9] AYEL J., BORN M. et al "Lubrifiants et fluides pour l'automobile", Editions Technip, 1998.

[10] ROUSSEL G. et DU PARQUET J. "Development of a fully automatic viscosimeter for oil rheology in a broad range of shear rates", S.A.E. paper n° 821249, Fluid and Lubricants Meeting, TORONTO Canada 18-21 Octobre 1982.

CHAPITRE 3

EQUATION DE REYNOLDS

1 - INTRODUCTION A LA LUBRIFICATION

La lubrification hydrodynamique est un domaine important de la tribologie, c'est l'étude des contacts dans lesquels un film de fluide sépare les surfaces en présence. Dans le cas où le film de fluide sépare totalement les surfaces, les aspérités et les défauts de forme ont des dimensions inférieures à l'épaisseur du film.

Dans tous les mécanismes étudiés, le problème peut se schématiser de la façon suivante (fig. 1) :

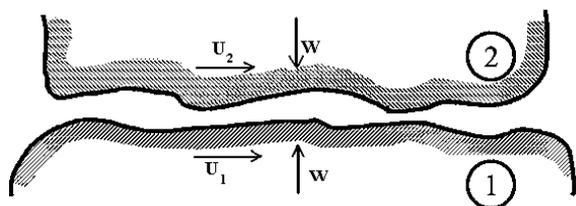


Fig. 1 : Schéma d'un contact lubrifié

Un film de fluide visqueux sépare les deux surfaces du mécanisme ; il s'agit de calculer :

- la charge W que peut supporter le contact,
- la force F ou le couple de frottement C ,
- le débit Q du fluide dans le mécanisme,
- la puissance P dissipée dans le contact.

Ainsi il faut déterminer le champ de pression et le champ de vitesse dans le fluide. Par ailleurs, l'intégration des contraintes de cisaillement aux surfaces du contact donnera la force ou le couple de frottement.

La pression peut être créée par une pompe extérieure au contact c'est l'hydrostatique : c'est le cas par exemple de certains paliers et des glissières de certaines machines outils.

La pression peut être créée par le déplacement relatif des surfaces, c'est l'hydrodynamique : cela concerne les butées, les paliers fluides, les garnitures mécaniques....

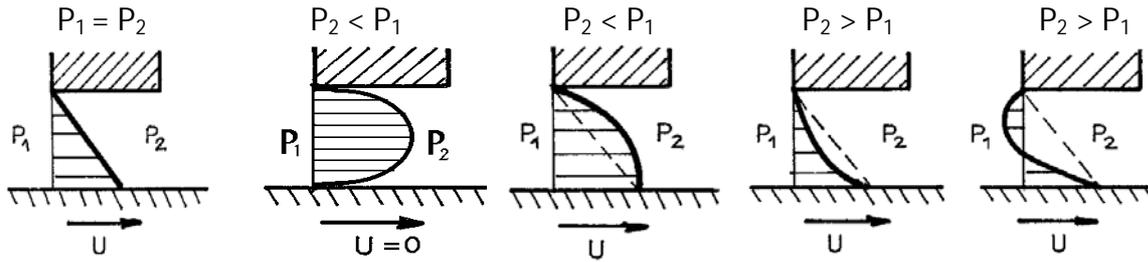
2 - APPROCHE PHYSIQUE DE LA LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE

2.1 - TYPES D'ÉCOULEMENT DANS LE FILM

Considérons, (fig. 2), l'écoulement plan entre deux surfaces entièrement séparées par un fluide visqueux newtonien. Si dans le film lubrifiant, les forces massiques extérieures et les forces d'inertie sont négligeables devant les forces de viscosité et de pression, l'écoulement résulte de la superposition de deux écoulements simples :

- L'écoulement de Couette dû au mouvement des surfaces, (fig. 2a). La variation de vitesse est linéaire suivant l'épaisseur du film.
- L'écoulement de Poiseuille dû à un gradient de pression dp/dx dans le sens de l'écoulement. La variation de vitesse suivant l'épaisseur du film est parabolique, (fig. 2b).

On peut ainsi rencontrer différents cas de figure, selon le signe des vitesses U_1 , U_2 et du gradient de pression dp/dx (fig. 2).



a) Ecoulement de Couette

b) Ecoulement de Poiseuille

c) Ecoulements résultants

Fig. 2 : Différents types d'écoulement

2.2 – EXPLICATION DE LA PORTANCE DANS LE COIN D'HUILE

Soient deux plaques planes non parallèles séparées par un film fluide newtonien, (fig. 3). La plaque inférieure est animée d'un mouvement de translation de vitesse U constante.

Dans le cas d'un écoulement unidirectionnel (problème plan) et s'il n'existe pas de variations de pression dans le film, la distribution de vitesse dans le contact est linéaire (écoulement de Couette), fig. 3. Dans ces conditions le débit, pour une largeur L selon Oz est :

- A l'entrée $Q_e = \frac{L h_e U}{2}$

- A la sortie $Q_s = \frac{L h_s U}{2}$

Pour un fluide incompressible le débit volumique doit être constant. Soit : $Q_e = Q_s$. Ceci est impossible car h_e est différent de h_s . Il y a donc nécessairement génération de pression dans le film. Sous l'action du gradient de pression, le fluide est ralenti à l'entrée et est accéléré à la sortie, (fig. 4) de telle sorte qu'il y ait conservation du débit.

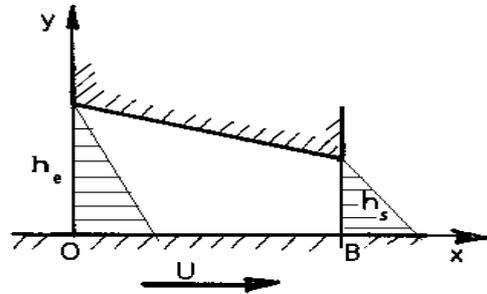


Fig. 3 : Hypothèse ; écoulement de Couette

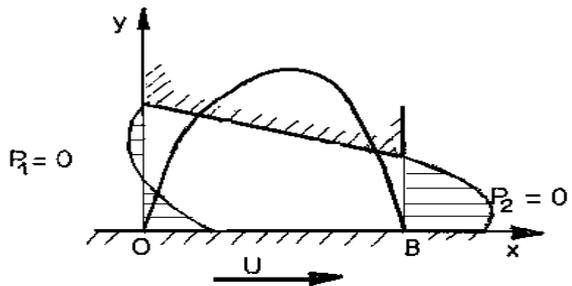


Fig. 4 : Ecoulement dans un coin d'huile

2.3 – RELATIONS ELEMENTAIRES

Considérons deux surfaces planes, (fig. 5) entre lesquelles s'écoule un fluide newtonien. On notera U la vitesse de surface inférieure. L'écoulement est supposé laminaire, permanent, isotherme et unidirectionnel. Etudions l'équilibre d'un parallélogramme élémentaire de côtés dx et dy et de largeur unitaire selon Oz , (fig. 5).

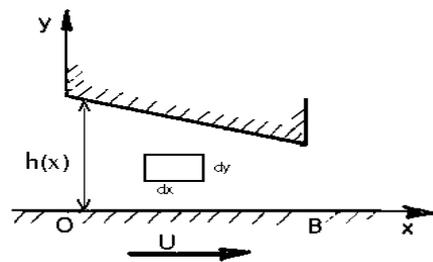


Fig. 5 : Equilibre d'un parallélogramme

Le parallélépipède est sollicité par :

- Les contraintes de pression, si la distance h qui sépare les 2 plans est suffisamment petite et si les variations d'épaisseur du film selon Ox sont faibles, on peut supposer que la pression est constante selon l'épaisseur du film.
- Les contraintes de cisaillement.

La condition d'équilibre s'écrit :

$$[p(x) - p(x + dx)]dy + [\tau_{xy}(y + dy) - \tau_{xy}(y)]dx = 0$$

avec d'après la loi de Newton $\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$; où u représente la vitesse du fluide selon Ox et μ sa viscosité supposée constante. Un développement limité au premier ordre permet d'écrire :

$$-\frac{dp}{dx} dx dy + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx dy = 0$$

soit

$$\frac{dp}{dx} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Cette équation est une forme très simplifiée de l'équation de Navier Stokes en écoulement plan. Compte tenu des hypothèses effectuées précédemment la vitesse s'écrit :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y^2 + C_1 y + C_2$$

où C_1 et C_2 sont deux constantes déterminées par les conditions aux limites sur la vitesse. S'il n'y a pas glissement à la paroi on a :

$$\begin{aligned} \text{pour } y = 0 & , & u = U \\ \text{pour } y = h & , & u = 0 \end{aligned}$$

Il vient :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y(y-h) + \frac{h-y}{h} U$$

Dans une section droite quelconque le débit $q(x)$ par unité de largeur est donné par la relation :

$$q(x) = \frac{Q(x)}{L} = \int_0^{h(x)} u dy = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{dp}{dx} + \frac{hU}{2}$$

Pour un fluide incompressible et un écoulement unidirectionnel le débit $q(x)$ doit être constant. Soit :

$$-\frac{h^3}{12\mu} \frac{dp}{dx} + \frac{hU}{2} = \text{Cste} = \frac{h^* U}{2}$$

où h^* est l'épaisseur du film pour laquelle le gradient de pression s'annule. Soit encore :

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu U \frac{h - h^*}{h^3}$$

Cette équation est une forme très simplifiée de l'équation de Reynolds ; elle permet d'étudier des écoulements plans dans le cadre d'hypothèses simples.

3 – EQUATION DE REYNOLDS

3.1 – DERIVATION DE L'EQUATION DE REYNOLDS

Les équations générales de la lubrification hydrodynamique par fluide newtonien prennent différentes formes selon les hypothèses effectuées. Dans ce chapitre, nous démontrons une forme simplifiée de ces équations, appelée équations de Reynolds [1 à 5].

L'équation de Reynolds est déduite des équations de la mécanique des milieux continus, appliquées à un fluide newtonien et qui peuvent s'écrire sous la forme suivante :

- la loi de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0$$

- la loi fondamentale de la dynamique :

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$$

- la loi de comportement rhéologique, qui pour un fluide newtonien s'écrit :

$$\sigma_{ij} = (-p + \lambda \theta) \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

Dans ces expressions, x_i et t sont les variables d'espace et de temps, u_i les composantes de la vitesse, ρ la masse volumique du fluide, p la pression, f_i les forces massiques extérieures, σ_{ij} le tenseur des contraintes donné par la loi de comportement rhéologique du fluide, δ_{ij} le symbole de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ si $i = j$; $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$) et où λ et μ , coefficients de viscosité de Navier, sont des fonctions de l'espace et du temps.

θ , le taux de dilatation cubique s'écrit : $\theta = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}$

ε_{ij} , le tenseur des taux de déformations est donné par : $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$

En reportant l'équation de comportement rhéologique dans l'équation de la dynamique et en négligeant les forces massiques extérieures, on obtient les équations de Navier qui s'écrivent :

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \lambda \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} \right) + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} + \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \mu}{\partial x_j}$$

Dans ces relations, i correspond à la direction considérée et j joue le rôle d'indice muet. En lubrification, la dimension suivant l'épaisseur du film $(0, \bar{x}_2)$ est très faible par rapport aux deux autres, ce qui permet, pour déterminer l'ordre de grandeur des différents termes de l'équation de Navier, d'écrire [6] :

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= \frac{x_1}{L}, \quad \bar{x}_2 = \frac{x_2}{H}, \quad \bar{x}_3 = \frac{x_3}{L}, \quad \bar{t} = \frac{tV}{L} \\ \bar{u}_1 &= \frac{u_1}{V}, \quad \bar{u}_2 = \frac{u_2 L}{VH}, \quad \bar{u}_3 = \frac{u_3}{V} \\ \bar{\mu} &= \frac{\mu}{\mu_0} \quad \text{et} \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_0} \end{aligned}$$

Dans ces expressions L et V sont respectivement la dimension et la vitesse caractéristiques selon les axes $(0, \bar{x}_1)$ et $(0, \bar{x}_3)$, H et $\frac{VH}{L}$ celles suivant $(0, \bar{x}_2)$;

$\frac{L}{V}$, μ_0 et λ_0 définissent l'ordre de grandeur du temps et des coefficients de viscosité. Nous supposons que ces deux coefficients sont du même ordre de grandeur. Ce changement de variable conduit à poser $\bar{p} = p \frac{H^2}{\mu_0 V L}$. Remarquons que la vitesse caractéristique V peut être

définie de plusieurs façons ; en hydrodynamique, V sera la vitesse d'une des parois du contact. Si les parois du contact sont immobiles, le contact est hydrostatique, on définit alors la pression sans dimension par $\bar{p} = p/P_s$ où P_s est, par exemple, la pression d'alimentation ;

la vitesse caractéristique peut alors s'écrire : $V = \frac{P_s H^2}{\mu_0 L}$.

Ce changement de variable met en évidence les 3 nombres sans dimension suivants :

$$\begin{aligned} \Re &= \frac{\rho_0 V H}{\mu_0} \quad \text{le nombre de Reynolds relatif à l'épaisseur de l'écoulement,} \\ \varepsilon &= \frac{H}{L} \quad \text{le paramètre d'échelle, qui en lubrification est de l'ordre de } 10^{-3}, \\ \frac{\lambda_0}{\mu_0} &\quad \text{le rapport des coefficients de viscosité, généralement de l'ordre de 1.} \end{aligned}$$

Compte tenu de ces changements de variable l'équation s'écrit :

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_1} = \varepsilon \left[-\Re \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{t}} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_j} \right) + \varepsilon \left(\bar{\mu} + \bar{\lambda} \frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{x}_1} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_j} \right) + \varepsilon \bar{\mu} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_3^2} \right) \right]$$

$$+ \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_2^2} + \varepsilon^2 \left[\frac{\lambda_0}{\mu_0} \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{x}_1} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_j} + 2 \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_1} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_1} + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_3} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_3} + \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_1} \right) \right] + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_2} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_2} + \varepsilon^2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_1} \right)$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_2} = \varepsilon^2 \left\{ \varepsilon \left[-\Re \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{t}} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_j} \right) + \varepsilon \bar{\mu} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_3^2} \right) \right] + \left(\bar{\mu} + \bar{\lambda} \frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{x}_2} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_j} \right) + \right.$$

$$\left. \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_2^2} + \frac{\lambda_0}{\mu_0} \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{x}_2} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_j} \right) + 2 \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_2} \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_2} + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_1} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_2} + \varepsilon^2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_1} \right) + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_3} \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_2} + \varepsilon^2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_3} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_3} = \varepsilon \left[-\Re \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{t}} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_j} \right) + \varepsilon \left(\bar{\mu} + \bar{\lambda} \frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{x}_3} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_j} \right) + \varepsilon \bar{\mu} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_3^2} \right) \right]$$

$$+ \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_2^2} + \varepsilon^2 \left[\frac{\lambda_0}{\mu_0} \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{x}_3} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_j} + 2 \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_3} \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_3} + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_1} \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_1} + \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_3} \right) \right] + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_2} \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_2} + \varepsilon^2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_3} \right)$$

En négligeant les termes multipliés soit par ε^2 , soit par $\varepsilon^3 \Re$ il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_i} = -\varepsilon \Re \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{t}} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_j} \right] + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_2^2} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_2} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_2} \quad (i = 1 \text{ et } 3) \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_2} = 0 \end{array} \right.$$

Les termes en $\varepsilon \Re$, ou termes d'inertie, de l'équation ci dessus seront négligeables devant les termes de viscosité quand $\varepsilon \Re \ll 1$; ce qui est souvent vérifié dans les écoulements rencontrés en lubrification. En effet, dans le cas du contact d'une bille sur un plan par exemple (représentatif du roulement à billes ou de l'engrenage) :

$$L = 10^{-3} \text{ m}, \quad H = 10^{-6} \text{ m}, \quad V = 10 \text{ m/s}, \quad \mu_0 = 0,05 \text{ Pa.s}, \quad \rho_0 = 900 \text{ kg/m}^3$$

$$\varepsilon \Re = 1,8 \cdot 10^{-4}$$

Dans le cas d'un palier à huile de dimensions moyennes :

$$L = 0,05 \text{ m}, \quad H = 10^{-4} \text{ m}, \quad V = 30 \text{ m/s}, \quad \mu_0 = 0,05 \text{ Pa.s}, \quad \rho_0 = 900 \text{ kg/m}^3$$

$$\varepsilon \Re = 1,08 \cdot 10^{-2}$$

Des exceptions se rencontrent toutefois quand la viscosité du fluide est faible, quand l'épaisseur du film est importante ou pour les paliers de grandes dimensions. Ainsi pour le palier précédant mais lubrifié avec de l'eau on aura :

$$\mu_0 = 1 \text{ mPa.s} \quad \text{et} \quad \rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\varepsilon \mathfrak{R} = 0,6$$

De même pour un palier de grandes dimensions tel que ceux supportant les lignes d'arbre des centrales électriques modernes.

$$L = 0,5 \text{ m}, \quad H = 10^{-3} \text{ m}, \quad V = 100 \text{ m/s}, \quad \mu = 0,05 \text{ Pas} \quad \rho = 900 \text{ kg/m}^3$$

$$\varepsilon \mathfrak{R} = 3,6$$

Dans ces cas les forces d'inertie ne sont plus négligeables. Ce problème sera abordé ultérieurement. Si par hypothèse on néglige les forces d'inertie il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_i} = \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_2^2} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_2} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_2} \quad (i = 1 \text{ et } 3) \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_2} = 0 \end{array} \right.$$

et en revenant aux variables dimensionnées en coordonnées cartésiennes (0 x y z) :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

Pour obtenir le champ de vitesse, il faut intégrer. Si μ est indépendant de y , il vient :

$$\mu \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x} y + A$$

$$\mu \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} y + C$$

soit :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + \frac{A}{\mu} y + B$$

$$w = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} y^2 + \frac{C}{\mu} y + D$$

Les conditions aux limites sur la vitesse permettent de déterminer A, B, C et D. Si l'on suppose qu'il n'y a pas de glissement du fluide aux parois, elles s'écrivent, (fig. 6) :

$$\left\{ \begin{array}{l} y=0 \quad u = U_1 ; \quad v = 0 \quad \text{et} \quad w = W_1 \\ y=h \quad u = U_2 ; \quad v = V_2 \quad \text{et} \quad w = W_2 \end{array} \right.$$

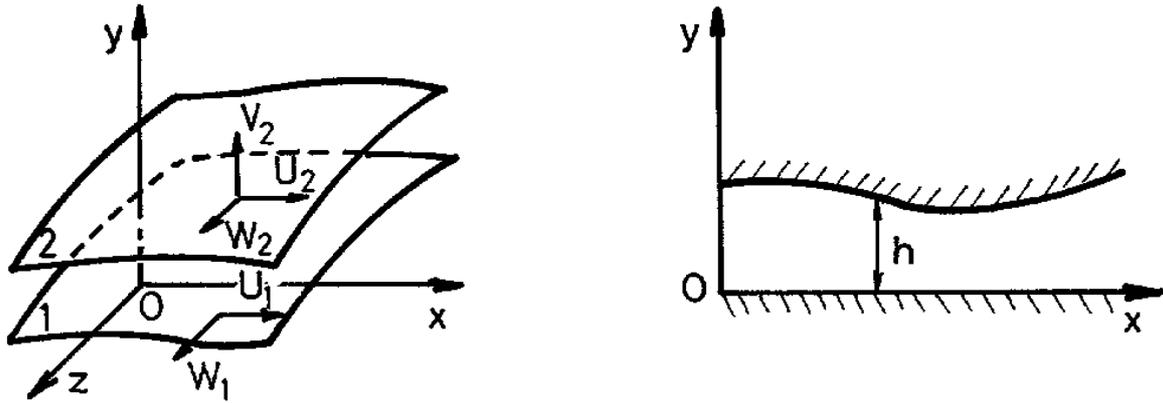


Fig. 6 : Système d'axes en coordonnées cartésiennes

On a donc :

$$U_1 = B$$

$$U_2 = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h^2 + \frac{A}{\mu} h + B$$

soit :

$$\frac{A}{\mu} = \frac{U_2 - U_1}{h} - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h$$

il vient alors :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y(y-h) + \frac{U_2 - U_1}{h} y + U_1$$

de même pour w :

$$w = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} y(y-h) + \frac{W_2 - W_1}{h} y + W_1$$

En reportant ces vitesses dans l'équation de continuité et en intégrant à travers l'épaisseur du film l'inconnue v disparaît. En effet, l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) = 0$$

en intégrant, on obtient :

$$\int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial t} dy + \int_0^h \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dy + \int_0^h \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) dy + \int_0^h \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) dy = 0$$

Il vient ainsi :

$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) dy = [\rho v]_0^h = \rho V_2 \text{ car } V_1 = 0 \text{ par hypothèse.}$$

Par ailleurs, si ρ n'est pas fonction de y , on peut écrire :

$$\int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial t} dy = \frac{\partial \rho}{\partial t} \int_0^h dy = h \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Pour intégrer les deux autres termes, il faut intervertir les signes dérivés et sommes en remarquant que :

$$\int_0^{h(x,z,t)} \frac{\partial F(x,y,z,t)}{\partial x} dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h(x,z,t)} F(x,y,z,t) dy - F(x,h,z,t) \frac{\partial h}{\partial x}$$

Soit

$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \rho u dy - \rho U_2 \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) dy = \frac{\partial}{\partial z} \int_0^h \rho w dy - \rho W_2 \frac{\partial h}{\partial z}$$

Ces deux intégrales se calculent en utilisant les expressions donnant les vitesses dans le film. On a ainsi :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \left[\frac{\rho}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y(y-h) + \rho \frac{U_2 - U_1}{h} y + \rho U_1 \right] dy = \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \rho \frac{U_2 - U_1}{2} h + \rho U_1 h \right] \end{aligned}$$

soit encore :

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \rho u dy = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{U_2 + U_1}{2} h \right)$$

de même :

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^h \rho w dy = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{W_2 + W_1}{2} h \right)$$

et en regroupant tous les termes il vient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho (U_2 + U_1) h}{2} \right) - \rho U_2 \frac{\partial h}{\partial x} \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho (W_2 + W_1) h}{2} \right) - \rho W_2 \frac{\partial h}{\partial z} + \rho V_2 + h \frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned}$$

soit encore :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\rho (U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 6\rho (W_1 - W_2) \frac{\partial h}{\partial z} + 6h \frac{\partial}{\partial x} [\rho (U_1 + U_2)] + 6h \frac{\partial}{\partial z} [\rho (W_1 + W_2)] + 12\rho V_2 + 12h \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

A cette équation, dite équation de Reynolds, s'ajoutent les équations donnant les vitesses dans le fluide :

$$\begin{cases} u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y(y-h) + \frac{h-y}{h} U_1 + \frac{y}{h} U_2 \\ w = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} y(y-h) + \frac{h-y}{h} W_1 + \frac{z}{h} W_2 \end{cases}$$

Ainsi que les contraintes de cisaillement dans le fluide :

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} (2y-h) + (U_2 - U_1) \frac{\mu}{h} \\ \tau_{yz} = \mu \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} (2y-h) + (W_2 - W_1) \frac{\mu}{h} \end{cases}$$

En coordonnées cylindriques, (fig. 7) une démarche analogue permet d'obtenir les équations suivantes. Dans ce système d'axes (O r, θ , z) les vitesses du fluide sur les surfaces de contact s'écrivent :

$$\begin{cases} z=0 & u=U_1 ; & v=V_1 & \text{et } w=0 \\ z=h & u=U_2 ; & v=V_2 & \text{et } w=W_2 \end{cases}$$

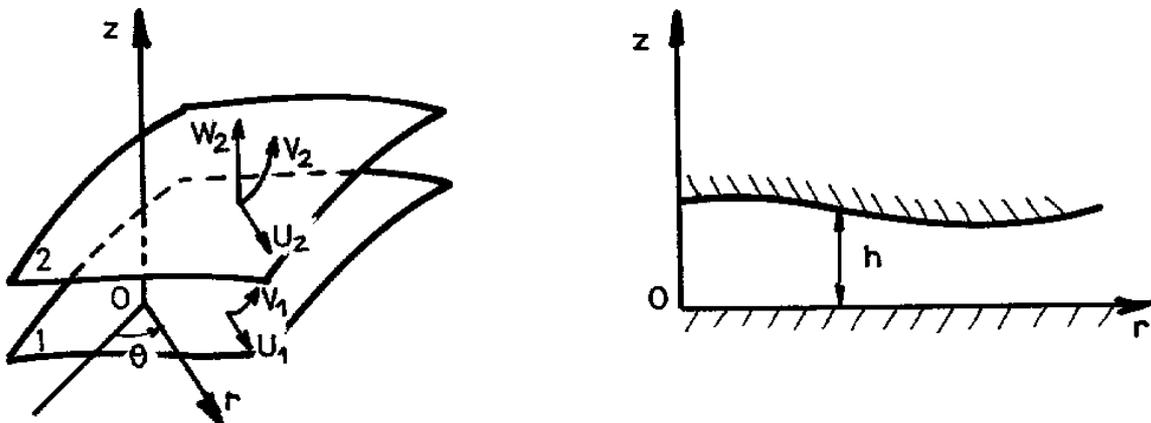


Fig. 7 : Système d'axes en coordonnées cylindriques

L'équation de Reynolds en coordonnées cylindriques est donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho r h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho h^3}{\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = & 6r\rho (U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial r} + 6\rho (V_1 - V_2) \frac{\partial h}{\partial \theta} + \\ & + 6rh \frac{\partial}{\partial r} [\rho (U_1 + U_2)] + 6h \frac{\partial}{\partial \theta} [\rho (V_1 + V_2)] + \\ & + 6\rho h (U_1 + U_2) + 12\rho r W_2 + 12rh \frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned}$$

Les composantes de la vitesse dans le film s'écrivent :

$$\begin{aligned} u = & \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial r} z(z-h) + \frac{h-z}{h} U_1 + \frac{z}{h} U_2 \\ v = & \frac{1}{2\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta} z(z-h) + \frac{h-z}{h} V_1 + \frac{z}{h} V_2 \end{aligned}$$

Les contraintes de cisaillement dans le film sont :

$$\begin{aligned} \tau_{rz} = & \mu \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial r} (2z-h) + (U_2 - U_1) \frac{\mu}{h} \\ \tau_{\theta z} = & \mu \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{2r} \frac{\partial p}{\partial \theta} (2z-h) + (V_2 - V_1) \frac{\mu}{h} \end{aligned}$$

3.2 – HYPOTHESES ASSOCIEES A L'EQUATION DE REYNOLDS ET DISCUSSIONS

L'équation de Reynolds à laquelle, pour les fluides compressibles, doit être ajoutée l'équation d'état du fluide, permet de décrire l'écoulement laminaire d'un fluide entre deux parois très rapprochées l'une de l'autre et pouvant être en mouvement. Pour obtenir cette équation, il a été nécessaire de poser que :

- 1) L'épaisseur du film est très faible devant les autres dimensions du contact, c'est l'hypothèse fondamentale de la lubrification hydrodynamique.
- 2) Le milieu est continu, l'équation de Reynolds ne s'applique pas dans les zones où il a rupture du film.
- 3) Le fluide est newtonien : il y a proportionnalité entre le taux de cisaillement et les contraintes de cisaillement dans le film.
- 4) Le régime est laminaire ; en régime non laminaire il faudra utiliser une autre modélisation.
- 5) L'une des surfaces du contact est parfaitement plane et ne présente pas de rugosité, ce qui permet de placer l'origine des axes sur cette surface. Ainsi, la courbure générale du film est négligée.
- 6) Il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact : la vitesse du fluide à la paroi est égale à celle de la paroi.
- 7) Les forces d'inertie sont négligeables ce qui peut ne pas être toujours vérifié.
- 8) Les forces massiques extérieures sont négligées.
- 9) La viscosité et la masse volumique du fluide ne varient pas à travers l'épaisseur du film.

10) Ceci revient à poser que la température ne varie pas à travers l'épaisseur du film : $T = T(x_1, x_3, t)$ car $\mu(T, p)$ et $\rho(T, p)$ ne sont fonction que de la température et de la pression.

Ces hypothèses sont assez restrictives mais il existe des formes plus générales de l'équation de Reynolds [1] qui s'affranchissent des hypothèses 4, 5, 9 et 10.

L'équation de Reynolds est assez générale, elle s'applique à différents lubrifiants et à différents types de contact. On peut distinguer :

- Fluide compressible et fluide incompressible, dans ce dernier cas la masse volumique disparaît de l'équation de Reynolds.
- Fluide de viscosité variable et fluide de viscosité constante ; il faut noter que pour un fluide de viscosité variable, la viscosité ne varie pas à travers l'épaisseur du film.
- Régime transitoire et régime permanent : on définit en mécanique des films minces visqueux le régime permanent comme un régime de fonctionnement tel que dans un repère particulier, mobile ou non, les vitesses des parois et les paramètres géométriques du contact sont indépendants du temps. L'équation de Reynolds permet de différencier ces deux régimes : en régime permanent le terme $12 \frac{\partial \rho h}{\partial t}$ est nul et les vitesses et les dimensions du contact sont, pour un repère particulier, indépendantes du temps.

- Contact hydrodynamique et contact hydrostatique : la terminologie étant assez imprécise nous conviendrons d'appeler contacts hydrostatiques les seuls contacts pour lesquels l'équation de Reynolds se réduit à :

Coordonnées cartésiennes :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 0$$

Coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho r h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho h^3}{\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 0$$

Remarquons que ces équations aux dérivées partielles admettent une solution non triviale si et seulement si la pression p n'est pas nulle en tous points de la frontière du domaine d'intégration ce qui impose l'existence d'une source de pression extérieure au contact.

3.3 – REMARQUE IMPORTANTE SUR LES VITESSES DES SURFACES

Le deuxième membre de l'équation de Reynolds, introduit la différence des composantes des vitesses des surfaces ; elles s'écrivent :

- en coordonnées cartésiennes, $U_1 - U_2$ et $W_1 - W_2$ respectivement selon x et z ;
- en coordonnées cylindriques, $U_1 - U_2$ et $V_1 - V_2$ respectivement selon θ et r .

Il serait faux d'en conclure que c'est la vitesse de glissement qui crée la portance dans le film. En effet en régime isotherme, la charge est directement proportionnelle à la somme des vitesses tangentielles des surfaces (vitesse de roulement). Cette contradiction apparente provient de la vitesse de la surface 2 dans la direction normale au contact (V_2 en coordonnées cartésiennes et W_2 en coordonnées cylindriques) qui contient des termes de la forme :

$$U_2 \frac{\partial h}{\partial x}, W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \quad \text{ou} \quad U_2 \frac{\partial h}{\partial r}, V_2 \frac{\partial h}{\partial \theta}$$

L'exemple du contact formé d'un cylindre tournant autour de son axe, à la vitesse angulaire ω , en regard d'un plan se déplaçant parallèlement à lui-même, à la vitesse U , illustre ce problème (fig. 8).

Dans le cas d'un écoulement incompressible, bidimensionnel, l'équation de Reynolds se réduit à :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6(U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 12V_2$$

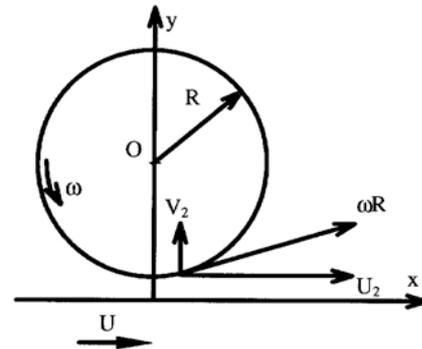


Fig. 8 : Contact cylindre plan

Dans le système d'axes choisi, la vitesse des surfaces s'écrit :

$$\begin{aligned} U_1 &= U \\ U_2 &= \omega R \cos \alpha \\ V_2 &= \omega R \sin \alpha \end{aligned}$$

Dans la zone de contact, l'angle α , donné par $\text{tg } \alpha = \frac{\partial h}{\partial x}$ est très petit (de l'ordre de 10^{-3}) et il vient :

$$\text{tg } \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha \approx \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\cos \alpha \approx 1$$

soit

$$U_2 = \omega R \quad \text{et} \quad V_2 = \omega R \frac{\partial h}{\partial x}$$

Ainsi l'équation de Reynolds est donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6(U + \omega R) \frac{\partial h}{\partial x}$$

Le second membre de l'équation de Reynolds est proportionnel à $U + \omega R$ (vitesse de roulement) et c'est la somme des vitesses tangentielles du contact qui génère la portance dans

le film. Ainsi, même en régime stationnaire, la vitesse d'écrasement respectivement V_2 et W_2 selon le système de coordonnées, joue un rôle très important.

4 – CONDITIONS AUX LIMITES DANS LE CAS DE SURFACES LISSES

Dans ce paragraphe, nous ne traiterons que le cas des fluides incompressibles. On se propose de résoudre l'équation de Reynolds sur un domaine Ω (fig. 8) pour des conditions aux limites portant sur la pression et le débit volumique (ou sur le gradient de pression) :

$$p = p_0 \text{ sur } \Gamma_1$$

$$\vec{n} \cdot \left[\vec{U} \frac{h}{2} - \frac{h^3}{12\mu} \vec{\text{grad}} p \right] = q \text{ sur } \Gamma_2$$

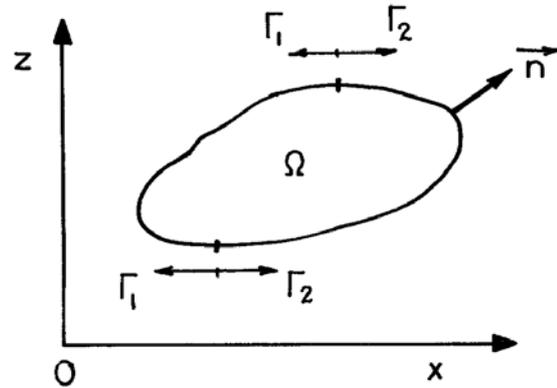


Fig. 9 : Domaine d'intégration

où \vec{n} est le vecteur normal unitaire, q le débit normal par unité de largeur et \vec{U} le vecteur vitesse de composantes $U_1 + U_2$ et $W_1 + W_2$.

4.1 – APPROCHE PHYSIQUE DU PROBLEME DE LA RUPTURE DU FILM LUBRIFIANT

Selon la nature physique du problème étudié (géométrie, cinématique,...) la pression calculée à partir de l'équation de Reynolds et des conditions aux limites peut être, en certains points de Ω , inférieure à la pression atmosphérique. Ces dépressions vont entraîner une rupture du film selon trois processus possibles [7] :

- de l'air, ou du gaz, en provenance de l'atmosphère ambiante s'introduit dans la région en dépression jusqu'à ce que la pression dans cette zone devienne égale à la pression ambiante,
- les gaz dissous dans le lubrifiant sont expulsés de celui-ci jusqu'à ce que la pression équilibre la pression de saturation,
- si la pression est inférieure à la pression de vapeur, il y a vaporisation à la température ambiante sous pression réduite et génération de bulles de vapeur qui peuvent imploser et entraîner une détérioration des surfaces,

La troisième situation c), fréquemment rencontrée dans les machines hydrauliques (aubages de turbine, hélice de bateau...), existe aussi en lubrification en particulier dans les paliers de bielle de moteur diesel, mais on observe plus couramment les deux premiers processus a) et b). Les études expérimentales montrent que dans la zone de rupture, la pression est constante et égale ou légèrement inférieure à la pression atmosphérique car le lubrifiant étant souvent en contact avec l'extérieur, la pression atmosphérique et la pression de vapeur saturante sont voisines. Il est important de noter que la rupture du film lubrifiant n'a pas nécessairement un effet néfaste, au contraire on remarquera qu'une butée symétrique, telle que celle représentée sur la figure 10 ne peut supporter une charge verticale que si il y a rupture du film d'huile. De même un palier lisse cylindrique dans lequel il n'y aurait pas rupture du film lubrifiant serait toujours instable du point de vue vibratoire.

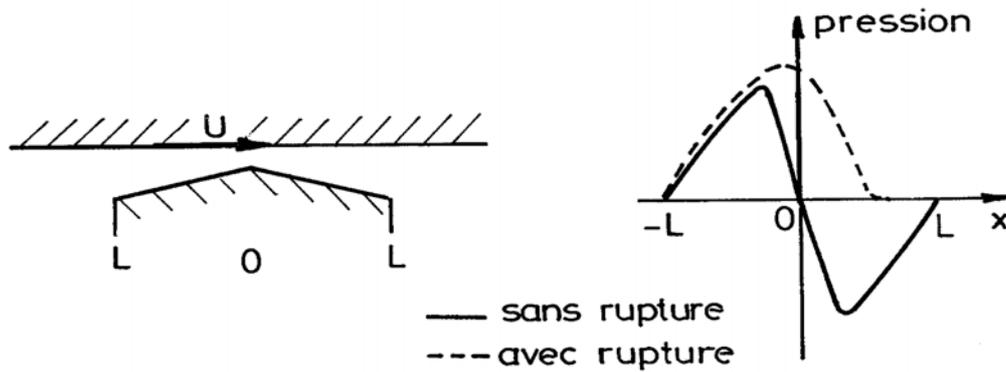


Fig. 10 : Butée hydrodynamique symétrique

Selon la forme du contact et sa cinématique, les visualisations d'écoulement mettent en évidence, dans la zone de rupture, soit une juxtaposition de filets d'air et de lubrifiant (paliers lisses par exemple [8]) soit des bulles (contact sphère-plan en écrasement [9]). Cette région de rupture est souvent désignée par le vocable, impropre, de zone de cavitation.

4.2 – CONDITIONS AUX LIMITES POUR LA ZONE DE RUPTURE

Lorsque la pression est donnée sur la frontière de Ω , une condition suffisante pour qu'il n'y ait pas rupture du film lubrifiant est que le second membre de l'équation de Reynolds reste négatif en tout point de Ω . Dans le cas contraire, il peut y avoir rupture. Ceci est couramment observé dans les paliers lisses en régime permanent [8] où la géométrie du film est convergente puis divergente. Dans ce paragraphe, nous supposons qu'il y a rupture mais également reformation du film lubrifiant sur Ω . La définition de ces conditions et leur prise en compte dans les modèles de calcul est toujours un sujet de recherche. Il apparaît que la modélisation la plus fine est celle qui découle des travaux de Floberg [10 à 12], Elrod et Adams [13], et Bayada [14]. Le domaine d'intégration Ω est divisé en deux régions. Une région Ω° où le film est rompu et la pression constante, celle-ci est prise comme référence, et un domaine Ω^+ où il y a génération de pression ($p > 0$). Σ^- et Σ^+ représentent respectivement les frontières où il y a reconstitution et rupture du film lubrifiant (fig. 11). Elrod suppose que la région Ω° où le film est rompu est non seulement déterminée par la condition $p = 0$, mais introduit un paramètre $\beta(x, z)$ qui représente le pourcentage de lubrifiant contenu dans le volume élémentaire de hauteur h qui entoure le point M :

$$\begin{cases} M \in \Omega^\circ & \Leftrightarrow & \beta(x, z) < 1 & \text{et} & p(x, z) = 0 \\ M \in \Omega^+ & \Leftrightarrow & \beta(x, z) = 1 & \text{et} & p(x, z) > 0 \end{cases}$$

Il suppose en outre que dans la région Ω° le fluide peut être considéré comme un milieu homogène, les surfaces Σ^- et Σ^+ représentent des surfaces de discontinuité pour la pression et la fonction $\beta(x, z)$. L'équation de continuité est valable en tout point de Ω° et Ω^+ et il y a conservation du débit massique à travers les surfaces de discontinuité Σ^- et Σ^+ [15].

a) Domaine Ω^+

L'intégration de l'équation de continuité au travers de l'épaisseur du film lubrifiant donne l'équation de Reynolds.

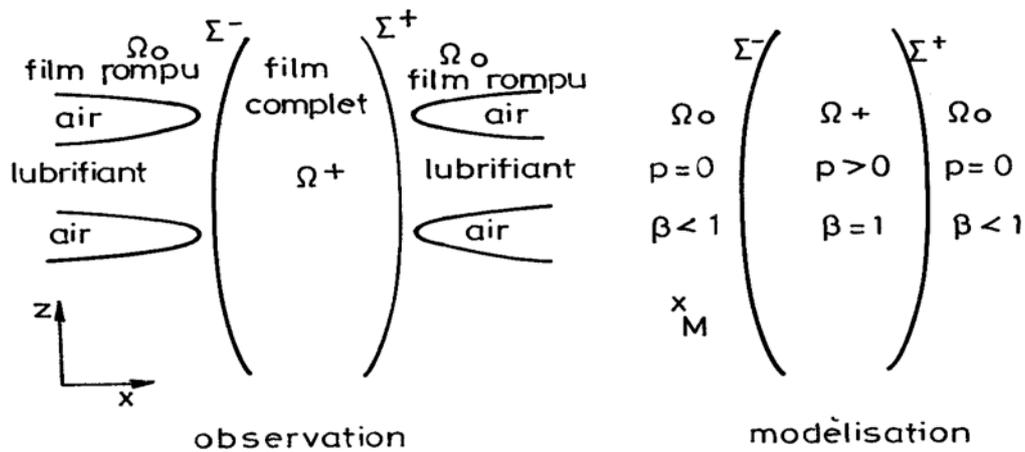


Fig. 11 : Représentation du film lubrifiant

b) Domaine Ω°

L'intégration de l'équation de continuité au travers de l'épaisseur h , compte tenu que la pression est nulle dans cette région et qu'un volume élémentaire ne contient que le pourcentage β de fluide, permet d'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial x} [\rho\beta(U_1 + U_2)h] + \frac{\partial}{\partial z} [\rho\beta(W_1 + W_2)h] = 2\rho\beta \left[U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + W_2 \frac{\partial h}{\partial z} - V_2 \right] + h \frac{\partial \rho\beta}{\partial t}$$

L'équation ci dessus peut aussi s'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial x} [\rho\beta(U_1 + U_2)h] + \frac{\partial}{\partial z} [\rho\beta(W_1 + W_2)h] = 2 \frac{\partial}{\partial t} (\rho\beta h)$$

c) Le long des interfaces Σ^- et Σ^+

On écrit la conservation du débit massique élémentaire :

$$[\rho\beta V_n] = 0$$

où $[f(M)]$ désigne le saut subi par la grandeur f lorsque l'on traverse la frontière Σ en un point M dans le sens défini par la normal \vec{n} [15]. V_n représente la projection sur la normal \vec{n} de la vitesse relative \vec{V} du milieu par rapport à la frontière Σ . On a la relation :

$$\vec{U} = \vec{V} + \vec{W}$$

où \vec{W} désigne le champ des vitesses de Σ dans son mouvement propre. L'équation de conservation de débit peut donc également s'écrire :

$$\int_0^h \rho\beta \vec{U} \cdot \vec{n} dy = \int_0^h \rho\beta \vec{W} \cdot \vec{n} dy$$

soit encore, si U_n et W_n représentent respectivement la projection sur la normale des vitesses \vec{U} et \vec{W} et si $\partial p / \partial n$ est le gradient de pression dans la direction normale à la frontière :

$$\rho\beta \frac{U_n h}{2} - \rho \frac{U_n h}{2} + \rho \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial n} = \rho\beta W_n h - \rho W_n h$$

c'est à dire :

$$\rho h (\beta - 1) \left(\frac{U_n}{2} - W_n \right) + \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial n} = 0$$

Selon les valeurs respectives de U_n et W_n plusieurs cas peuvent être envisagés. Nous ne considérons ici que le cas du régime permanent pour lequel des algorithmes de calcul ont été proposés [13, 14]. Les surfaces Σ^- et Σ^+ sont alors fixes ($W_n = 0$) et l'équation ci dessus s'écrit :

$$\rho h (\beta - 1) \frac{U_n}{2} + \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial n} = 0$$

Cette équation permet de déterminer les conditions limites le long des frontières Σ :

- a) à la reconstitution, le long de Σ^- , comme le gradient de pression est positif, la relation ci dessus montre qu'il y a discontinuité dans la fonction $\beta(x, z)$ et dans le gradient de pression normale,
- b) à la rupture du film, le long de Σ^+ , le gradient de pression étant négatif, la relation précédente montre que celui-ci doit être nul et la fonction β égale à l'unité.

Le lieu des interfaces Σ est déterminé au cours de la résolution ; d'un point de vue mathématique, nous sommes en présence d'un problème à frontière libre.

5 - ALGORITHMES DE RESOLUTION

Le régime d'écoulement est supposé être permanent et l'on envisage successivement les cas sans et avec rupture du film lubrifiant. Il est évident qu'en plus des conditions géométriques et cinématiques, la pression dans les rainures, où les alvéoles d'alimentation ainsi que la pression ambiante conditionnent l'existence ou non d'un film complet.

5.1. - CAS D'UN FILM COMPLET

Lorsque le film est complet, le comportement du lubrifiant peut être déterminé en résolvant l'équation de Reynolds ou en minimisant une fonctionnelle [16]. Ce sont ces deux points de vue qui sont abordés dans la suite de ce paragraphe. Mis à part les cas unidimensionnels, il n'existe que très rarement des solutions analytiques. Remarquons toutefois que le problème est linéaire, et qu'il est possible de superposer les solutions.

5.1.a - Résolution de l'équation de Reynolds

Dans ce cas, l'équation de Reynolds est une équation linéaire aux dérivées partielles, de type elliptique. La méthode numérique la plus fréquemment utilisée est la méthode des différences finies. Cette technique, déjà ancienne, de mise en œuvre simple, permet de résoudre la quasi-totalité des problèmes hydrodynamiques et hydrostatiques. Elle est très largement développée dans la littérature tant du point de vue mathématique que du point de vue de son utilisation. Le système linéaire formé par les équations aux différences peut être résolu par des méthodes directes (méthode de Gauss par exemple [17]) ou par des méthodes itératives [18]. Toutefois, la matrice des coefficients étant une matrice « creuse » non symétrique de rang très élevé, les méthodes itératives sont généralement préférables. Une des plus utilisées est la méthode des surrelaxations successives (S.O.R), où méthode de Gauss-Seidel extrapolée. Cependant, le choix du coefficient de surrelaxation optimal, c'est-à-dire celui qui permet d'obtenir une précision donnée en un nombre minimal d'itérations, n'est pas une chose aisée. Certains auteurs proposent des relations empiriques basées sur les résultats théoriques obtenus pour des configurations plus simples. Citons par exemple Servaes [19] :

$$\Omega_0 = 2 - \sqrt{2} \pi \sqrt{\frac{1}{M^2} + \frac{1}{N^2}}$$

où M et N représentent le nombre de points retenus pour la discrétisation. Dans la majorité des problèmes de lubrification, ce coefficient est compris entre 1,40 et 1,90 [20].

5.1.b - Formulation intégrale

De par sa structure, l'équation de Reynolds, pour un fluide incompressible, est semblable aux équations de champ qui gouvernent beaucoup de problèmes physiques. A ce titre, elle peut donc être considérée comme l'équation d'Euler-Lagrange d'une certaine fonctionnelle J(p). Le problème a donc une nouvelle formulation : la minimisation d'une fonctionnelle. Celle-ci peut être obtenue soit à partir du calcul des variations, soit en utilisant le théorème d'Helmutz et Korteweg [16]. La fonctionnelle associée à l'équation de Reynolds et pour les conditions aux limites de Reynolds s'écrit :

$$J(p) = \iint_{\Omega} \left\{ -\frac{h^3}{12\mu} (\nabla p)^2 + h \vec{U} \cdot \text{grad } p + 2p \left(U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + W_2 \frac{\partial h}{\partial z} - V_2 \right) \right\} ds - 2 \int_{\Gamma_2} q p \, d\Gamma$$

soit encore, compte tenu que :

$$V_2 = \frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + W_2 \frac{\partial h}{\partial z}$$

$$J(p) = \iint_{\Omega} \left\{ -\frac{h^3}{12\mu} (\nabla p)^2 + h \vec{U} \cdot \text{grad } p - 2p \frac{\partial h}{\partial t} \right\} ds - 2 \int_{\Gamma_2} p q \, d\Gamma$$

Cette approche variationnelle est très restrictive car elle nécessite la connaissance d'une grandeur qui doit être extrémale. Comme on ne possède pas toujours de référence physique pour construire la fonctionnelle, il a été proposé différentes approches qui, pour une équation aux dérivées partielles donnée, permettent de construire une forme intégrale (ceci est

parfois appelé : formulation de type projectif). La plus connue est la méthode de Galerkin. A titre d'exemple nous allons très brièvement développer le cas précédent.

L'équation de Reynolds peut s'écrire : $L(p) = f(x, z)$

où L est un opérateur et f le second membre. On recherche l'ensemble des fonctions $p(x, z)$ qui satisfont les conditions aux limites et le problème différentiel ; c'est-à-dire telles que le résidu soit nul :

$$W(p) = \int_{\Omega} \phi \cdot [L(p) - f] ds = 0 \quad \forall \phi(x, z)$$

Une intégration par parties permet de réduire l'ordre de dérivabilité de $p(x, z)$ (formulation faible), donc d'imposer des conditions moins strictes sur les solutions admissibles. Si on choisit comme fonction de pondération $\phi(x, z)$ la variation virtuelle δp , on obtient :

$$W(p) = \int_{\Omega} \left\{ -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (\delta p) - \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} (\delta p) + h \mathbf{U} \cdot \overline{\text{grad}} (\delta p) - 2 \frac{\partial h}{\partial t} (\delta p) \right\} ds - 2 \int_{\Gamma_2} q \delta p dl$$

On notera que cette forme est identique à celle obtenue précédemment à partir du calcul des variations ; mais elle a été obtenue indépendamment de la connaissance d'une quantité physique à rendre extrémale. Cette approche a été utilisée pour résoudre les problèmes de lubrification en régime hybride [21].

L'obtention d'une solution est aussi difficile à partir d'une formulation intégrale que d'une formulation différentielle. La difficulté peut être surmontée en recherchant une solution approchée sous la forme d'une combinaison linéaire de fonctions indépendantes dont la manipulation mathématique ne pose pas de difficultés majeures. La méthode la plus fréquemment utilisée est la méthode des éléments finis. Cette méthode, mise en place à l'origine vers les années 1950 pour résoudre les problèmes de mécanique des structures, est de plus en plus utilisée en lubrification [16, 21 à 26]. Son utilisation pour la résolution des problèmes en mécanique des films minces visqueux offre les mêmes avantages et désavantages, que dans les autres types d'applications. Elle permet principalement grâce à la souplesse dans le maillage, de traiter le cas de géométrie au contour complexe et de prendre en compte des discontinuités dans la géométrie du film ou dans les propriétés physiques du fluide. Ses deux points faibles vis à vis de la méthode des différences finies sont d'une part une mise en œuvre plus complexe et d'autre part des programmes de taille plus importante.

Cette méthode est parvenue à un tel degré de sophistication (maillage, optimisation de largeur de bande, ...) qu'il n'est pas possible de la présenter ici. Outre le très grand nombre de publications, il existe beaucoup de livres qui lui sont consacrés [23 à 26]. Ainsi, dans l'ouvrage de Huebner [25] il y a un chapitre consacré à la lubrification. Par ailleurs la revue européenne des éléments finis a publié récemment en 2001, un numéro spécial sur le traitement des problèmes de lubrification par la méthode des éléments finis [26].

5.2 – CAS OU IL Y A RUPTURE DU FILM LUBRIFIANT

Si la géométrie et les conditions aux limites sont telles qu'il y a rupture du film lubrifiant, il est nécessaire de retenir le modèle développé dans le paragraphe 4.2. La

résolution générale de ces équations en particulier la détermination de conditions aux limites compatibles sur le débit et la pression reste un problème ouvert.

5.2.a - Conditions aux limites de Swift et Stieber, dites conditions aux limites de Reynolds

Lorsque les conditions de fonctionnement sont telles que le film lubrifiant se reforme au niveau des rainures d'alimentation la frontière Σ^- est déterminée ; seule Σ^+ demeure une inconnue du problème. Nous avons vu que la pression et sa dérivée normale s'annulent le long de cette frontière Σ^+ .

$$p = \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \text{ sur } \Sigma^+$$

Ces conditions avaient déjà été suggérées vers 1930, indépendamment par Swift [27], en considérant l'aspect stabilité, et Stieber [28] en étudiant la continuité du débit. Par la suite Cameron et Wood [29] ont montré que ces deux approches étaient identiques. La prise en compte de ces conditions, appelées très souvent conditions aux limites de Reynolds s'effectue directement si on utilise, associé à la méthode des différences finies, l'algorithme proposé par Christopherson, [30]. Il suffit de résoudre le système linéaire par une méthode itérative et d'annuler chaque terme de pression négatif dès que celui-ci est calculé. Bien que cet algorithme soit utilisé depuis fort longtemps en lubrification, la convergence n'a été démontré que récemment [31] ; il apparaît comme un cas particulier des méthodes de projection.

L'application de l'algorithme de Christopherson aux problèmes où la frontière de reconstitution du film Σ^- ne coïncide pas avec une rainure d'alimentation où la pression est donnée, conduit à la détermination d'une frontière Σ^- erronée. La continuité du débit massique n'est plus vérifiée. Toutefois, du fait de la complexité du problème, les conditions aux limites de Reynolds sont fréquemment utilisées et donnent pour un grand nombre de configurations des résultats comparables aux résultats expérimentaux sauf en ce qui concerne la valeur des débits.

5.2.b - Conditions aux limites de Gumbel

Historiquement, ce sont ces conditions qui ont été initialement introduites pour prendre en compte la rupture du film lubrifiant. En effet dès 1921, Gumbel [32] propose tout simplement de négliger dans la solution finale les pressions inférieures à la pression atmosphérique. Cette approche ne respecte bien évidemment pas la continuité du débit. En pratique, elle est utilisée dans le cas des paliers de faible largeur avec l'approximation du palier court, car elle conserve à l'équation de Reynolds son caractère linéaire et les résultats théoriques obtenus sont souvent proches des résultats expérimentaux.

6 – CALCUL DES DIFFERENTS PARAMETRES DANS LE CONTACT

6.1 – ORGANISATION DES CALCULS

Le calcul des caractéristiques d'un contact hydrodynamique s'effectue selon les étapes suivantes :

- 1) Choix d'un système d'axes permettant de tenir compte des symétries éventuelles.
- 2) Vitesse des surfaces dans le système d'axes choisi.
- 3) Equation donnant l'épaisseur du film.
- 4) Equation de Reynolds relative au contact étudié.

- 5) Conditions aux limites sur la pression.
- 6) Calcul de la pression dans le film (résolution de l'équation de Reynolds).
- 7) Calcul de la charge par intégration de la pression.
- 8) Calcul du frottement par intégration des contraintes de cisaillement sur les surfaces du contact ; l'intégration par partie permet généralement de simplifier les calculs.
- 9) Calcul du débit.
- 10) Calcul de la puissance dissipée dans le contact.

6.2 – LA PRESSION DANS LE FILM

La pression est obtenue par intégration de l'équation de Reynolds ou par minimisation de la fonctionnelle $J(p)$. Quelquefois, en plus des frontières qui séparent les zones actives et inactives, d'autres inconnues doivent être déterminées. On peut citer :

- a) l'épaisseur h du film qui est donnée par la forme du contact. Pour les contacts lourdement chargés, les pressions dans le film peuvent déformer élastiquement ou même plastiquement les surfaces en regard ; il convient alors de tenir compte de ces déplacements pour le calcul de l'épaisseur du film.
- b) La masse volumique qui dans le cas des fluides compressibles est reliée à la pression et à la température par la loi d'état du gaz.
- c) La viscosité qui varie très sensiblement avec la température et, dans les contacts lourdement chargés, avec la pression. Remarquons que les hypothèses (9) et (10) ne permettent pas de prendre en compte la variation de la viscosité à travers l'épaisseur du film. Ainsi pour étudier les effets thermiques, il faudra utiliser une équation plus générale que l'équation de Reynolds.

6.3 – ACTION DU FLUIDE SUR LES PAROIS DU CONTACT

L'action de contact \vec{T} , appelée habituellement le vecteur contrainte, exercée en un point M de la paroi, dépend uniquement du tenseur des contraintes en ce point et du vecteur normal \vec{n} :

$$\vec{T}(M, \vec{n}) = \sum_{i=1}^3 T_i \vec{x}_i = \sum_{i=1}^3 \sigma_{ij} n_j \vec{x}_i$$

où x_i représentent les coordonnées cartésiennes et n_j les composantes du vecteur normal en M orienté de la surface vers le fluide (normale extérieure).

Les éléments de réduction en un point C quelconque du torseur des actions de contact du fluide sur la surface S du contact seront donc :

$$\text{résultante : } \vec{R} = \iint \vec{T}(M, \vec{n}) ds$$

$$\text{moment en } C : \vec{M} = \iint \overrightarrow{CM} \wedge \vec{T}(M, \vec{n}) ds$$

Dans le cas de l'écoulement d'un fluide newtonien et sous les hypothèses de la lubrification hydrodynamique, la matrice représentative du tenseur des contraintes s'écrit :

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} -p & \mu \frac{\partial u}{\partial y} & 0 \\ \mu \frac{\partial u}{\partial y} & -p & \mu \frac{\partial w}{\partial y} \\ 0 & \mu \frac{\partial w}{\partial y} & -p \end{bmatrix}$$

Remarque : lorsque la surface S est un plan admettant \vec{y} comme normale, l'intégration du champ de pression sur la surface permet de calculer la charge extérieure W que le contact peut supporter :

$$W = \int_S p \, ds$$

Ainsi en coordonnées cartésiennes pour un contact rectangulaire de dimensions LD ne comportant pas de zone de rupture du film la charge s'écrit :

$$W = \int_{-L/2}^{+L/2} \int_0^B p \, dx \, dz$$

De même, l'intégration des contraintes de cisaillement permet de déterminer les composantes selon les axes x et z de la force tangentielle (frottement) exercée par le fluide sur la paroi.

$$\begin{cases} F_1 = \int_S \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0 \text{ ou } h} ds = \int_{-L/2}^{+L/2} \int_0^B \left[\pm \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu(U_2 - U_1)}{h} \right] dx \, dz \\ F_3 = \int_S \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=0 \text{ ou } h} ds = \int_{-L/2}^{+L/2} \int_0^B \left[\pm \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu(W_2 - W_1)}{h} \right] dx \, dz \end{cases}$$

Le signe moins (-) correspond à la surface (1) pour $y=0$; le signe plus (+) à la surface (2) pour $y=h$.

6.3.a - Remarque

Il est toujours possible d'intégrer par partie le terme de frottement dû au gradient de pression, ce qui simplifie considérablement les calculs dans le cas d'intégration numérique, en effet :

$$\int_0^B \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx = \frac{hp}{2} \Big|_0^B - \int_0^B \frac{p}{2} \frac{\partial h}{\partial x} dx$$

Le premier terme est connu, il dépend des conditions aux limites ; le second terme ne fait plus intervenir la dérivée de la pression mais celle de l'épaisseur du film qui est généralement connue sous forme analytique.

6.4 – LE DEBIT

Le débit utilisé en lubrification est :

- le débit massique M_j pour les fluides compressibles,
- le débit volumique Q_j pour les fluides incompressibles.

Ces débits sont calculés par intégration à partir des composantes de la vitesse dans le film. Il vient ainsi :

$$M_j = \int_{S_j} \rho u_j ds \quad \text{avec } j=1 \text{ ou } 3$$

Dans cette relation u_j et M_j sont respectivement la composante de la vitesse et le débit massique dans la direction \vec{x}_j et S_j la section, normale à l'axe \vec{x}_j , à travers laquelle est calculé le débit. Ce débit est positif s'il est orienté selon l'axe \vec{x}_j .

Pour les fluides incompressibles $\rho = \text{Cste}$ et le débit volumique Q_j s'écrit :

$$Q_j = \int_{S_j} u_j ds$$

6.5 – PUISSANCE DISSIPÉE

La puissance dissipée peut se calculer en intégrant la fonction dissipation dans le volume de fluide contenu dans le contact. Cependant ce calcul généralement complexe est très rarement effectué. Il est beaucoup plus simple de faire un bilan énergétique en écrivant que la puissance dissipée dans le contact est celle fournie au contact pour l'alimentation en lubrifiant et déplacer les surfaces en mouvement. Ce point sera explicité dans les chapitres suivants sur différents exemples.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] FRENE J., NICOLAS D., DEGUEURCE B., BERTHE D., GODET M. "Lubrification hydrodynamique : paliers et butées", Collection de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France, n°72, EYROLLES 1990.
- [2] NICOLAS D., FRENE J. "Les fondements de la lubrification hydrodynamique", guide thermique de l'hydraulique et de la pneumatique, 10ème édition, Janvier 1976, Energie fluide.
- [3] FANTINO B., FRENE J., GODET M. "Condition d'utilisation de l'équation de Reynolds en mécanique des films minces visqueux", C.R.Ac.Sc. Paris t. 272, pp. 691-693, Mars 1971.
- [4] PINKUS O., STERNLICHT B., "Theory of hydrodynamic lubrication", Mc Graw Hill Book Co N.Y. 1971.
- [5] CAMERON A. "The principles of lubrication", Longmans 1966.
- [6] LANGLOIS W.E. "Slow viscous flow", Mc Millan N.Y., 1964, pp. 204-221.
- [7] DOWSON D., TAYLOR C.M. "Fundamental aspects of cavitation on bearings", 1st Leeds-Lyon Symposium, "Cavitation and related phenomena in lubrication", Ed. by Dowson, Godet and Taylor, Publ. by Mech. Eng. publications limited, pp. 15-26, 1975.
- [8] COLE J.A., HUGHES C.J. "Oil flow and film extent in complete journal bearings". Proc. Inst. Mech. Eng., 170, pp. 499-510, 1956.
- [9] DOWSON D., TAYLOR C.M. "Cavitation in bearings", Ann. Rev. Fluid. Mech., 11, pp. 35-60, 1979.
- [10] FLOBERG L., JAKOBSSON B "The finite journal bearing considering vaporization", Trans. Chalmers, University, University Tech., 190, Göteborg, 1957.
- [11] FLOBERG L. "On hydrodynamic lubrication with special reference to subcavity pressures and number of streamers in cavitation regions", Acta Poly. Scand., Mech. Eng., series 19, Stockholm, 1965.

- [12] FLOBERG L. "Cavitation boundary conditions with regard to the number of streamers and tensile strength of the liquid", in ref. 10, pp. 31-35.
- [13] ELROD H.G., ADAMS M.L. "A computer program for cavitation and starvation problems", in ref. 10, pp. 37-41.
- [14] BAYADA G. "Modelisation of a cavitation problem". Euromech Colloquium n° 124 on Hydrodynamic lubrication of bearings, Torino - Italy, October 1979.
- [15] GERMAIN P. "Mécanique des milieux continus", Masson, p. 47, Paris, 1972.
- [16] NICOLAS D. "Les paliers hydrodynamiques soumis à un torseur de forces quelconques". Thèse de Docteur Ingénieur présentée devant l'Université Claude Bernard de Lyon, 1972.
- [17] LEGRAS J. "Méthodes et techniques de l'analyse numérique". Dunod, Paris, 1971.
- [18] FORSYTHE G.E., WASOF W.R. "Finite difference methods for partial differential equations". John Willey and Sons, Inc., New-York, 1960.
- [19] SERVAES H. "Contribution à l'étude de la lubrification du coussinet complet de largeur finie". Publication des Sciences Appliquées de l'Université de Liège, n°4, 1967.
- [20] FRENE J. "Régime d'écoulement non laminaire en films minces, application aux paliers lisses". Thèse de Doctorat d'Etat ès Sciences Physiques présentée à l'Université Claude Bernard de Lyon, 1974.
- [21] BOU-SAID B. "La lubrification à basse pression par la méthode des éléments finis. Application aux paliers". Thèse de Doctorat présentée à l'INSA de Lyon, Décembre 1985.
- [22] BOOKER J.F., HUEBNER K.H. "Application of finite element methods to lubrication: an engineering approach", Trans. ASME, series F, vol. 94, n°4, 1972.
- [23] ZIENKIEWICZ O.C. "The finite element method in structural and continuum mechanics". Mc Graw Hill, 1967.
- [24] DHATT G. et TOUZOT G. "Une présentation de la méthode des éléments finis", Maloine S.A. Editeur-Paris, 1981.
- [25] HUEBNER K.H. "The finite element method for Engineers", John Wiley, New-York, 1975.
- [26] BONNEAU D. coordonateur "Traitement des problèmes de lubrification par la méthode des éléments finis", Revue européenne des éléments finis Vol.10 ; n°6-7 2001
- [27] SWIFT H.W. "The stability of lubricating films in journal bearings". Proc. Inst. Civil Eng., 233, Pt 1, pp. 267-322, 1931.
- [28] STIEBER W. "Das Schwimmnlager", VDI, 1933, Berlin.
- [29] CAMERON A., WOOK W.L. "The full journal bearing". Proc. Inst. Mech. Engrs., 161, pp. 59-64, 1949.
- [30] CHRISTOPHERSON D.G. "A new mathematical method for the solution of oil film lubrication problems". Proc. Inter. Mech. Eng., Vol. 146, pp. 126-135, 1941.
- [31] BAYADA G. "Inéquations variationnelles à conditions aux limites périodiques". Thèse présentée devant l'Université de Lyon I, 1972.
- [32] GUMBEL L. "Vergleich der Ergebnisse der rechnerischen Behandlung des lagerschmierungsproblem mit neuen Versuchsergebnissen", Monatsblätter d. Berlin, Bezirk V.D.I., 125-8, Sept. 1921.

CHAPITRE 4

CAS ELEMENTAIRES DE PORTANCE

Les différents phénomènes de portance en lubrification fluide, peuvent s'étudier séparément dans le cas des fluides incompressibles et de viscosité constante sur des exemples très simples [1, 2]. Le cas de deux surfaces non parallèles formant un coin d'huile sera étudié en détail au chapitre 5, car il est représentatif de la butée hydrodynamique.

1 - CAS DE DEUX SURFACES PARALLELES : PORTANCE HYDROSTATIQUE

Soit l'écoulement entre deux plaques planes parallèles, de largeur infinie selon Oz. La plaque supérieure de longueur B est fixe ; la plaque inférieure est animée d'un mouvement de translation uniforme de vitesse $U_1 = U$ (fig. 1). Dans ces conditions et compte tenu des relations établies précédemment, la vitesse du fluide s'écrit :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y(y-h) + \frac{h-y}{h} U$$

et l'équation de Reynolds

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = 0$$

car la vitesse U et l'épaisseur h sont

constantes. Ainsi : $\frac{dp}{dx} = \text{Cste.}$

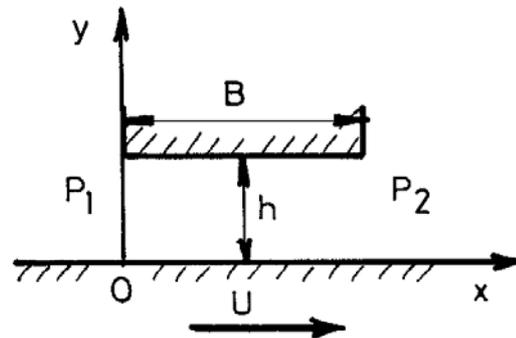


Fig. 1 : Faces parallèles

Deux cas peuvent se présenter :

- a) la pression est identique à l'entrée et à la sortie. Dans ce cas, $dp/dx = 0$; il n'y a pas de portance dans le contact et la répartition de vitesse suivant l'épaisseur du film est linéaire. C'est l'écoulement de Couette.
- b) la pression est différente à l'entrée et à la sortie. Dans ce cas :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{P_2 - P_1}{L}$$

où P_1 et P_2 représentent respectivement la pression à l'entrée et à la sortie du contact. Le champ de vitesse dans le film est fonction des pressions imposées aux extrémités du contact. Ainsi, la vitesse du fluide est généralement due à 2 effets différents :

- l'écoulement de Couette, c'est le terme $\frac{h-y}{h} U$
- l'écoulement de Poiseuille, c'est le terme $\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y(y-h)$

Dans ce cas il y a portance, mais il faut remarquer que celle-ci est indépendante de la vitesse et de l'épaisseur du film : c'est une portance hydrostatique. Ces différents types d'écoulements ont été présentés au chapitre 3.

2 – CAS DE DEUX SURFACES PARALLELES : EFFET D'ETIREMENT

Soit l'écoulement entre deux plaques planes parallèles de largeur infinie selon Oz. La plaque supérieure de longueur B est fixe. La plaque inférieure se déplace en s'étirant avec une vitesse de translation $U_1 = U(x)$, (fig. 2). Ceci est une schématisation élémentaire du formage plasto-hydrodynamique des métaux.

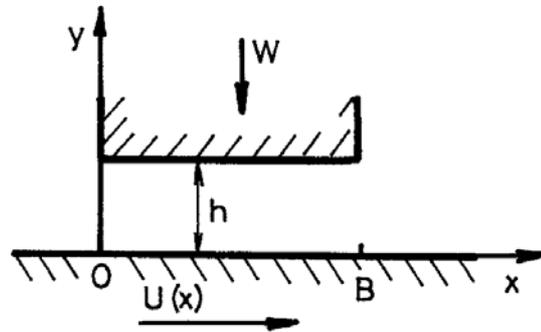


Fig. 2 : Plaques parallèles : effet d'étirement

L'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = \frac{6\mu}{h^2} \frac{dU}{dx}$$

soit

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu U}{h^2} + C_1$$

et

$$p = \frac{6\mu}{h^2} \int U dx + C_1 x + C_2$$

Les constantes C_1 et C_2 sont déterminées par les conditions aux limites sur la pression.

Dans le cas particulier où $U = Ax + D$ et compte tenu des conditions aux limites $p = 0$ pour $x = 0$ et $x = B$, la pression s'écrit :

$$p = - \frac{3\mu A}{h^2} x (B - x)$$

et la charge pour une largeur L suivant Oz :

$$W = - L \frac{\mu AB^3}{2h^2}$$

Le signe négatif de la charge rend compte de l'effet de pompage du fluide qui se produit lorsqu'on impose à la distance entre les deux plaques de rester constante et égale à h.

3 – CAS DE DEUX SURFACES PARALLELES : EFFET D'ECRASEMENT

Soit l'écoulement entre deux plaques planes parallèles, de largeur infinie suivant Oz. La plaque inférieure est immobile et la plaque supérieure, de longueur B est animée d'une vitesse $V_2 = V(t)$ suivant \overrightarrow{Oy} , (fig. 3), les deux plaques restent constamment parallèles.

L'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{12 \mu V}{h^3}$$

soit

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{12 \mu V}{h^3} x + C_1$$

et

$$p = \frac{6 \mu V}{h^3} x^2 + C_1 x + C_2$$

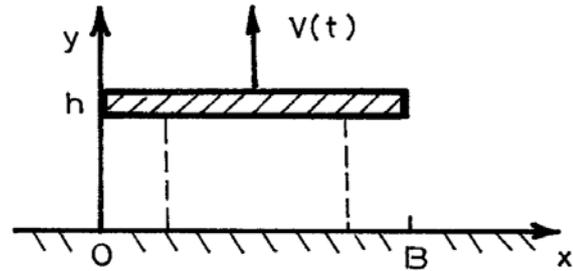


Fig. 3 : Plaques parallèles : effet d'écrasement

Les fonctions $C_1(t)$ et $C_2(t)$ sont déterminées par les conditions aux limites sur la pression.

La répartition de pression compte tenu des conditions aux limites $p = 0$ pour $x = 0$ et pour $x = B$, s'écrit :

$$p = \frac{6 \mu V}{h^3} (x^2 - Bx)$$

La portance hydrodynamique W résultant de cet effet d'écrasement s'écrit :

$$W = - \frac{\mu V B^3 L}{h^3} \quad \text{avec} \quad V = \frac{dh}{dt}$$

Dans le cas d'un mouvement d'approche de la plaque supérieure avec une vitesse de module constant $|V|$ suivant \overline{Oy} , la vitesse est négative et l'épaisseur du film tend vers zéro. Pour $h > 0$, la portance hydrodynamique due à cet effet d'écrasement est une fonction du temps, elle s'écrit :

$$W = \frac{\mu |V| B^3 L}{h^3}$$

Dans le cas d'un mouvement oscillatoire de la plaque supérieure autour d'une valeur moyenne correspondant à une épaisseur de film h_0 , l'équation de l'épaisseur du film peut se mettre sur la forme $h(t) = h_0 + h_1 \sin \omega t$ où h_1 est l'amplitude telle que $h_1 < h_0$ et ω la pulsation. La vitesse V devient $V = h_1 \omega \cos \omega t$ et la portance hydrodynamique, due à cet effet d'écrasement, s'écrit :

$$W = \frac{L B^3 \mu h_1 \omega \cos \omega t}{(h_0 + h_1 \sin \omega t)^3}$$

soit en posant

$$\alpha = \frac{h_1}{h_0} \quad \text{avec} \quad 0 < \alpha < 1$$

$$W = \frac{\mu \omega \alpha B^3 L}{h_0^2} \cdot \frac{\cos \omega t}{(1 + \alpha \sin \omega t)^3}$$

Remarquons que dans ce dernier cas, la pression est positive ou négative. L'apparition de pressions négatives peut entraîner de la cavitation dans le fluide. Par ailleurs il existe un déphasage entre les extréma d'épaisseur du film et les extréma de charge.

4 – CAS D'UNE DISCONTINUITÉ

Soit un patin échelon, dit patin de Rayleigh (Fig. 4), de largeur infinie selon Oz. Il est constitué de deux régions : une région d'entrée où l'épaisseur du film est constante et égale à h_1 , une région de sortie où l'épaisseur est également constante et égale à h_2 ($h_2 < h_1$). Ces deux régions sont ainsi séparées par une discontinuité dans l'épaisseur du film, située au point $x = B_0$. Pour étudier ce problème, il faut isoler la discontinuité et résoudre l'équation de Reynolds séparément dans les régions d'entrée et de sortie.

Dans la région d'entrée définie par $0 \leq x < B_0$ l'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = 0$$

soit

$$p = C_1 x + C_2$$

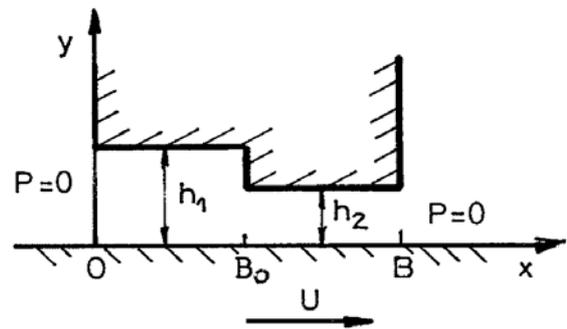


Fig.4 : Patin de Rayleigh

C_1 et C_2 sont calculées à partir des conditions aux limites qui s'écrivent :

$$\begin{cases} p = 0 & \text{pour } x = 0 \\ p = P_m & \text{pour } x = B_0 \end{cases}$$

où P_m est la pression inconnue qui existe au niveau de la discontinuité.

Il vient ainsi :

$$p = \frac{P_m}{B_0} x$$

De même dans la zone de sortie définie par $B_0 < x \leq B$, l'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = 0$$

soit

$$p = C_3 x + C_4$$

Les conditions aux limites

$$\begin{cases} p = P_m & \text{pour } x = B_0 \\ p = 0 & \text{pour } x = B \end{cases}$$

permettent de calculer C_3 et C_4 . Il vient :

$$p = \frac{P_m}{B - B_0} (B - x)$$

Ainsi, la variation de pression est linéaire dans le contact (fig. 5). La pression inconnue P_m est calculée en écrivant l'égalité des débits à l'entrée et à la sortie.

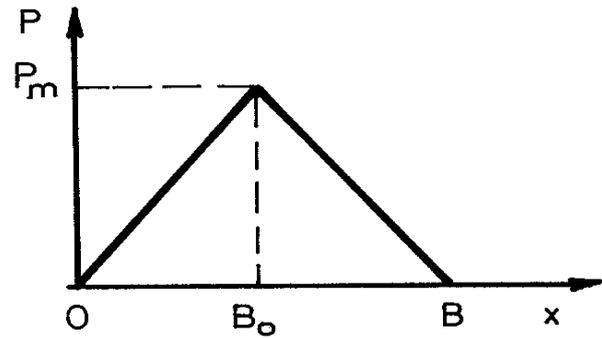


Fig. 5 – Répartition de pression

Le débit pour une largeur L s'écrit à l'entrée ou à la sortie :

$$Q_i = L \int_0^h u_i dy$$

avec

$$u_i = \frac{1}{2\mu} \frac{dp_i}{dx} y(y - h_i) + \frac{h_i - y}{h_i} U$$

où i prend la valeur 1 à l'entrée et 2 à la sortie. Il vient ainsi :

$$Q_i = -\frac{L h_i^3}{12\mu} \frac{dp_i}{dx} + \frac{L U h_i}{2}$$

avec :

$$\frac{dp_1}{dx} = \frac{P_m}{B_0} \quad \text{et} \quad \frac{dp_2}{dx} = \frac{-P_m}{B - B_0}$$

L'égalité des débits Q_1 et Q_2 permet d'écrire :

$$P_m = 6\mu U \frac{h_1 - h_2}{\frac{h_1^3}{B_0} + \frac{h_2^3}{B - B_0}}$$

soit encore

$$P_m = \frac{6\mu UB}{h_2^2} \frac{s(1-s)(a-1)}{a^3(1-s)+s}$$

en posant

$$a = h_1/h_2 \quad s = B_0/B$$

pour une largeur L , la charge s'écrit :

$$W = L \frac{B P_m}{2}$$

Les valeurs de a et s qui rendent la charge maximale sont :

$$a = 1,866 \quad ; \quad s = 0,718$$

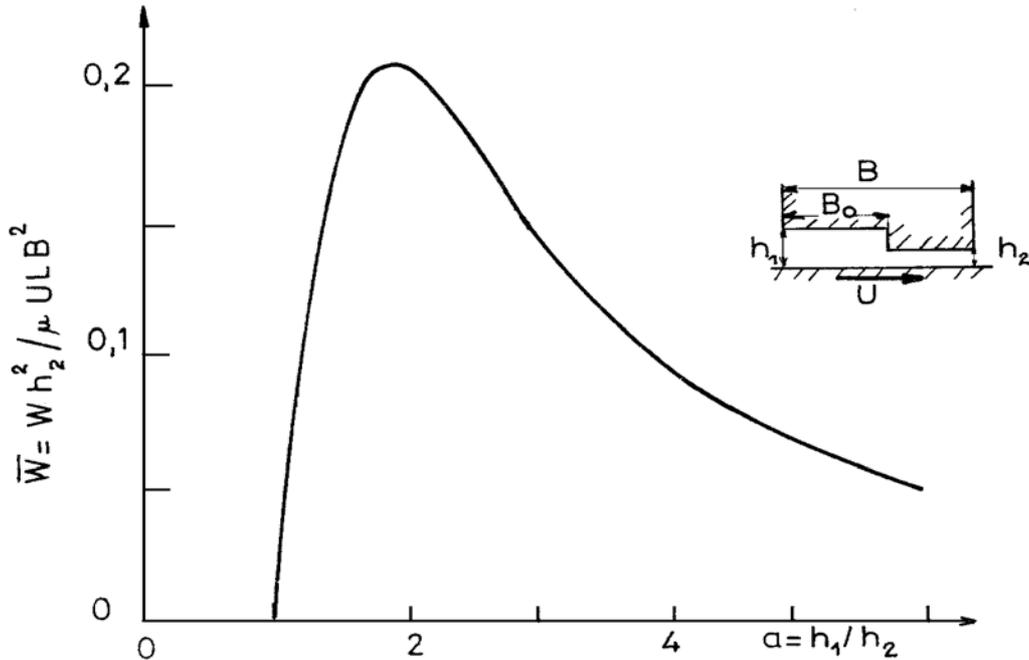


Fig. 6 : Variation de la charge sans dimension \bar{W} en fonction du rapport h_1/h_2 .

La figure 6 donne les variations de la charge sans dimension $\bar{W} = h_2^2 W / \mu U L B^2$ en fonction de a pour $s = 0,718$. On peut démontrer que pour un encombrement égal et pour les conditions optimales, la charge portante de ce système est la plus élevée possible. Cependant, les effets d'inertie dans le fluide, lorsqu'ils existent, ont tendance à diminuer la portance du patin échelon.

5 – APPLICATION

5.1 – PATIN A ECHELON

On considère un patin à échelon, ou patin de Rayleigh, semblable à celui schématisé sur la figure 4. La forme du contact et les conditions de fonctionnement sont telles que :

- Longueur totale : $B = 0,5 \text{ m}$
- Longueur de la zone d'entrée : $B_0 = 0,36 \text{ m}$
- Largeur $L = 1 \text{ m}$
- Epaisseurs du film : $h_1 = 0,2 \text{ mm}$; $h_2 = 0,1 \text{ mm}$
- Vitesse de translation : $U = 6 \text{ m/s}$
- Viscosité dynamique du lubrifiant : $\mu = 0,01 \text{ Pa.s}$

Si on néglige l'écoulement axial, les relations présentées dans le paragraphe 4 permettent de calculer les caractéristiques de fonctionnement :

- La pression maximale : $P_m = 1,226 \cdot 10^6 \text{ Pa}$
- La portance : $W = 306 \cdot 10^3 \text{ N}$
- Le débit : $Q = 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$.

La force de frottement est obtenue par intégration du taux de cisaillement :

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} (2y - h) \frac{dp}{dx} - \mu \frac{U}{h}$$

sur la surface inférieure : $y = 0$. On obtient :

$$F = -\int_0^L \int_0^B (\tau_{xy})_{y=0} dx dz = L \left\{ \frac{P_m}{2} (h_1 - h_2) + \mu U \left(\frac{B_0}{h_1} + \frac{B - B_0}{h_2} \right) \right\}$$

soit : $F = 61,3 + 192 = 253,3 \text{ N}$

La puissance dissipée par cisaillement est :

$$P = F.U = 1520 \text{ W}$$

et le coefficient de frottement :

$$f = \frac{F}{W} \approx 8,3 \cdot 10^{-4}$$

5.2 – POMPE A ACTION VISQUEUSE

On considère le patin à échelon défini précédemment en 5.1 mais on pratique au niveau de l'échelon une rainure transversale de façon à dériver une partie de l'écoulement (fig. 7). On crée ainsi une pompe capable de fournir un débit Q_0 sous la pression P_0 , si P_0 désigne la pression qui règne au niveau de la discontinuité.

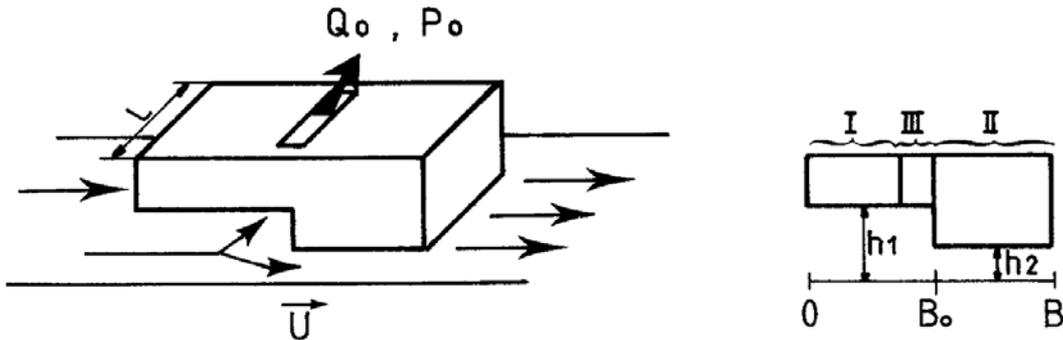


Fig. 7 : Pompe à action visqueuse

Calculons les caractéristiques (P_0, Q_0) de cette pompe en négligeant l'écoulement axial. On distingue 3 régions :

- la région d'entrée I où l'épaisseur du film est h_1 . Le débit est donné par :

$$Q_1 = L \left[-\frac{h_1^3}{12\mu} \frac{P_0}{B_0} + U \frac{h_1}{2} \right]$$

et la force de frottement :

$$F_I = L \left[\frac{h_1}{2} P_0 + \mu U \frac{B_0}{h_1} \right]$$

- la région centrale III où la pression est constante et égale à P_0 .
- la région de sortie II où l'épaisseur du film est h_2 . Le débit est donné par :

$$Q_{II} = L \left[\frac{h_2^3}{12\mu} \frac{P_0}{(B - B_0)} + U \frac{h_2}{2} \right]$$

et la force de frottement :

$$F_{II} = L \left[-\frac{h_2}{2} P_0 + \mu U \frac{(B - B_0)}{h_2} \right]$$

La conservation de la masse implique :

$$Q_I = Q_0 + Q_{II}$$

d'où :

$$Q_0 = L \left\{ -\frac{P_0}{12\mu} \left[\frac{h_1^3}{B_0} + \frac{h_2^3}{B - B_0} \right] + \frac{U}{2} [h_1 - h_2] \right\}$$

On remarque que le débit Q_0 est une fonction linéaire décroissante de la pression P_0 . Lorsque le débit Q_0 est nul, la pression P_0 est alors identique à la pression P_m calculée précédemment en 5.1. Lorsque la pression P_0 tend vers zéro le débit Q_0 tend vers la valeur limite Q_m :

$$Q_m = L \frac{U}{2} (h_1 - h_2)$$

Le point de fonctionnement de la pompe (P_0, Q_0) dépend des caractéristiques hydrauliques du mécanisme situé en aval de la rainure. Une telle pompe ne fournira jamais un débit important car la portance de l'écoulement, conditionnée par la pression P_0 , serait alors très réduite.

Considérons les mêmes données qu'en 5.1 et recherchons les caractéristiques de fonctionnement si le débit dérivé Q_0 est de $5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$. (31 / mn).

La pression : $P_0 \approx 1,02 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

la portance : $W \approx 260 \cdot 10^3 \text{ N}$

La puissance : $P \approx 1460 \text{ W}$

On note que la dérivation de fluide entraîne une perte de portance. Le « rendement » de cette pompe est :

$$\eta = \frac{P_0 Q_0}{P} = 0,035$$

C'est un rendement très faible, mais rappelons que l'objectif principal était la portance. Ce concept de pompe à action visqueuse est quelquefois utilisé pour créer une autocirculation du lubrifiant de la butée vers le circuit réfrigérant [3].

Le rendement peut être amélioré si la portance n'est plus le facteur prépondérant. Le tableau 1 donne les valeurs adimensionnées s et a qui conduisent, pour une pression P_0 donnée, à un rendement maximal. Ces valeurs sont obtenue pour les données suivantes :

$$B = 0,5\text{m} ; L = 1\text{m} ; U = 6\text{m/s} ; h_2 = 10^{-4}\text{m} ; \mu = 0,01\text{Pa.s} \quad \text{et} \quad s = \frac{B_0}{B} ; a = \frac{h_1}{h_2}$$

Le rendement croit lorsque la pression P_0 diminue, l'échelon est alors important et la région de faible jeu (h_2) réduite.

Tableau 1 – Evolution du rendement maximal

P_0 (M.Pa)	η_m	A	s	Q_0 (l/s)	Q_1 (l/s)	Q_{11} (l/s)
0,3	0,18	4,3	0,94	0,484	0,867	0,384
0,5	0,14	3,2	0,89	0,277	0,653	0,376
1	0,04	2,1	0,77	0,057	4,29	0,372

5.3 – JOINT ANNULAIRE A FUITE

Un arbre de rayon : $R_a = 20$ mm, animé d'une vitesse de rotation de 3000 tr/mn traverse un carter d'épaisseur : $L = 10$ mm et d'alésage de rayon : $R_c = 20,05$ mm. A l'intérieur du carter se trouve de l'eau à 20°C et à la pression : $P_i = 1$ MPa par rapport à la pression extérieure ($P_e = 0$). On suppose que les axes de l'arbre et de l'alésage sont confondus et que l'écoulement est isotherme. Le mécanisme est schématisé sur la figure 7.

On souhaite connaître le débit de fuite, le couple de frottement et la puissance dissipée. Pour l'eau, on retiendra une viscosité dynamique : $\mu = 10^{-3}$ Pa.s et une masse volumique : $\rho = 10^3$ kg/m³.

Le jeu radial $C = R_c - R_a = 0,05$ mm étant très petit devant les rayons ($C/R_a \approx 0,0025$) ; on peut négliger la courbure du film et développer les surfaces. Le problème se ramène à l'étude de l'écoulement entre deux surfaces planes parallèles distantes de C (fig. 9). Si la surface inférieure correspond à l'arbre, celle-ci est animée d'un mouvement de translation colinéaire à l'axe x , de vitesse $U = R_a \omega = 6,28$ m/s.

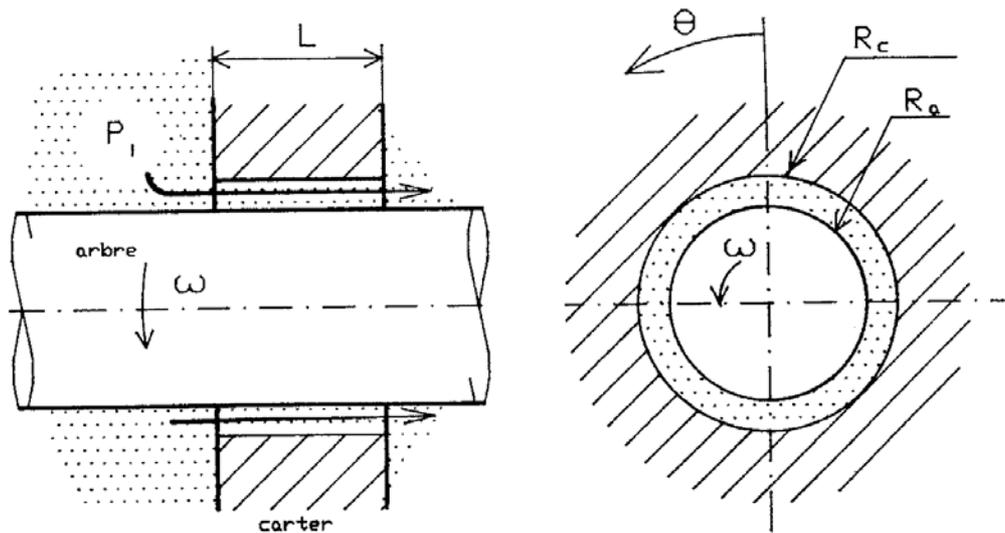


Fig. 8 : Schématisation d'un joint annulaire

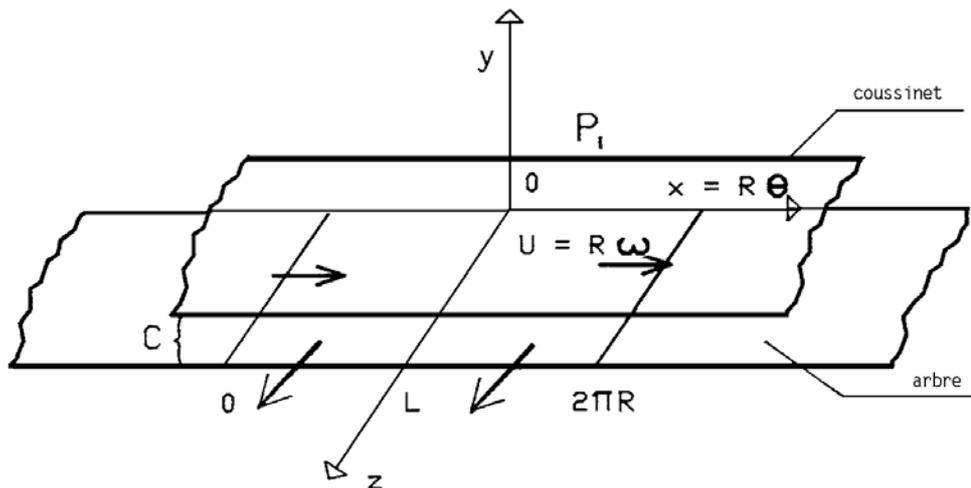


Fig. 9 : Joint développé

L'écoulement étant axisymétrique, les paramètres seront indépendants de la variable x (ou θ). Dans ces conditions l'équation de Reynolds se réduit à :

$$\frac{d^2 p}{dz^2} = 0$$

Le champ des vitesses s'écrit :

$$\begin{cases} u = \frac{C-y}{C} R_a \omega \\ w = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dz} y (y-C) \end{cases}$$

et la contrainte de cisaillement τ_{xy} à la surface de l'arbre :

$$(\tau_{xy})_{y=0} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = -\mu \frac{R_a \omega}{C}$$

Compte tenu des conditions aux limites sur la pression :

$$\begin{cases} p(z=0) = P_i \\ p(z=L) = 0 \end{cases}$$

il vient :

$$p(z) = P_i \left(1 - \frac{z}{L} \right)$$

Le débit de fuite axial est donné par :

$$Q_a = \int_0^C \int_0^{2\pi} w(z=L) R d\theta dy$$

soit :

$$Q_a = \frac{\pi R C^3 P_i}{6 \mu L} \approx 1,31 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 / \text{s}$$

Le couple de frottement est :

$$C_a = -\int_0^L \int_0^{2\pi} R_a \tau_{xy}(y=0) R_a d\theta dr$$

soit :

$$C_a = \frac{2\pi\mu R_a^3 L \omega}{C} \approx 3,16 \cdot 10^{-3} \text{ N.m.}$$

d'où la puissance dissipée par cisaillement :

$$P = C_a \omega \approx 1 \text{ W}$$

Remarques :

a) La configuration étudiée est identique à celle d'un palier lisse centré. Dans le chapitre 7, nous verrons que la position centrée est une position d'équilibre souvent instable.

b) L'effet d'accélération du fluide à l'entrée du joint est négligé. Cet effet, qui se traduit par une chute brusque de pression à l'entrée du joint, est appelé effet Lomakin [4]. Il joue un rôle important sur le comportement dynamique de l'arbre passant à travers le joint.

c) Les calculs précédents ne sont valables que si le régime d'écoulement est laminaire. Il faut donc s'assurer que les nombres de Reynolds caractéristiques de l'écoulement sont nettement inférieurs à 2000 :

- nombre de Reynolds de Couette \Re_c relatif à la rotation :

$$\Re_c = \frac{\rho R_a \omega C}{\mu} \approx 314$$

- nombre de Reynolds axial moyen \Re_a engendré par le gradient de pression :

$$\Re_a = \frac{\rho w_m C}{\mu} = \frac{\rho Q_a}{2\pi \mu R} \approx 1043$$

Dans les joints la turbulence est souvent due à l'écoulement axial engendré par le gradient de pression ; cet aspect est développé dans le chapitre 8.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] FRENE J. "Paliers hydrodynamiques" Techniques de l'Ingénieur B 671-1.
- [2] FUST A. et STARCEVIC M. "Palier à segments pour alternateurs à axe vertical de centrales hydro-électriques". Revue Brown Boveri 11-85, pp. 542-545.
- [3] FRENE J, NICOLAS D, DEGUEURCE B, BERTHE D et GODET M "La Lubrification Hydrodynamique Paliers et Butées", Collection de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France n°72. EYROLLES 1990.
- [4] Lomakin

CHAPITRE 5

PLANS INCLINES ET PALIERS DE BUTEES

Le système hydrodynamique le plus simple est le plan incliné, ou blochet, utilisé dans les paliers de butée. Il est constitué de deux surfaces planes non parallèles (fig. 1). La face inférieure horizontale, est animée d'une vitesse de translation U ; la face supérieure est inclinée d'un angle α très petit par rapport à l'horizontale. Par son mouvement de translation la plaque inférieure entraîne du lubrifiant dans l'espace convergent ; ceci produit un champ de pression qui permet de supporter une charge. Il faut préciser que dans le cas général les épaisseurs de film h_1 et h_2 sont très petites (de 0,005 à 0,1 mm) devant la longueur B du palier (de 10 à 500 mm). Ainsi la figure 1 n'a pas la même échelle selon x et selon y .

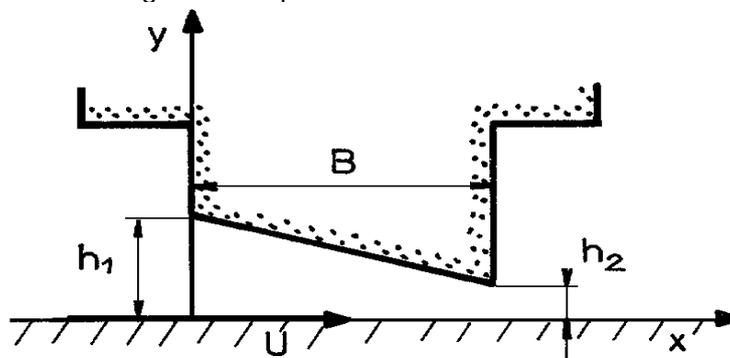


Fig. 1 : Schéma d'un blochet ou plan incliné

L'assemblage de blochets répartis uniformément sur une circonférence constitue un palier de butée. Ce type de mécanisme est très largement utilisé dans l'industrie. La figure 2 présente une butée expérimentale à six secteurs constitués d'un plan incliné et d'un plan parallèle à la surface de rotation cette butée n'admet qu'un seul sens de rotation. La figure 3 montre des butées à patins oscillants en cours de fabrication. Ces butées dont nous décrirons le principe de fonctionnement au paragraphe 4 sont utilisées sur des turbines hydrauliques.

1 - LE PLAN INCLINE DE GEOMETRIE FIXE

Dans un premier temps, on négligera les fuites axiales normales à la vitesse de translation U . Ceci conduit à étudier un problème plan. Cependant, afin de conserver un dimensionnement correct, tous les calculs seront présentés pour une largeur L de l'écoulement.

1.1 - LA PRESSION ET LA CHARGE

Soit l'écoulement entre 2 plaques planes non parallèles de largeur infinie suivant Oz . La plaque inférieure est animée d'un mouvement de translation uniforme de vitesse $U_1 = U$, la plaque supérieure est immobile et inclinée dans le plan xOy d'un angle constant α très petit (fig. 1).

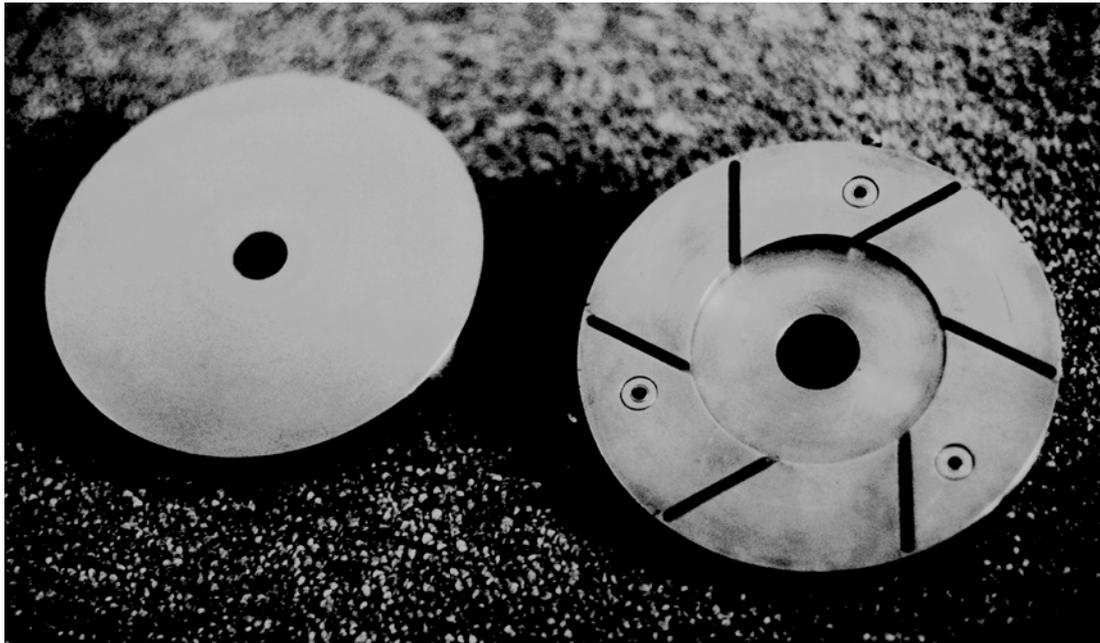


Fig. 2 : Butée Expérimentale (document Université de Poitiers)



Fig. 3 : Butées à patins oscillants (document Neyrpic)

L'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d}{dx} \left(h^3 \frac{dp}{dx} \right) = 6 \mu U \frac{dh}{dx}$$

soit

$$h^3 \frac{dp}{dx} = 6 \mu U h + Cste$$

$$\frac{dp}{dx} = 6 \mu U \frac{h - h^*}{h^3}$$

où h^* représente l'épaisseur du film au point d'abscisse x^* pour lequel le gradient de pression s'annule.

On peut caractériser l'épaisseur du film de différentes façons. Nous retiendrons l'expression :

$$h = h_2 + (B - x) \operatorname{tg} \alpha$$

où h_2 est l'épaisseur minimale du film, B sa longueur et $\operatorname{tg} \alpha = (h_1 - h_2)/B$ la pente du blochet. On utilisera aussi les paramètres sans dimension suivants :

$$X = x / B ; \quad a = h_1 / h_2 > 1 ; \quad \bar{h} = h / h_2 = 1 + (1 - X)(a - 1)$$

Pour intégrer l'équation de Reynolds, il est commode de l'écrire en fonction de h uniquement en posant :

$$dh = -dx \operatorname{tg} \alpha$$

Il vient, après intégration :

$$p = \frac{6 \mu U}{\operatorname{tg} \alpha} \left(\frac{1}{h} - \frac{h^*}{2h^2} + C_1 \right)$$

Si l'entrée et la sortie du film sont à pression atmosphérique et si celle-ci est prise comme référence ; les conditions aux limites sur la pression s'écrivent :

$$\begin{cases} p = 0 & \text{pour } x = 0 & \text{ou } h = h_1 \\ p = 0 & \text{pour } x = B & \text{ou } h = h_2 \end{cases}$$

Ces conditions permettent de calculer les 2 constantes h^* et C_1 ; il vient ainsi :

$$h^* = \frac{2 h_1 h_2}{h_1 + h_2} \quad \text{et} \quad C_1 = - \frac{1}{h_1 + h_2}$$

$$p = \frac{6 \mu U}{\operatorname{tg} \alpha} \left[\frac{1}{h} - \frac{h_1 h_2}{h^2 (h_1 + h_2)} - \frac{1}{h_1 + h_2} \right]$$

ce qui s'écrit encore :

$$p = \frac{6 \mu U B}{h_2^2 (a - 1)} \left[\frac{1}{\bar{h}} - \frac{a}{\bar{h}^2 (1 + a)} - \frac{1}{1 + a} \right]$$

La figure 4 présente les variations de la pression sans dimension $\bar{p} = h_2^2 p / \mu UB$ pour différents rapports $a = h_1 / h_2$. La valeur du maximum de pression est fonction du rapport a , son point d'application se déplace vers la sortie de l'écoulement lorsque a augmente. La pression maximale atteint sa plus grande valeur pour $a \approx 2,2$.

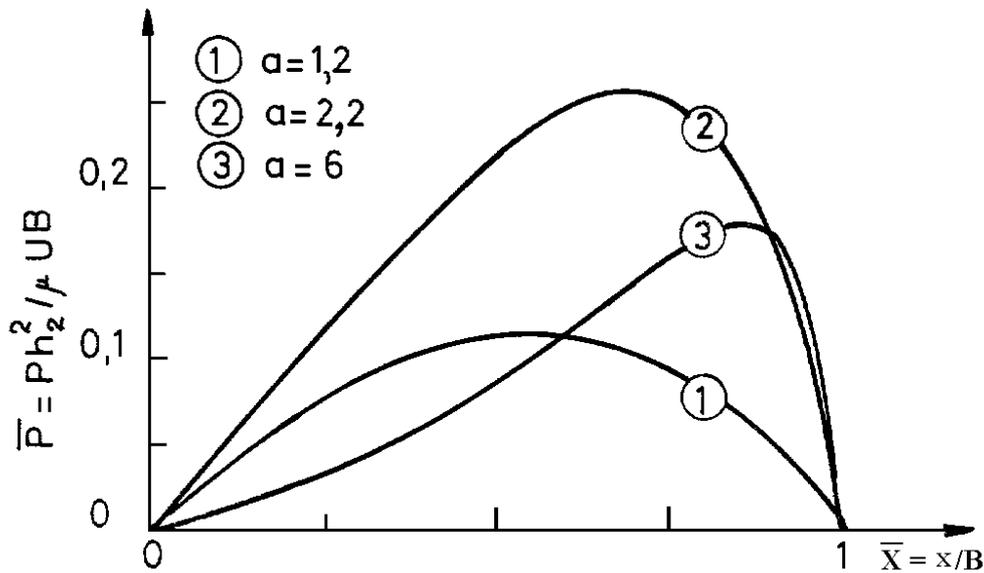


Fig. 4 : Courbes de variation de pression pour différents rapports $a = h_1 / h_2$

La charge est obtenue par intégration du champ de pression sur la face inférieure ; pour la largeur L il vient :

$$W = L \int_0^B p dx = \frac{-L}{\operatorname{tg} \alpha} \int_{h_1}^h p dh$$

d'où

$$W = \frac{6\mu UL}{\operatorname{tg}^2 a} \left[\ln \frac{h_1}{h_2} - 2 \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \right]$$

soit encore

$$W = \frac{6\mu ULB^2}{h_2^2 (a-1)^2} \left[\ln a - 2 \frac{a-1}{a+1} \right]$$

La figure 5 présente les variations de la charge sans dimension $\bar{W} = h_2^2 W / (\mu ULB^2)$ en fonction du rapport $a = h_1 / h_2$. Cette charge est nulle lorsque $a = 1$ (plaques parallèles), elle est maximale pour un rapport d'épaisseur entre l'entrée et la sortie voisin de 2,2. En effet $\partial W / \partial a = 0$ conduit à la relation :

$$\frac{1}{a} + \frac{4a}{(a+1)^2} - \frac{2 \ln a}{a-1} = 0$$

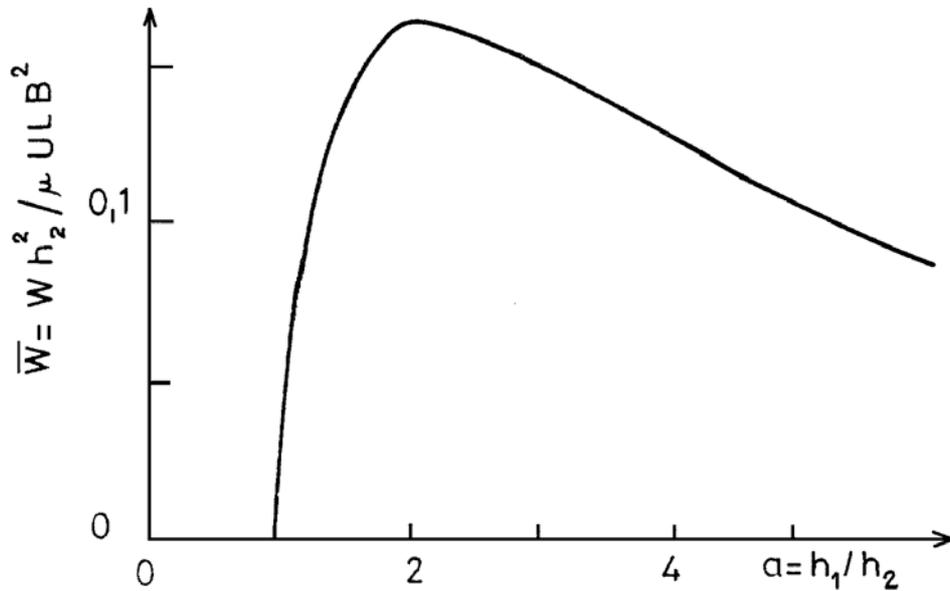


Fig. 5 : Variations de la charge sans dimension en fonction du rapport $a = h_1 / h_2$

1.2 - LA FORCE DE FROTTEMENT

La force de frottement F_m qui agit sur le plan mobile est obtenue par l'intégration des contraintes de cisaillement sur ce plan :

$$F_m = \int (\tau_{xy})_{y=0} ds$$

avec :

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} (2y - h) - \frac{\mu U}{h}$$

soit encore pour $y = 0$:

$$F_m = -L \int_0^B \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx - L \int_0^B \frac{\mu U}{h} dx$$

Dans le cas du blochet de largeur infinie examiné ici, le calcul de ces deux intégrales ne présente pas de difficulté. Cependant, une intégration par partie de la première de ces intégrales permet de faire apparaître des relations qui sont valables quelle que soit la forme de l'écoulement :

$$-L \int_0^B \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx = -L \left[\frac{h}{2} p \right]_0^B + L \int_0^B \frac{p}{2} \frac{\partial h}{\partial x} dx$$

Le premier terme ne dépend que des conditions aux limites ; il est nul dans le cas considéré ici. Le second terme s'exprime directement en fonction de la charge supportée par le contact, il vient :

$$L \int_0^B \frac{p}{2} \frac{\partial h}{\partial x} dx = -\frac{\text{tg} \alpha}{2} L \int_0^B p dx = -\frac{W \text{tg} \alpha}{2}$$

Ainsi la force de frottement s'exprime par :

$$F_m = -\frac{W \operatorname{tg} \alpha}{2} - L \int_0^B \frac{\mu U}{h} dx$$

soit encore :

$$F_m = -\frac{W \operatorname{tg} \alpha}{2} - \frac{\mu UL}{\operatorname{tg} \alpha} \ln \frac{h_1}{h_2}$$

En reportant dans cette expression la valeur de la charge W , il vient :

$$F_m = -\frac{\mu UL}{\operatorname{tg} \alpha} \left(4 \ln \frac{h_1}{h_2} - 6 \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \right)$$

soit encore :

$$F_m = -\frac{\mu UBL}{h_2(a-1)} \left(4 \ln a - 6 \frac{a-1}{a+1} \right)$$

Le signe moins indique que la direction de la force exercée par le fluide sur la paroi est de sens contraire à celui de la vitesse de cette paroi.

Le coefficient de frottement relatif à la surface mobile est donné par relation :

$$f_m = -\frac{(F_m)}{W} = \frac{h_2(a-1)}{6B} \frac{4 \ln a - 6 \frac{a-1}{a+1}}{\ln a - 2 \frac{a-1}{a+1}}$$

Le coefficient de frottement est peu utilisé en lubrification hydrodynamique, on lui préfère généralement le nombre de frottement $f = f_m B/h_2$.

La figure 6 donne les variations de la force de frottement sans dimension $\bar{F}_m = F_m h_2 / (\mu UBL)$ et du nombre de frottement f en fonction du rapport a . On remarque que le nombre de frottement passe par un minimum pour $a \approx 2,6$.

La puissance fournie pour maintenir la vitesse de translation U s'écrit :

$$P_1 = U |F_m|$$

1.3 - LE DÉBIT

Le débit est obtenu en intégrant le champ de vitesse à travers une section droite du film :

$$Q = L \int_0^h u dy$$

d'où :

$$Q = LU \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2}$$

soit encore :

$$Q = LU h_2 \frac{a}{1+a}$$

La courbe de variation du débit sans dimension $\bar{Q} = Q/(LU h_2)$ est donnée figure 6.

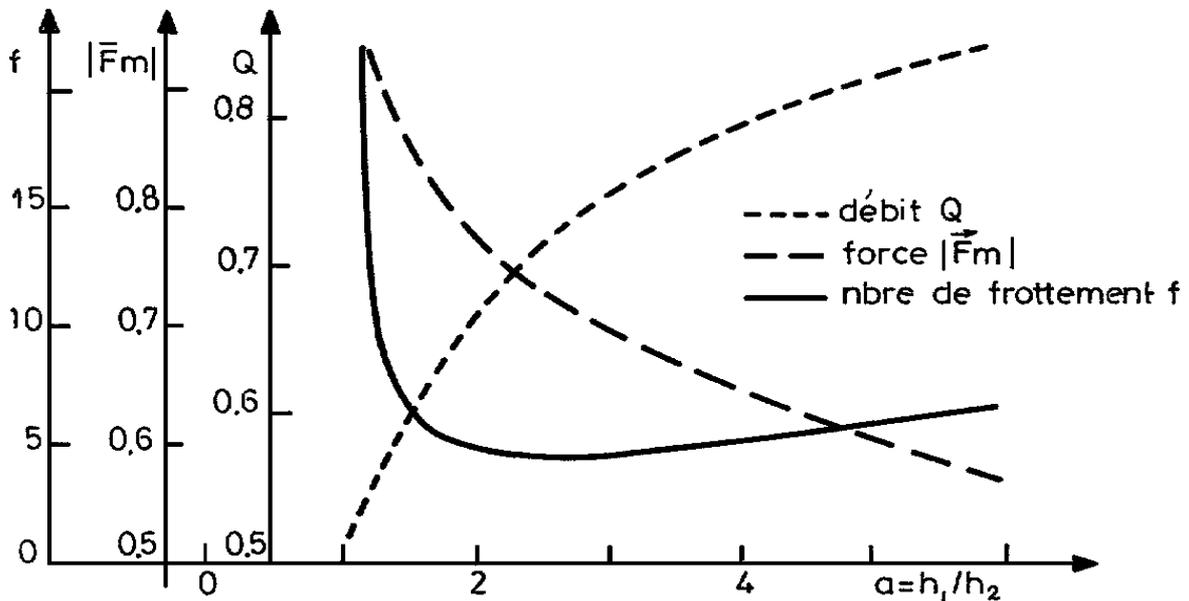


Fig. 6 : Variation de la force, du nombre de frottement et du débit en fonction du rapport h_1/h_2

1.4 - INFLUENCE DE LA FORME DES SURFACES

Le bon fonctionnement d'un patin incliné dépend de la quantité de lubrifiant entraînée dans le convergent. Ainsi toutes les géométries qui présentent un convergent peuvent être utilisées. L'étude analytique de différents types de profil montre que la forme du profil a peu d'influence sur la charge portante si les écarts de géométrie par rapport à une surface plane restent inférieurs à la moitié de l'épaisseur minimale du film et s'il n'existe pas de discontinuité (figure 7). En pratique, la partie inclinée se termine souvent par un méplat qui permet de réduire l'usure au démarrage [1].

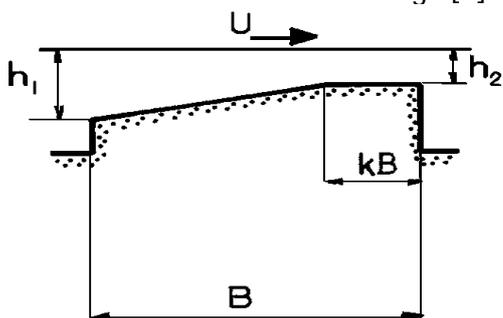


Fig. 7a : $k \approx 0.2$

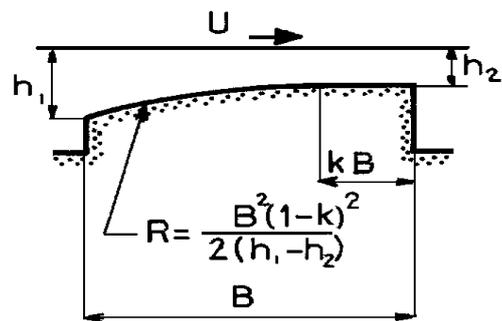


Fig. 7b : $k \approx 0.05$

Fig. 7 : Forme usuelle d'un blochet

Lorsque la vitesse peut changer de sens, il est nécessaire d'utiliser une combinaison d'au moins deux blochets (figure 8). Le bon fonctionnement de ce mécanisme dépend alors de la pression ambiante. Si celle-ci est trop élevée, il n'y a pas de rupture de film dans la partie divergent du contact et la charge admissible devient nulle.

Dans le cas où la pression ambiante est égale à la pression atmosphérique et pour les dimensions optimales présentées sur la figure 8, la capacité de charge est environ 40% (Fig. 9) et la force de frottement 80% de celles obtenues pour un patin formé d'un seul plan incliné de même surface.

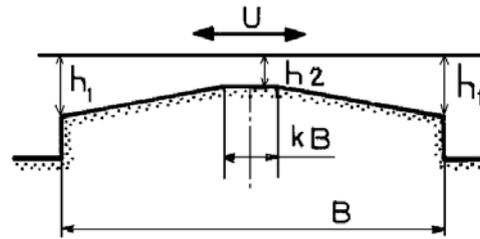


Fig. 8 : Blochet à 2 directions de mouvement $k \approx 0,2$

Dans ces différents cas l'épaisseur du film est donnée par les relations suivantes :

1.4.a - plan incliné suivi d'un plan parallèle (fig. 7a)

Pour $0 < x \leq (1 - k)B$, c'est-à-dire $0 < X \leq 1 - k$

$$h = h_2 + [(1 - k)B - x] \operatorname{tg} \alpha$$

avec

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h_1 - h_2}{(1 - k)B} \quad \text{et} \quad X = \frac{x}{B}$$

soit

$$\bar{h} = 1 + (1 - k - X) \frac{a - 1}{1 - k}$$

Pour $(1 - k)B \leq x < B$, c'est-à-dire $1 - k \leq X < 1$

$$h = h_2 \quad \text{soit} \quad \bar{h} = 1$$

1.4.b - Surface courbe suivie d'un plan parallèle (fig. 7b)

Pour $0 < x \leq (1 - k)B$, c'est-à-dire $0 < X \leq 1 - k$

$$h = h_2 + R - \sqrt{R^2 - [B(1 - k) - x]^2} \approx h_2 - \frac{[B(1 - k) - x]^2}{2R}$$

avec

$$R = \frac{B^2(1 - k)^2}{2(h_1 - h_2)} - \frac{h_1 - h_2}{2} \approx \frac{B^2(1 - k)^2}{2(h_1 - h_2)}$$

soit encore

$$h \approx h_2 - (h_1 - h_2) \left[1 - \frac{x}{B(1 - k)} \right]^2$$

En variables sans dimension, il vient :

$$\bar{R} = R/B = \frac{B}{h_2} \frac{(1 - k)^2}{2(a - 1)} + \frac{h_2}{B} \frac{a - 1}{2} \approx \frac{B}{h_2} \frac{(1 - k)^2}{2(a - 1)}$$

Avec :

$$\bar{h} \approx 1 + (a-1)\left(1 - \frac{X}{1-k}\right)^2$$

Pour $(1-k)B \leq x < B$, c'est-à-dire $(1-k) \leq X < 1$

$$h = h_2 \quad \text{soit} \quad \bar{h} = 1$$

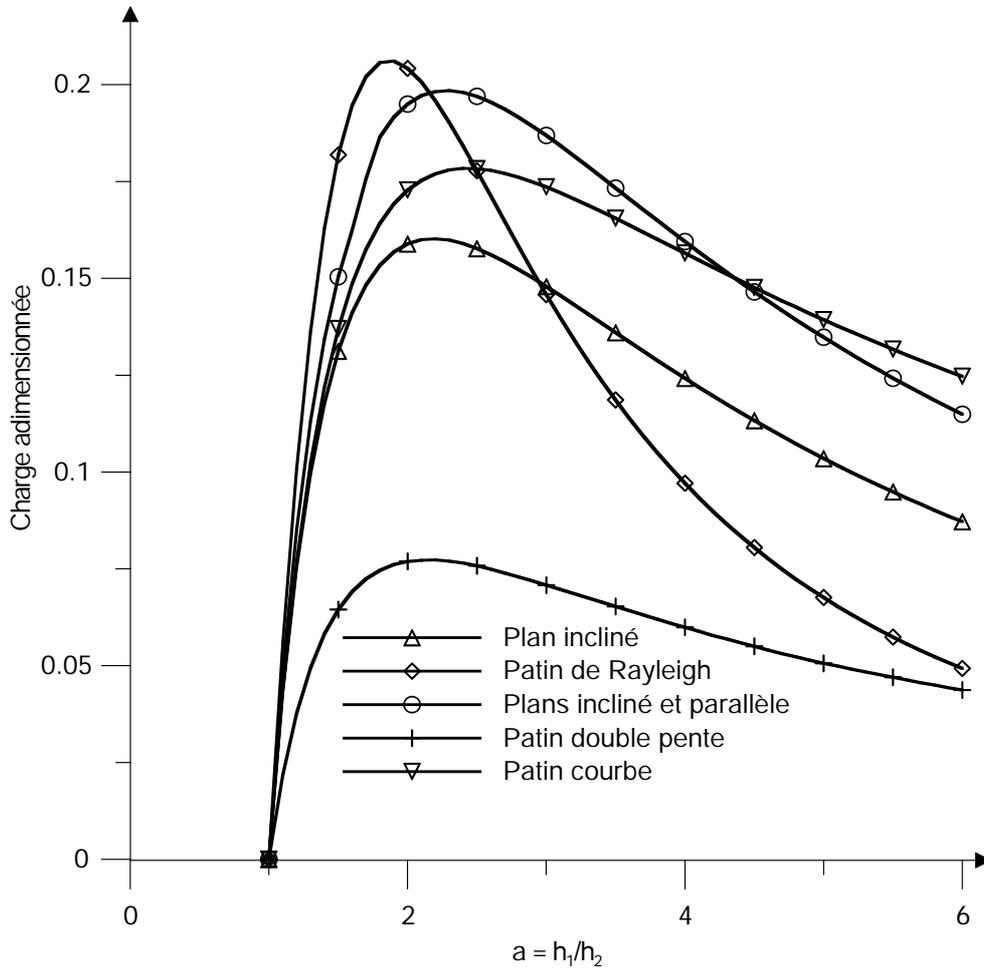


Fig. 9 : Charge portante pour différentes butées unidimensionnelles

1.4.c - Coin d'huile double effet à plans inclinés (Fig. 8)

Pour $0 < x \leq (1-k)B/2$, c'est-à-dire $0 < X \leq (1-k)/2$

$$h = h_2 + [(1-k)B/2 - x] \operatorname{tg} \alpha$$

avec

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2(h_1 - h_2)}{(1-k)B}$$

soit

$$\bar{h} = 1 + [(1-k)/2 - X] \frac{2(a-1)}{1-k}$$

Pour $(1-k)B/2 \leq x \leq (1+k)B/2$, c'est-à-dire $(1-k)/2 \leq X \leq (1+k)/2$

$$h = h_2 \quad \text{soit} \quad \bar{h} = 1$$

Pour $(1+k)B/2 \leq x \leq B$ c'est-à-dire $(1+k)/2 \leq X < 1$

$$h = h_2 + [(1+k)B/2 + x - B] \operatorname{tg} \alpha$$

soit

$$\bar{h} = 1 + \left[\frac{(1+k)}{2} + X - 1 \right] \frac{2(a-1)}{1-k}$$

La figure 9 présente, en fonction du rapport $a = h_1/h_2$, les courbes de variation de la charge adimensionnée $\bar{W} = Wh_2^2/\mu ULB^2$ pour les blochets de dimensions optimales et décrits précédemment. Le patin de Rayleigh, avec $S = 0,518$ donne la portance la plus élevée. Cependant le patin formé d'un plan incliné suivi d'un plan parallèle à la surface mobile (Fig. 7a), avec $k = 0,2$ et le patin courbe, avec $k = 0,05$ ont une capacité de charge importante sur une large gamme de variation de a .

2 - PATIN DE DIMENSION FINIE

Dans tout ce qui précède, nous avons supposé la largeur du blochet infinie ; ce n'est pas le cas en pratique car le rapport L/B est très souvent voisin de 1. Dans ces conditions, il existe un écoulement dans la direction perpendiculaire à la vitesse de la surface, ce qui entraîne une chute de pression dans le film ; toutes les caractéristiques calculées précédemment sont modifiées. L'équation de Reynolds s'écrit alors :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x}$$

L'équation de Reynolds n'a pas de solution analytique ; un certain nombre de solutions approchées ont été proposées mais elles nécessitent des calculs analytiques souvent fastidieux et ne permettent pas toujours de prendre en compte la rupture du film lubrifiant. Actuellement, ces calculs s'effectuent à l'aide de méthodes numériques (différences finies ou éléments finis).

La figure 10 donne deux répartitions de pression ; l'une correspond au blochet de largeur infinie, l'autre au blochet de dimension finie.

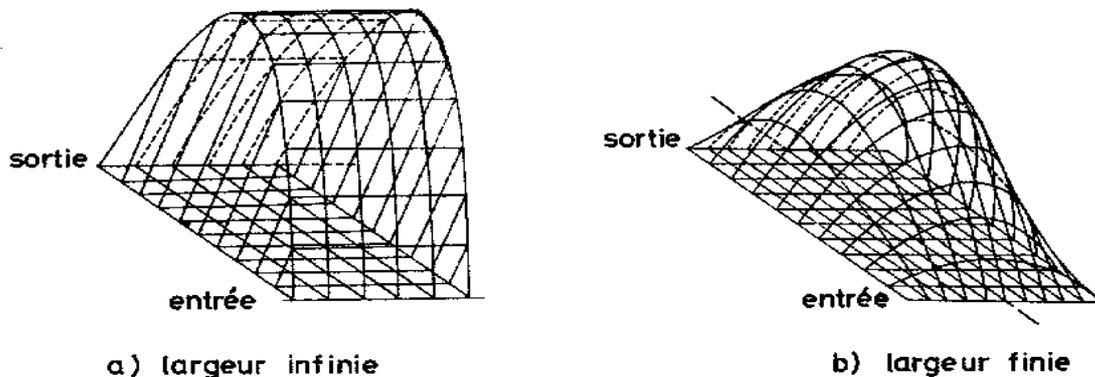


Fig. 10 : Répartition des pressions

Pour une largeur L et une longueur B données, la charge portante d'un blochet de dimension finie est inférieure à celle d'un blochet infiniment large. Cette charge peut être approchée par la relation [2] :

$$W = \frac{6\mu ULB^2}{h_2^2(a-1)^2} \left[\ln a - 2 \frac{a-1}{a+1} \right] \eta_w$$

où η_w est fonction du rapport L/B et de $a = h_1/h_2$. Les valeurs de η_w sont présentées dans le tableau 1 pour différentes valeurs du rapport L/B et de a.

TABLEAU 1 : valeurs du coefficient η_w

L/B \ a	—	—	1	2	4	∞
1,5	0,055	0,17	0,42	0,69	0,835	1
2	0,06	0,18	0,44	0,69	0,84	1
5	0,085	0,23	0,48	0,72	0,87	1

De même, le frottement de la butée peut être approché par la relation :

$$F_m = \frac{\mu ULB}{h_2} \left(\frac{4 \ln a}{a-1} - \frac{6}{a+1} \right) \eta_f$$

Les valeurs de η_f sont données dans le tableau 2 pour différentes valeurs des rapports L/B et $a = h_1/h_2$.

TABLEAU 2 : valeurs du coefficient η_f

L/B \ a	—	—	1	2	∞
1,5	0,96	0,97	0,98	0,99	1
2	0,90	0,92	0,94	0,97	1
3	0,69	0,74	0,83	0,95	1

3 - LA BUTEE A GEOMETRIE FIXE

3.1 - PRINCIPE

La figure 11 montre un palier de butée à géométrie fixe. Cette butée est constituée de plusieurs patins dont le nombre est généralement compris entre 6 et 20. Ces patins sont formés de plans inclinés qui dans certains cas, présentent une partie plane parallèle au grain mobile. Par ailleurs, les rainures situées entre les patins peuvent être inclinées de 10° à 20° dans le sens de rotation du grain mobile.

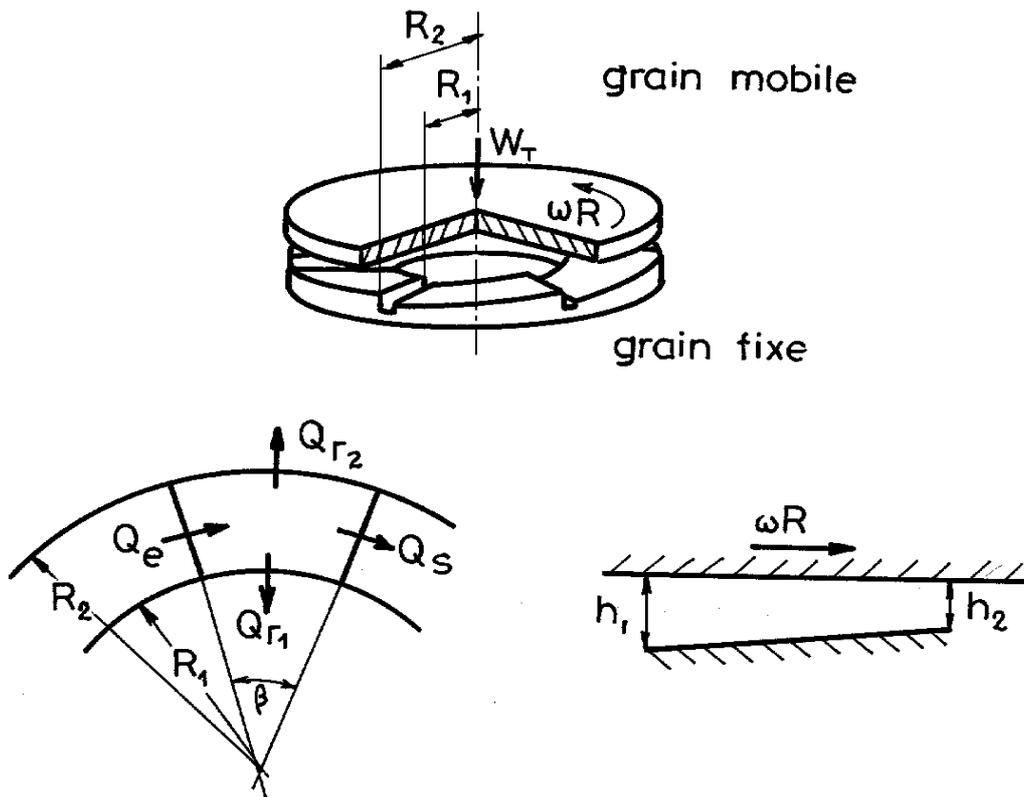


Fig. 11 : Schéma d'une butée

La charge, et si l'on néglige les pertes dans l'espace inter patin, le couple de frottement calculés pour un patin, sont multipliés par le nombre de patins pour obtenir les caractéristiques globales du mécanisme.

Le calcul du débit est différent car il faut tenir compte des conditions d'alimentation de la butée et du fluide qui sort d'un patin et sert à alimenter le suivant.

Les caractéristiques de fonctionnement d'une butée peuvent s'exprimer sous forme de variables sans dimension [3] qui dépendent de l'inclinaison du patin, représentée par le rapport $\delta = (h_1 - h_2)/h_2$, et des dimensions du patin, c'est à dire l'angle au centre β qui intercepte le patin et le rapport γ de la différence des rayons rapportée au rayon extérieur $\gamma = (R_2 - R_1)/R_2$ (fig. 11).

Dans le tableau 3 les paramètres représentés sont pour un patin :

- la charge sans dimension \bar{W}_p

$$\bar{W}_p = \frac{p_{\text{moy}}}{\mu N} \left(\frac{\delta h_2}{R_1 - R_2} \right)^2$$

- le couple sans dimension \bar{C}_p

$$\bar{C}_p = C_p \frac{\delta h_2}{\mu N R_2^4}$$

- le débit sans dimension qui se décompose en trois débits, le débit radial au rayon intérieur : \bar{Q}_{r1} , le débit radial au rayon extérieur : \bar{Q}_{r2} et le débit entrant \bar{Q}_e . Pour chacun de ces débits, le débit dimensionné s'exprime par :

$$Q = \bar{Q} \pi R_2 N (R_2 - R_1) \delta h_2$$

- la position sans dimension $\bar{\theta} = \frac{\theta}{\beta}$ et $\bar{r} = \frac{r - R_1}{R_2 - R_1}$ du point d'application de la résultante des pressions sur le patin.

Dans toutes ces relations N est la vitesse en tours/seconde, μ la viscosité, C le couple et p_{moy} la pression moyenne qui s'écrit :

$$p_{moy} = \frac{W_p}{S} = \frac{2W_p}{(R_2^2 - R_1^2) \beta}$$

où S est la surface d'un patin et W_p la charge par patin. Par ailleurs, pour ces calculs l'épaisseur du film est fonction du seul paramètre angulaire θ et est donnée par la relation :

$$h = h_2 (1 + \delta (1 - \theta/\beta))$$

3.2 - APPLICATION

A partir des valeurs numériques présentées dans le tableau 3, il est possible de calculer la portance, le couple et le débit d'une butée dont on connaît les dimensions, l'épaisseur du film à l'entrée et à la sortie, la vitesse de rotation et la viscosité du lubrifiant.

Soit une butée à patins fixes constituée de 6 patins d'amplitude angulaire $\beta = 55^\circ$. Les rayons intérieur R_1 et extérieur R_2 , sont respectivement $R_1 = 100$ mm et $R_2 = 200$ mm. La surface de chaque patin est inclinée de telle façon que, pour les conditions de fonctionnement, les épaisseurs maximale h_1 et minimale h_2 du film soient respectivement $h_1 = 60$ μm et $h_2 = 30$ μm . La vitesse de rotation de l'arbre est 3000 tr/mn et le lubrifiant utilisé a, dans les conditions de fonctionnement, une viscosité dynamique $\mu = 0,020$ Pa.s. Par ailleurs, l'alimentation de la butée s'effectue au rayon intérieur et on suppose que le débit de fuite au bout de la rainure est négligeable. Dans ces conditions, il vient :

$$\gamma = \frac{R_2 - R_1}{R_2} = 0,5$$

$$\delta = \frac{h_1 - h_2}{h_2} = 1$$

On lit sur le tableau 3 :

$$\bar{W}_p = 0,669$$

$$\bar{C}_p = 0,98$$

$$\bar{\varphi}_{r2} = 0,36$$

TABLEAU 3 : Caractéristiques des butées à patins fixes d'après [3]

$\gamma = \frac{R_2 - R_1}{R_2}$	δ	β	\bar{W}_P	\bar{C}_P	\bar{Q}_{r1}	\bar{Q}_{r2}	\bar{Q}_e	$\bar{\theta}$	\bar{r}
1/3	1	80	0,703	1,22	0,34	0,46	0,87	0,64	0,37
		55	0,9025	0,842	0,32	0,44	0,84	0,625	0,45
		40	1,06	0,63	0,28	0,395	0,81	0,61	0,49
		30	1,15	0,475	0,235	0,35	0,75	0,605	0,51
	2	80	3,11	1,97	0,35	0,47	0,87	0,71	0,37
		55	3,89	1,35	0,32	0,44	0,84	0,69	0,47
		40	4,44	1,0	0,28	0,40	0,79	0,67	0,50
		30	4,74	0,785	0,24	0,36	0,74	0,66	0,51
	4	80	11,7	2,98	0,35	0,47	0,87	0,78	0,41
		55	14,0	2,12	0,32	0,44	0,83	0,76	0,45
		40	15,3	1,62	0,29	0,41	0,78	0,74	0,505
		30	15,75	1,27	0,245	0,36	0,70	0,73	0,52
	8	80	36,0	4,26	0,36	0,48	0,85	0,83	0,465
		55	40,5	3,12	0,33	0,45	0,81	0,815	0,50
		40	42,0	2,43	0,29	0,41	0,75	0,795	0,51
		30	41,3	1,96	0,25	0,37	0,67	0,78	0,565
1/2	1	80	0,581	1,45	0,23	0,405	0,75	0,62	0,48
		55	0,669	0,98	0,19	0,36	0,69	0,61	0,51
		40	0,697	0,735	0,145	0,31	0,61	0,60	0,53
		30	0,672	0,565	0,11	0,26	0,57	0,59	0,55
	2	80	2,49	2,36	0,23	0,41	0,74	0,685	0,46
		55	2,79	1,67	0,19	0,33	0,61	0,67	0,52
		40	2,84	1,25	0,15	0,31	0,60	0,655	0,53
		30	2,70	0,96	0,11	0,26	0,53	0,65	0,55
	4	80	8,79	3,66	0,24	0,42	0,72	0,755	0,48
		55	9,42	2,65	0,20	0,27	0,65	0,735	0,52
		40	9,26	2,03	0,15	0,32	0,56	0,72	0,54
		30	9,07	1,59	0,11	0,27	0,49	0,71	0,56
	8	80	24,9	5,40	0,25	0,42	0,70	0,81	0,50
		55	25,1	4,03	0,20	0,28	0,62	0,78	0,53
		40	23,6	3,15	0,16	0,32	0,53	0,77	0,55
		30	21,3	2,51	0,11	0,27	0,44	0,765	0,57
2/3	1	80	0,446	1,53	0,12	0,35	0,60	0,61	0,50
		55	0,458	1,06	0,082	0,295	0,53	0,60	0,55
		40	0,431	0,785	0,052	0,245	0,48	0,59	0,58
		30	0,386	0,60	0,033	0,200	0,44	0,585	0,61
	2	80	1,859	2,54	0,13	0,35	0,58	0,67	0,51
		55	1,86	1,80	0,084	0,30	0,51	0,66	0,56
		40	1,73	1,35	0,0535	0,25	0,45	0,65	0,59
		30	1,53	1,04	0,034	0,20	0,40	0,645	0,61
	4	80	6,26	4,00	0,13	0,36	0,56	0,735	0,53
		55	6,04	2,90	0,087	0,30	0,46	0,72	0,57
		40	5,49	2,22	0,055	0,25	0,40	0,71	0,60
		30	4,80	1,73	0,035	0,21	0,36	0,705	0,62
	8	80	16,7	6,04	0,14	0,365	0,53	0,79	0,55
		55	15,4	4,49	0,09	0,31	0,44	0,78	0,58
		40	13,6	3,47	0,056	0,25	0,35	0,765	0,61
		30	11,6	2,74	0,036	0,21	0,29	0,76	0,63

De ces valeurs, on déduit :

- la charge totale :

$$W = 6 \bar{W}_p \mu N \left(\frac{R_2 - R_1}{\delta h_2} \right)^2 \frac{R_2^2 - R_1^2}{2} \beta = 642\,000 \text{ N}$$

- le couple total :

$$C = 6 \bar{C}_p \frac{\dot{\mu} N R_2^4}{\ddot{a} h_2} = 314 \text{ m.N}$$

- le débit :

$$Q_T = 6 \bar{Q}_{r_2} \pi R_2 N (R_2 - R_1) \delta h_2 = 0,204 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s.}$$

- la puissance dissipée :

$$P = C_{-} = 98,6 \text{ kW}$$

Ces valeurs sont élevées mais elles correspondent à une butée de grandes dimensions.

Dans le cas où la charge est donnée, l'épaisseur du film est l'inconnue à déterminer, le calcul n'est plus direct. Il faut se fixer a priori, la différence de hauteur $\delta h_2 = h_2 - h_1$, calculer la charge sans dimensions \bar{W} et vérifier que le rapport δ garde une valeur admissible ; la valeur optimale étant comprise entre 1 et 2.

4 - LA BUTEE A PATINS OSCILLANTS

4.1 - CAS BIDIMENSIONNEL

La figure 12 présente de façon schématique un patin plan articulé. G désigne son centre d'inertie, de coordonnées x_G et y_G et P le centre de la rotule, de coordonnées x_P et y_P .

En régime établi, le torseur des actions extérieures qui agissent sur le patin est nul. On a les relations suivantes :

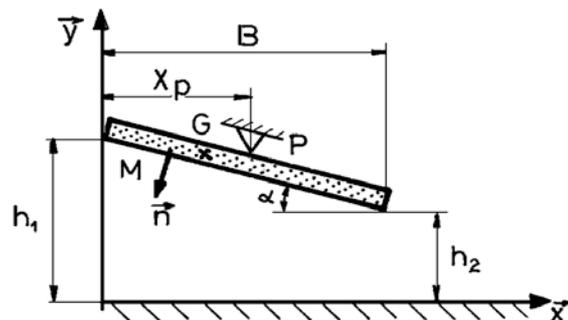


Fig. 12 : Schéma d'un patin oscillant

$$\vec{R} + \int_{S_2} \vec{T}(M_1, \vec{n}_2) ds - mg\vec{y} = 0$$

$$\int \vec{PM} \wedge \vec{T}(M_1, \vec{n}_2) ds - \vec{PG} \wedge mg\vec{y} = 0$$

où $\vec{T}(M_1, \vec{n}_2)$ représente le vecteur contrainte sur la surface des patins et \vec{R} l'action de la rotule P sur le patin ; on suppose la rotule parfaite. La première relation vectorielle permet le calcul de \vec{R} tandis que la seconde permet de déterminer la position d'équilibre du patin. Développons cette deuxième équation vectorielle ; elle peut s'écrire :

$$L \int_0^B \left\{ \left[(x - x_p) - (y - y_p) \operatorname{tg} \alpha \right] p - \mu \left[(x - x_p) \operatorname{tg} \alpha - (y - y_p) \right] \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=h} \right\} dx - (x_G - x_p) mg = 0$$

avec :

$$y = h = h_1 - x \operatorname{tg} \alpha \quad \text{et} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{h_1 - h_2}{B} \ll 1$$

et

$$\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=h} = \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\mu U}{h}$$

Comme l'inclinaison α du patin reste toujours très faible, on a :

$$y_p = h_1 - x_p \operatorname{tg} \alpha + e$$

où e désigne l'épaisseur du patin au droit de la rotule. En utilisant les variables adimensionnées suivantes :

$$H = h / B ; \quad a = h_1 / h_2 ; \quad X_p = x_p / B ; \quad X_G = x_G / B = 0,5 ; \quad P = \rho h_2^2 / \mu U B$$

et en négligeant les termes du second ordre en α , la relation intégrale précédente se réduit à :

$$\int_0^1 P(X - X_p) dX + \frac{eh_2}{B^2} \int_0^1 \left[\left(\frac{a-1}{2} \right) P + \frac{1}{H} \right] dX - \frac{mgh_2^2}{\mu U L B^2} (0,5 - X_p) = 0$$

Examinons l'ordre de grandeur des deux groupements de termes qui interviennent dans cette expression.

Le terme en eh_2 / B^2 peut s'écrire :

$$\bar{e} = \frac{e}{B} \cdot \frac{h_2}{B}$$

c'est-à-dire le produit d'un terme toujours inférieur à 1 (e / B) par un coefficient de l'ordre de $0,001 \sim (h_2 / B)$; ainsi pour une application donnée, on a : $10^{-4} < \frac{eh_2}{B^2} < 10^{-3}$, c'est-à-dire un infiniment petit d'ordre 1 que l'on ne peut pas a priori négliger.

Le second coefficient représente le rapport entre le poids du patin et la charge que celui-ci doit supporter. En pratique son domaine de variation est très important ; sa valeur minimale correspond à un patin de faible masse et une charge importante, et inversement pour sa valeur maximale. Si l'on considère un patin en acier dont les dimensions et les conditions de fonctionnement sont telles que :

$$L = B = 0,2 \text{ m} ; \quad e = 0,08 \text{ m} ; \quad U = 30 \text{ m/s} ; \quad \mu = 0,01 \text{ Pas} ; \quad h_2 = 0,2 \text{ mm.}$$

il vient :

$$\frac{mgh_2^2}{\mu U L B^2} \sim 4 \cdot 10^{-3}$$

c'est-à-dire une valeur a priori non négligeable. Remarquons que la masse du patin fait, bien évidemment, intervenir l'épaisseur e du patin. Ainsi la condition d'équilibre peut se mettre sous la forme :

$$\frac{2a(2+a)\ln a + 1 + 4a - 5a^2}{2(a^2 - 1)} + \bar{e} \left[\frac{2+a}{6} \ln a - \frac{a-1}{a+1} - \frac{\bar{m}}{12} (a-1)^2 \right] - X_p \left[\ln a + \frac{2(1-a)}{1+a} - \frac{eh_2}{6B^2} \bar{m} (a-1)^2 \right] = 0$$

avec $\bar{m} = \rho g \frac{h_2 B}{\mu U}$ ($\bar{e} \sim 0,0004$ et $\bar{m} \sim 10,13$ dans l'exemple cité précédemment). De cette relation, on tire directement X_p en fonction de a ; les valeurs possibles pour a étant celles qui engendrent un film convergent, c'est-à-dire $a > 1$.

Les courbes de la figure 13 montrent l'évolution de X_p en fonction de a pour différentes valeurs des paramètres \bar{m} et \bar{e} et pour deux utilisations possibles du patin. Pour chaque ensemble de courbes on a tracé le cas où les effets de la masse et de l'épaisseur du patin sont négligés ($\bar{m} = \bar{e} = 0$).

On remarque que :

a) si \bar{m} est inférieure à 10, la prise en compte de l'épaisseur du patin a un effet négligeable excepté pour les très faibles inclinaisons ($a \sim 1$).

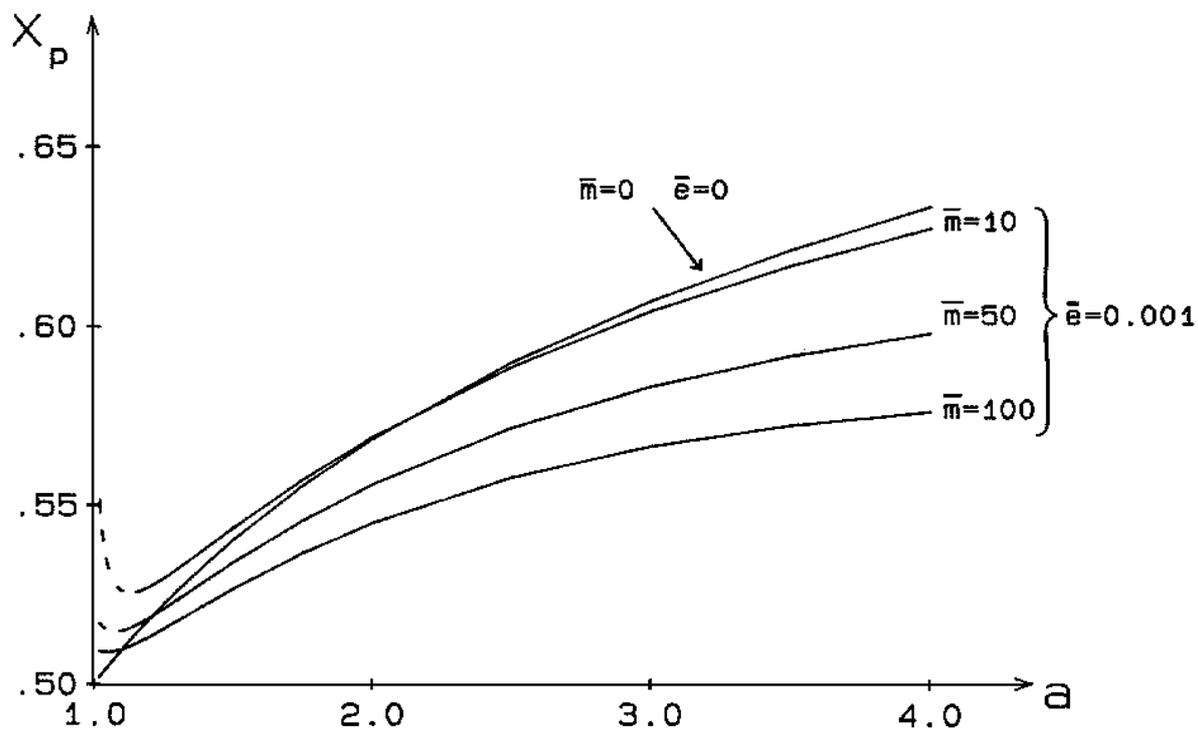
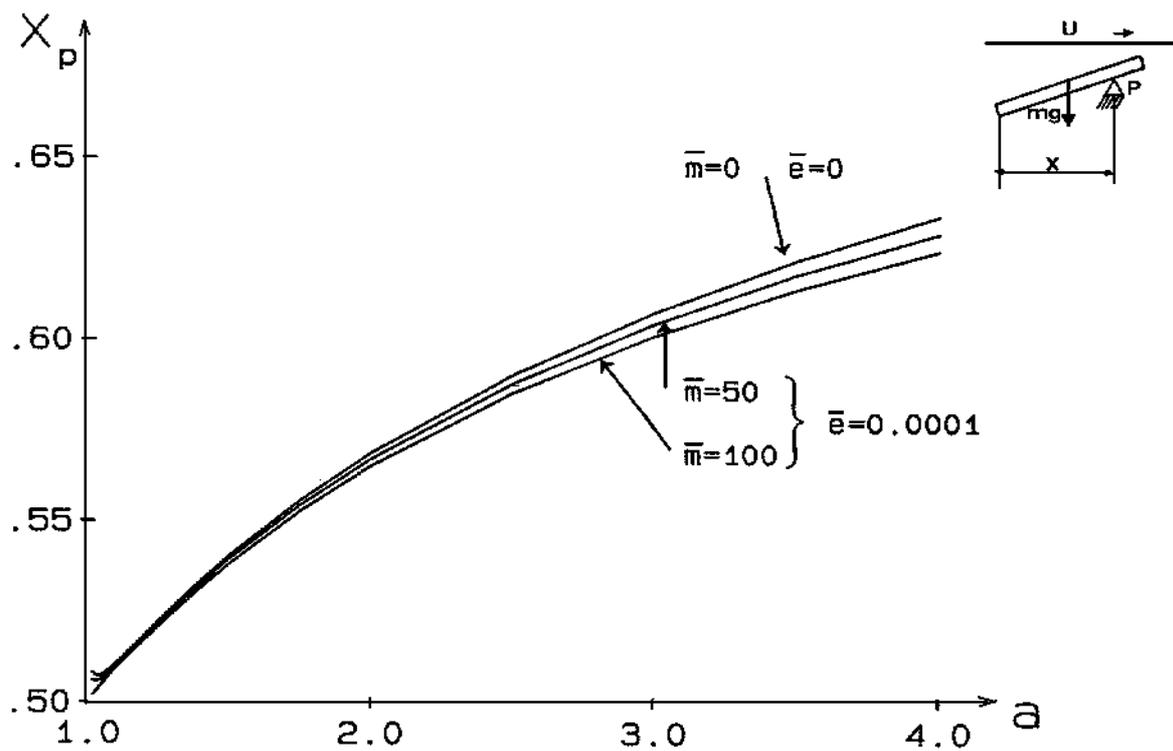
b) lorsque l'inclinaison du patin tend vers zéro on obtient parfois une solution double : à une position donnée du pivot correspond deux inclinaisons différentes. L'étude de la stabilité de l'équilibre montre qu'une dérivée négative de la courbe $X_p(a)$ correspond à une position d'équilibre instable (courbes en trait interrompu). Ainsi un patin peu chargé, suspendu à un pivot, peut ne pas avoir de position d'équilibre même si le pivot est décalé vers la sortie du contact : c'est le phénomène connu sous les noms de « spraying » et « pad flutter ». Dans une butée, et surtout un palier à patins oscillants, il est donc nécessaire que tous les patins soient chargés.

c) un patin articulé ne peut supporter une charge que si le pivot est déporté vers la sortie. A une position de pivot convenablement choisie correspond une seule position d'équilibre stable. Ainsi, si la position du pivot a été choisie afin de rendre la portance maximale ($a \sim 2,2$), cette condition restera vérifiée quelle que soit la charge appliquée, ceci n'est pas vérifié pour les patins fixes.

d) ce type de patin oscillant n'est utilisé que lorsque le mouvement du grain mobile s'effectue toujours dans le même sens. Dans le cas contraire, il est impératif que le pivot soit situé au centre du patin ce qui théoriquement pour un patin plan entraîne une impossibilité de fonctionnement.

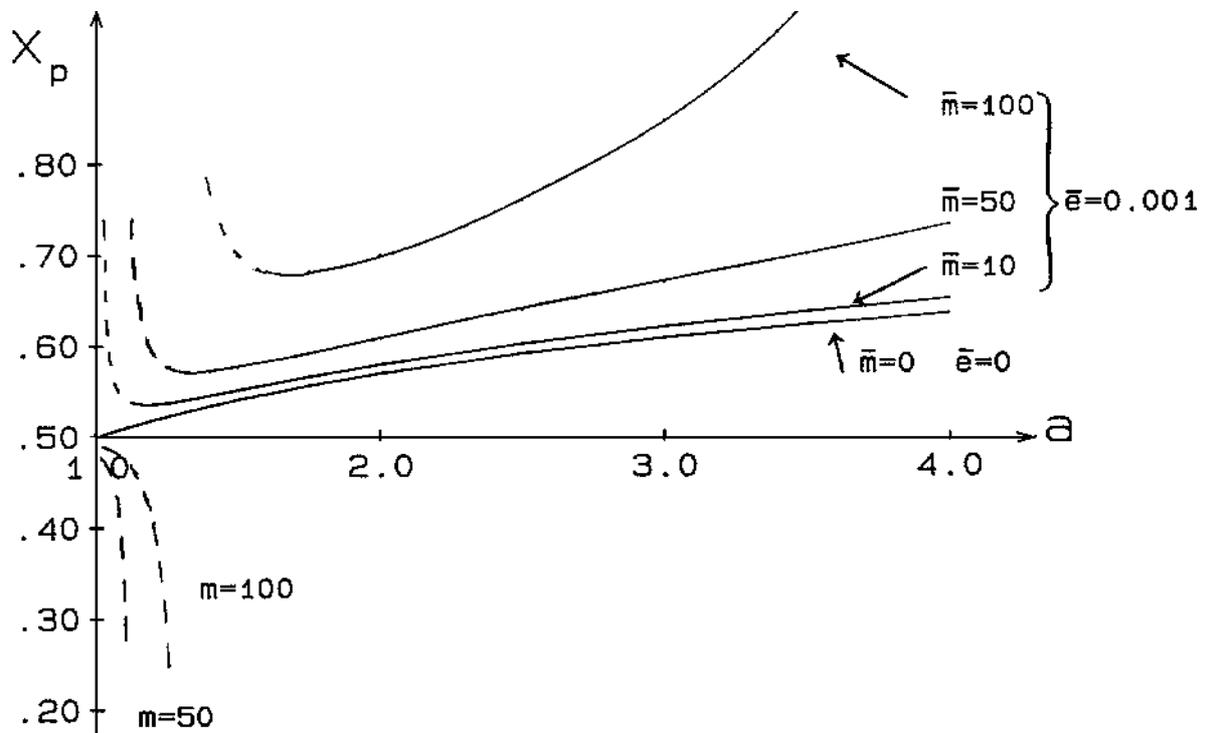
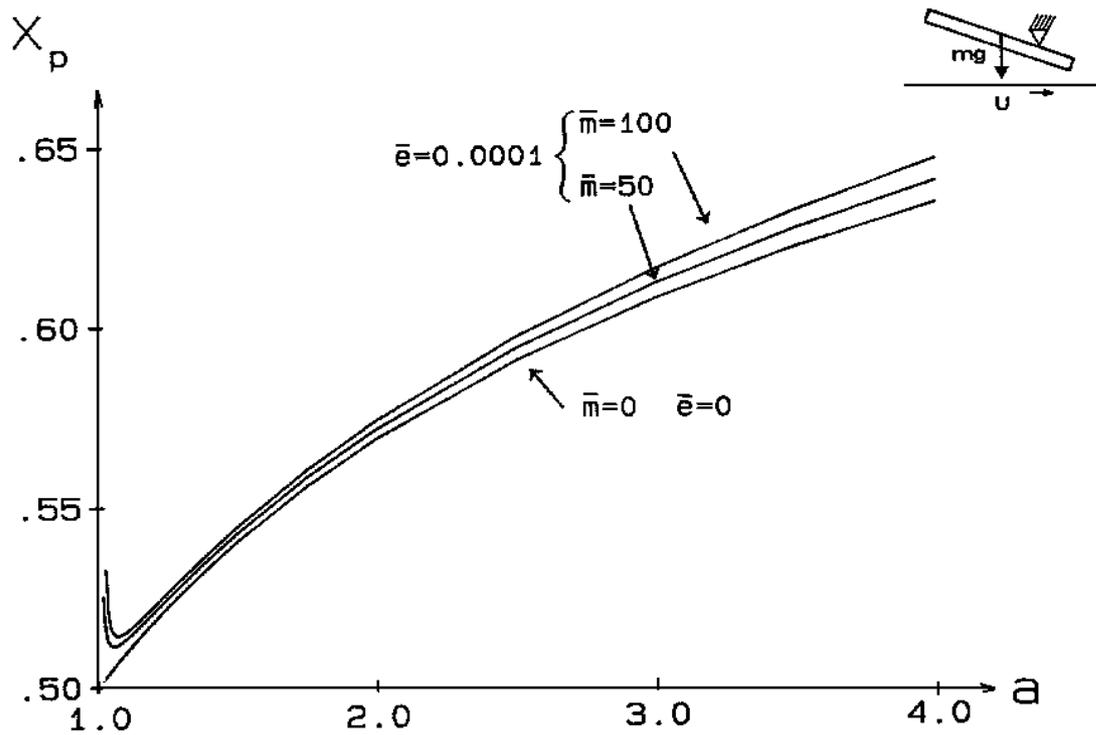
e) dans le cas où l'on néglige l'épaisseur et la masse du patin oscillant, la position du pivot est donnée par :

$$X_p = \frac{2a(2+a)\ln a + 1 + 4a - 5a^2}{2(a^2 - 1)\ln a - 4(a-1)^2}$$



a) Patin en appui

Fig. 13a : Position du pivot en fonction de l'inclinaison du patin



b) Patin suspendu

Fig. 13b : Position du pivot en fonction de l'inclinaison du patin

Ainsi pour la valeur optimale de $a = 2,2$ on obtient $X_p \approx 0,58$ soit $x_p \approx 0,58 B$. En effet $\partial W / \partial a = 0$ conduit à la relation :

$$\frac{1}{a} + \frac{4a}{(a+1)^2} - \frac{2 \ln a}{a-1} = 0$$

Expérimentalement, il existe souvent une charge due à la dilatation thermique différentielle et à la courbure des surfaces. Ainsi, les patins oscillants dont le sens de mouvement peut être quelconque présentent une courbure. La figure 14 compare un patin plan défini pour une portance optimale [4] à un patin courbe de même portance.

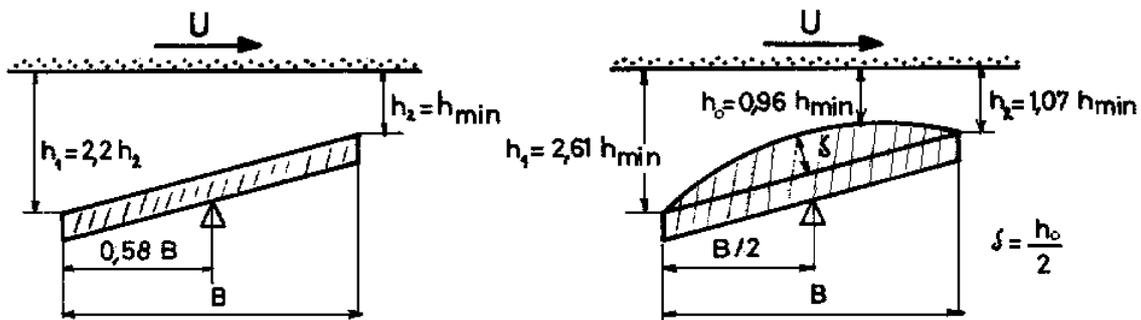


Fig. 14 : Comparaison entre un blochet plan et un blochet courbe [4]

4.2 - BUTÉE À PATINS OSCILLANTS DE DIMENSIONS FINIES

Les résultats présentés pour le patin de largeur infinie ne permettent pas de calculer avec précision les caractéristiques d'une butée réelle (fig.15). Il n'existe pas de solution analytique et seules les méthodes numériques permettent le calcul de ces mécanismes. Le tableau 3 présenté pour des patins plans fixes, donne aussi le centre de pression, c'est-à-dire le point où doit être situé le pivot pour que les patins soient en équilibre (hypothèse $M = 0$). Ainsi à partir de ce tableau, pour une position du pivot donnée, il est possible de calculer de façon approchée les caractéristiques d'une butée de dimensions connues. On trouvera par ailleurs dans [1, 4, 5] des graphes et des recommandations qui permettent de réaliser rapidement une approche du problème.

4.5 - EFFET THERMIQUE GLOBAL

La théorie isotherme de la lubrification a été utilisée pour déterminer les caractéristiques des butées présentées précédemment. Cependant, dans tous les mécanismes l'énergie dissipée par le cisaillement du fluide conduit à un échauffement et donc à une diminution de la viscosité du lubrifiant et de la portance. Par ailleurs, l'échauffement des surfaces du contact et plus particulièrement celui du grain fixe peut entraîner la fusion du régule très souvent déposé sur cette surface ce qui conduit à la destruction de la butée.

Deux approches ont été proposées pour tenir compte de l'effet thermique en lubrification. La première consiste à évaluer, à partir de la théorie isotherme, l'énergie dissipée dans le film, ce qui permet de calculer une température moyenne de fonctionnement ; c'est la méthode communément utilisée pour le calcul des caractéristiques d'un mécanisme. La seconde consiste à résoudre simultanément dans le film l'équation de l'énergie et l'équation de Reynolds généralisée qui permet de tenir compte de la variation de viscosité à travers l'épaisseur du film. Il faut également tenir compte des transferts de chaleur dans les matériaux ainsi que des conditions aux limites qui dépendent de l'implantation du palier dans la

machine. Cette seconde approche qui n'a pas encore de solution générale est présentée dans l'ouvrage []. Nous ne décrivons donc dans ce chapitre que la première approche [6].

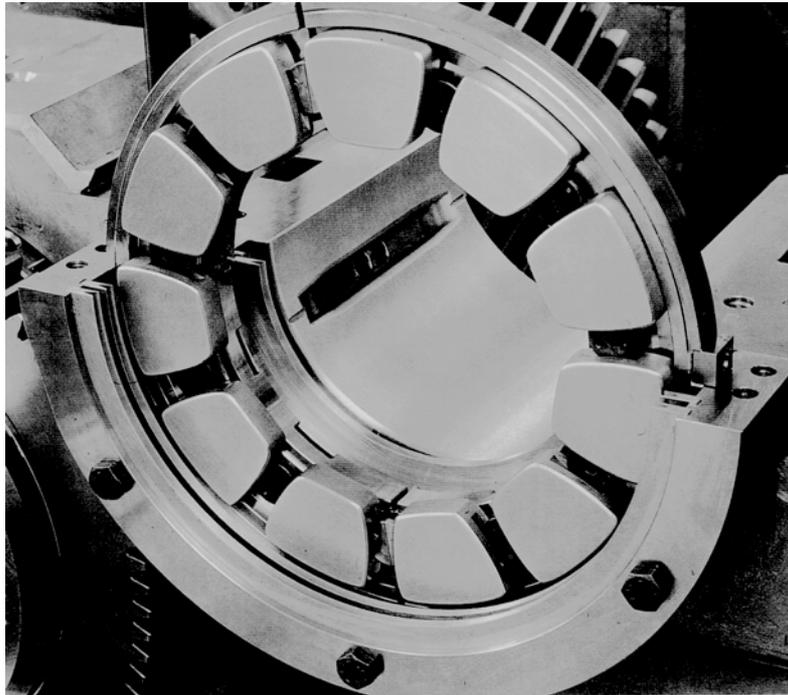


Fig. 15 : Butée à patins oscillants utilisée sur un réducteur

Le couple résistant C_p permet de déterminer la puissance dissipée pour un patin de la butée et, si l'on suppose que toute cette puissance est évacuée par le lubrifiant, de calculer l'élévation moyenne Δt de température du fluide. Pour cela, il faut tenir compte des conditions d'alimentation de la butée, de la recirculation du fluide qui sort d'un patin pour se mélanger au fluide frais à l'entrée et du débit de fuite par les rainures. La figure 16 présente les notations utilisées pour les différents débits et températures du fluide dans le cas où l'alimentation est effectuée soit par l'intérieur (fig. 16a) soit par l'extérieur de la butée (fig. 16b) soit par le centre de la rainure (fig. 16c). On notera respectivement Q_e et Q_s les débits à l'entrée et à la sortie du patin, Q_{r1} et Q_{r2} , respectivement les débits radiaux aux rayons intérieur et extérieur et Q_{f1} et Q_{f2} , respectivement les débits de fuite dans les goujures aux rayons intérieur et extérieur.

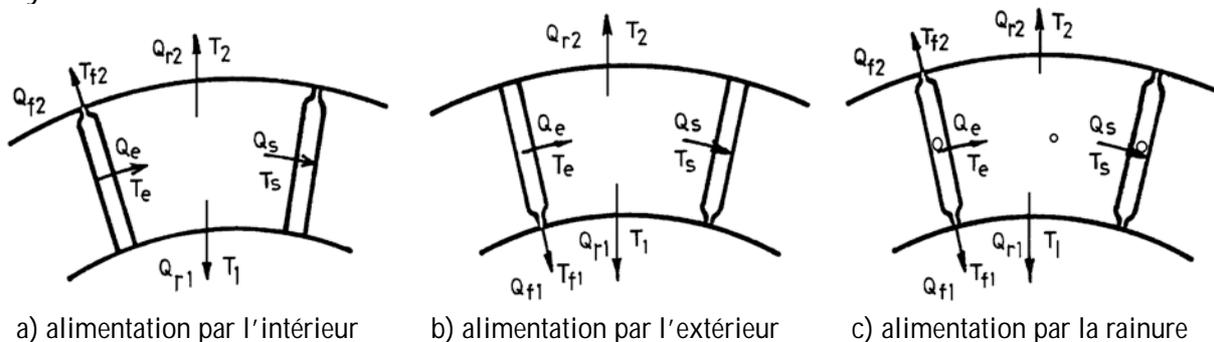


Fig. 16 : Schéma d'un palier de butée ; notations utilisées

Dans les cas d'alimentation par l'intérieur et par l'extérieur (fig. 16a et b), on introduit 2 coefficients ε_1 et ε_2 tels que :

a) pour une butée alimentée par l'intérieur (fig.16 a) $\varepsilon_2 = 0$ et $\varepsilon_1 = 1$ ou 0 selon que le fluide qui s'échappe au rayon extérieur est recyclé ou non.

b) pour une butée alimentée par l'extérieur (fig.16 b) $\varepsilon_1 = 0$ et $\varepsilon_2 = 1$ ou 0 selon que le fluide qui s'échappe au rayon intérieur est recyclé ou non.

L'équilibre thermique du lubrifiant dans la rainure se traduit par :

$$\varepsilon_1 Q_{r1} T_1 + \varepsilon_2 Q_{r2} T_2 + Q_s T_s + [(1-\varepsilon_1) Q_{r1} + (1-\varepsilon_2) Q_{r2} + Q_f] T_0 = Q_e T_e + Q_f T_f$$

Dans cette expression, Q_f représente soit Q_{f1} soit Q_{f2} selon le type d'alimentation et où T_0 est la température du fluide frais à l'entrée de la butée. Par ailleurs, les valeurs des débits sont comptées positivement selon la direction des flèches sur la figure. Le bilan thermique de la butée permet d'écrire :

$$Q_s (T_s - T_e) + Q_{r1} (T_1 - T_e) + Q_{r2} (T_2 - T_e) = \frac{\omega}{\rho C_p} C_p$$

où C_p est le couple résistant et C_p la chaleur massique du lubrifiant. Si on pose :

$$T_1 = T_2 = (T_e + T_s) / 2 = T_e + \Delta T \quad \text{et} \quad T_f = T_e$$

il vient encore :

$$\Delta T = \frac{\omega}{\rho C_p (2Q_s + Q_{r1} + Q_{r2})} C_p$$

et

$$T_e = \frac{\Delta T (\varepsilon_1 Q_{r1} + \varepsilon_2 Q_{r2} + 2Q_s) + T_0 [(1-\varepsilon_1) Q_{r1} + (1-\varepsilon_2) Q_{r2} + Q_f]}{Q_e + Q_f - (\varepsilon_1 Q_{r1} + \varepsilon_2 Q_{r2} + Q_s)}$$

avec

$$T_s = T_e + 2\Delta T$$

La température moyenne utilisée pour le calcul est :

$$T_m = \frac{T_e + T_s}{2} = T_e + \Delta T$$

De même, on évalue la température maximale T_M dans la butée par la relation :

$$T_M = T_e + 3 \Delta T$$

Dans le cas où la butée présente des rainures alimentées au milieu de celles-ci et comportant une goujure à chaque extrémité (Fig. 16c) et avec les mêmes hypothèses que dans les cas précédents, le bilan thermique de la butée et l'élévation de température ΔT restent inchangés.

L'équilibre thermique du lubrifiant dans la rainure s'écrit :

$$(Q_e + Q_{f1} + Q_{f2} - Q_s) T_0 + Q_s T_s = Q_e T_e + Q_{f1} T_{f1} + Q_{f2} T_{f2}$$

Et la température d'entrée dans le film T_e et donnée par :

$$T_e = \frac{(Q_{r1} + Q_{r2} + Q_{f1} + Q_{f2})T_0 + 2Q_s \Delta T}{Q_e + Q_{f1} + Q_{f2} - Q_s}$$

Cette relation est identique à la relation écrite pour une seule goujure en posant :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0 \quad \text{et} \quad Q_f = Q_{f1} + Q_{f2}$$

Ainsi le calcul des caractéristiques d'une butée peut s'effectuer par approches successives : à partir d'une viscosité μ° donnée pour une température T° choisie supérieure à la température d'alimentation ; on détermine le débit et le couple de la butée ; ce qui permet de calculer la température moyenne T_m du lubrifiant. Si $T^\circ = T_m$ le calcul est correct ; si $T^\circ \neq T_m$ on pose $T^1 = (T^\circ + T_m) / 2$ et on détermine une nouvelle viscosité afin de calculer de nouvelles valeurs des caractéristiques.

6 - COMPARAISON-THEORIE-EXPERIMENTATION

La théorie isotherme de la lubrification ne peut se vérifier qu'en utilisant un lubrifiant tel que l'eau pour lequel l'énergie dissipée par cisaillement est faible et conduit à un échauffement et à une diminution de viscosité peu importante.

6.1 BUTÉES À GÉOMÉTRIE FIXE : ÉTUDE ISOTHERME

Des essais ont été réalisés avec une butée à patins composés inclinés, lubrifiée à l'eau [7]. Le dispositif d'essais permet d'obtenir des charges et des vitesses variables. Le couple et l'épaisseur du film sont mesurés.

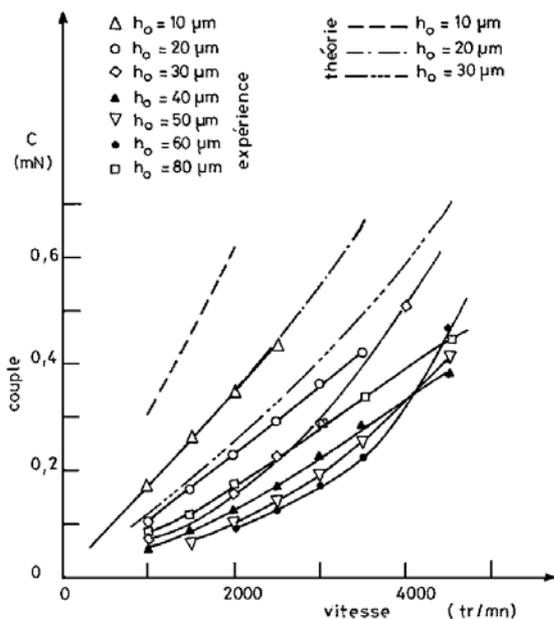


Fig. 17 : Variation du couple avec la vitesse pour différentes valeurs de l'épaisseur minimale du film.

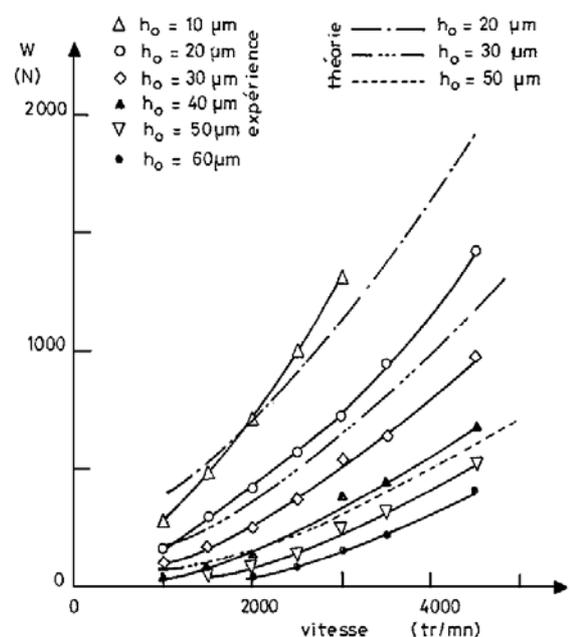


Fig. 18 : Variation de la charge avec la vitesse pour différentes valeurs de l'épaisseur minimale du film.

Les figures 17 et 18 montrent la variation du couple et de la charge avec la vitesse de rotation. L'écart entre les valeurs théoriques et expérimentales est expliqué par une erreur d'étalonnage des capteurs de mesure d'épaisseur de film. En ajoutant $10\ \mu\text{m}$ aux valeurs d'épaisseur de film mesurées, on obtient une bonne correspondance entre les résultats théoriques et expérimentaux.

6.2 - BUTÉES À GÉOMÉTRIE FIXE : EFFETS THERMIQUES

Les températures et les pertes, calculées par une méthode adiabatique ne prenant pas en compte les échanges thermiques et faisant l'hypothèse que toute l'énergie dissipée est évacuée par le lubrifiant, sont comparées par ADVANI et GOHAR [8] avec celles mesurées sur une butée à patins composés, lubrifiés à l'huile dans les tableaux 4 et 5. T_O et T_S sont les moyennes des températures mesurées respectivement aux points 2, 4, 6 et 8 et 1, 3, 5 et 7 (figure 19).

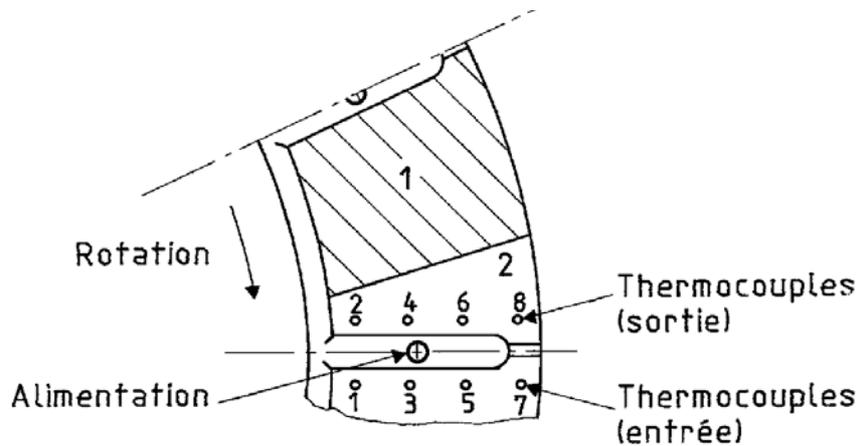


Figure 19 : d'après [8]

Les températures calculées sont plus élevées que celles mesurées. Cet écart est dû essentiellement au fait que les échanges thermiques ont été négligés.

La comparaison des épaisseurs de film, mesurées et calculées pour différentes charges, a été faite par STERNLICHT et MAGINNIS dans le cas d'une butée à patins composés [9]. L'écart entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées est le plus réduit pour la théorie prenant en compte une viscosité variable et un mélange d'huile à l'entrée du patin (figure 20).

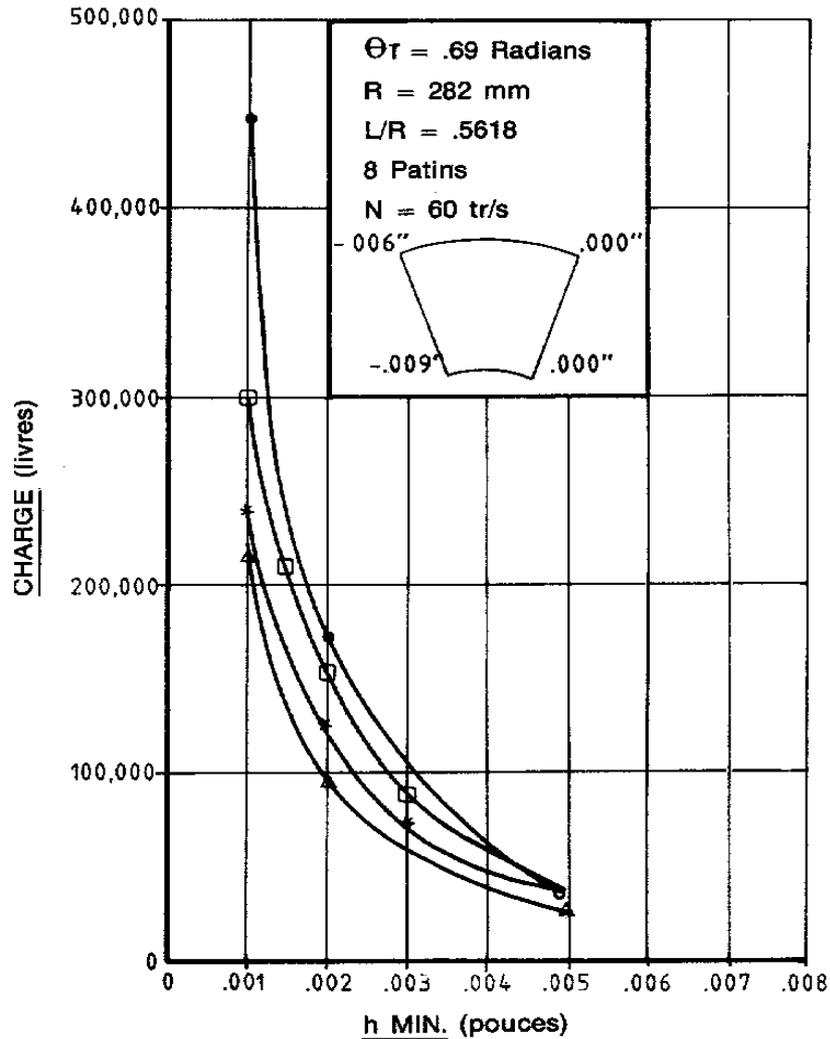
6.3 - BUTÉES À PATINS OSCILLANTS : ÉTUDE ISOTHERME

La comparaison des coefficients de frottement mesurés et calculés pour une butée à patins oscillants a été effectuée par DOWSON [10]. On constate que la théorie bidimensionnelle conduit à sous-estimer le couple de frottement de 50 % environ. La théorie tridimensionnelle donne des résultats plus réalistes (figure 21).

Pour ces essais, la théorie isotherme est applicable car les conditions de fonctionnement correspondent à une dissipation d'énergie peu importante.

6.4 - BUTÉES À PATINS OSCILLANTS : EFFETS THERMIQUES

Pour des conditions de fonctionnement plus proches de celles rencontrées habituellement, il est nécessaire d'utiliser des théories prenant en compte la variation de température de l'huile, les différents échanges thermiques et la déformation des patins.



○ μ constant à 130° : $\Delta T = 15^\circ$
 Δ Essais

● Energie/Reynolds température d'entrée 115°
 * Energie/Reynolds température de mélange

Figure 20 : Variation de la charge en fonction de l'épaisseur du film (ref. : [9])

Tableau 4 : Charge = 300 lbf (136 kN) ; nombre de patins = 12 ; huile SAE 30 (ref : [8])

Essai n°	1	2	3	4
Vitesse tr/mn	20 000	25 000	30 000	33 000
Essais				
T_1 °F	178.5	179.6	174.4	188.5
T_0 °F	183.9	185.2	181.2	197.4
T_s °F	193.1	195.8	193.1	211.1
HP	2.00	3.33	5	5.22
Théorie				
T_1 °F	199.0	191.8	186.9	199.8
T_0 °F	200.0	203.6	198.9	210.5
T_s °F	203.0	207.0	202.3	214.0
HP	2.8	3.93	5.39	5.75
hb in 10^{-3}	1.3	1.4	1.6	1.53

Tableau 5 : Charge = 500 lbf (227 kN) ; nombre de patins = 12 ; huile SAE 30 (ref : [8])

Essai n°	1	2	3	4
Vitesse tr/mn	20 000	25 000	30 000	33 000
Essai				
T_1 °F	186.6	190.2	189.5	200.3
T_0 °F	199.6	203.2	204.6	213.1
T_s °F	221.6	226.4	232.7	241.7
HP	2.5	3.74	6.0	5.78
Théorie				
T_1 °F	201.0	205.8	200.5	213.0
T_0 °F	217.0	223.4	218.5	232.0
T_s °F	220.0	227.6	223.0	235.0
HP	3.11	4.18	5.77	6.1
hb in 10^{-3}	0.92	1.00	1.13	1.1

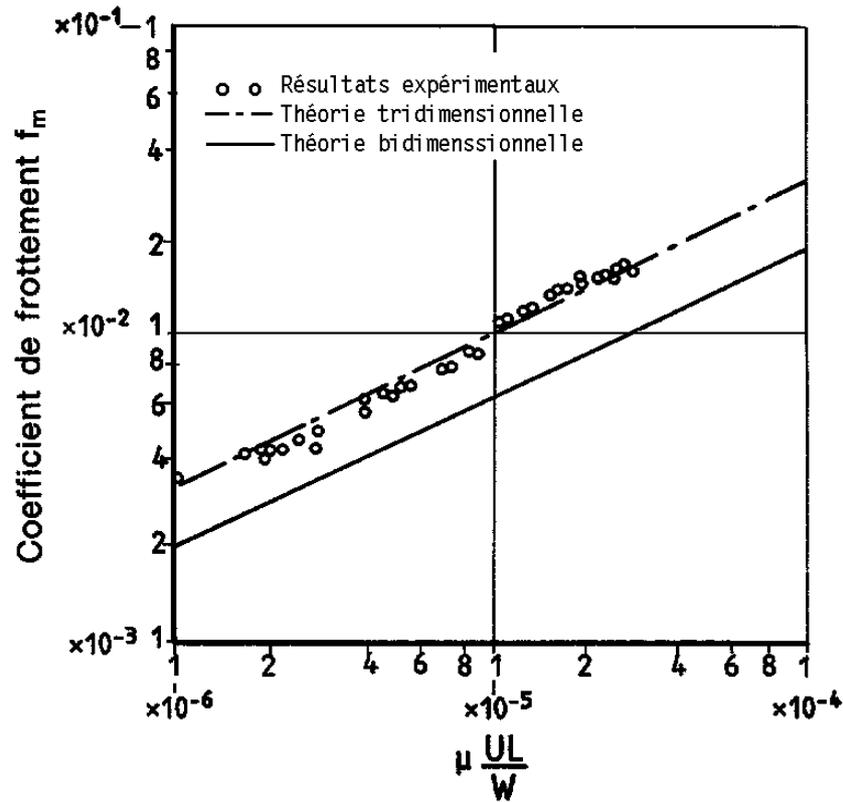


Figure 21 : Variation du coefficient de frottement (ref. [10])

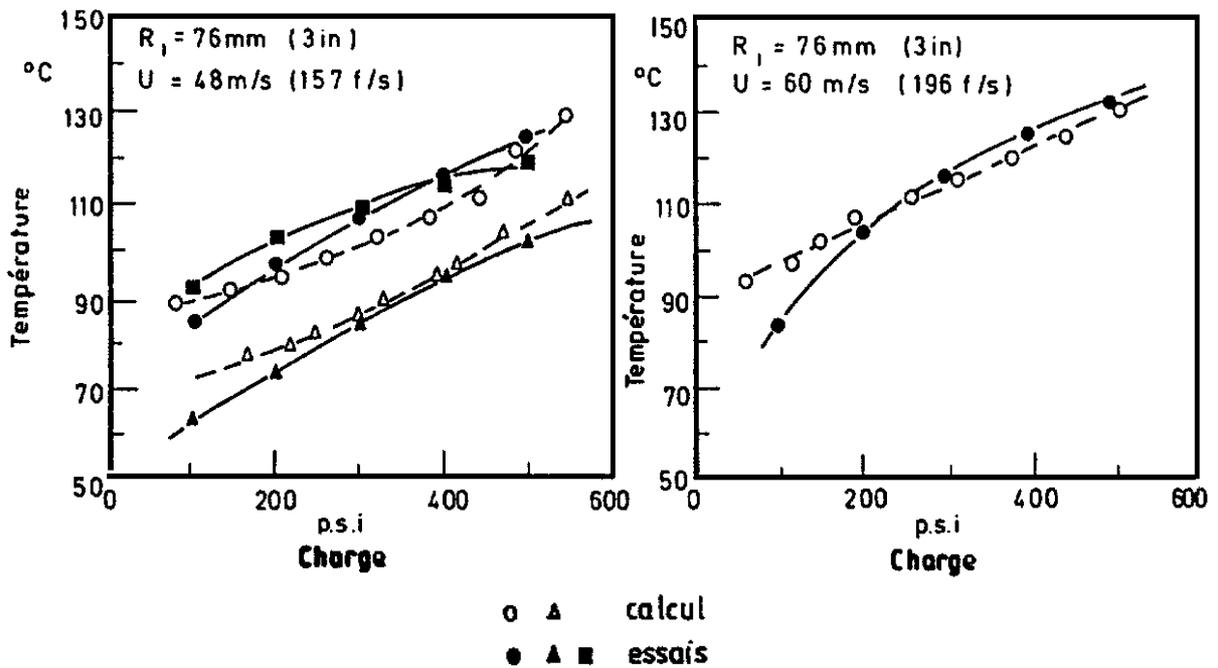


Figure 22 : Variation de la température avec la charge (ref. [11] et [12])

ETTLES [11] a comparé ses résultats théoriques avec ceux obtenus par différents expérimentateurs et, en particulier, par GARDNER [12] et CAPITAO [13], figures 22 et 23.

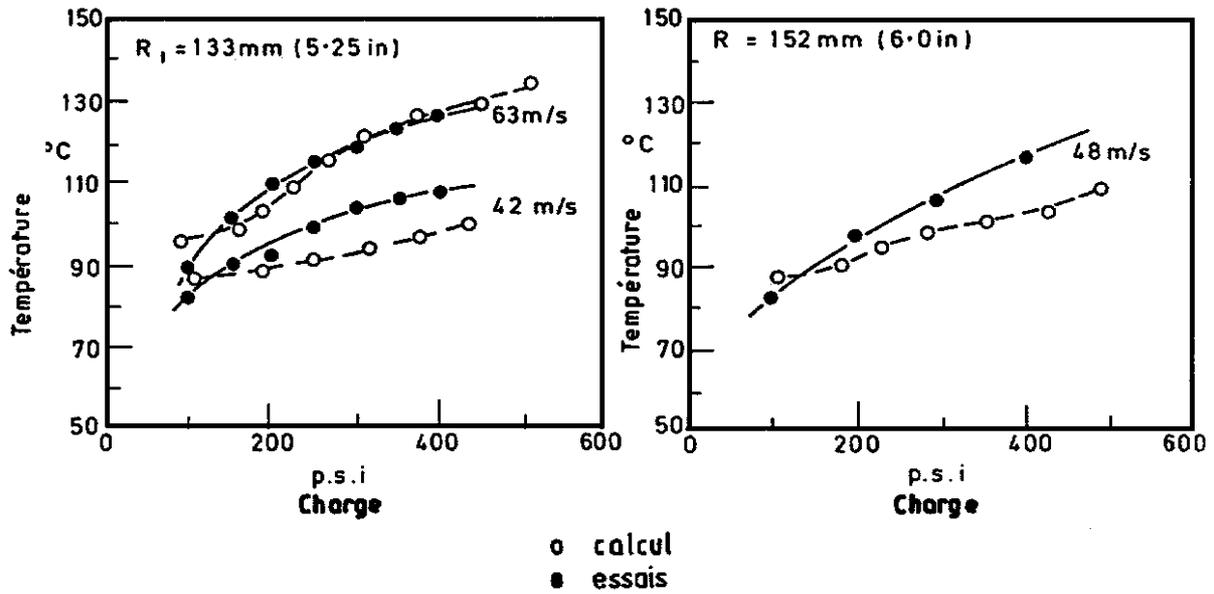


Figure 23 :Variation de la température avec la charge (Ref. : [11] et [13])

Tableau 6 : Ref. [14]

Unités	Charge MN	Vitesse tr/mn	ΔT calculé (°C)	ΔT mesuré (°C)
A	4	360	44.5	45/49
B	3	95	15.7	16.5
C	9.6	95	24.9	24/27
D	0.37	450	15.5	14.8
E	4	257	34.7	35
F	7.9	257	45.2	41
G	20.5	90	27	33
H	12	200	38.7	41

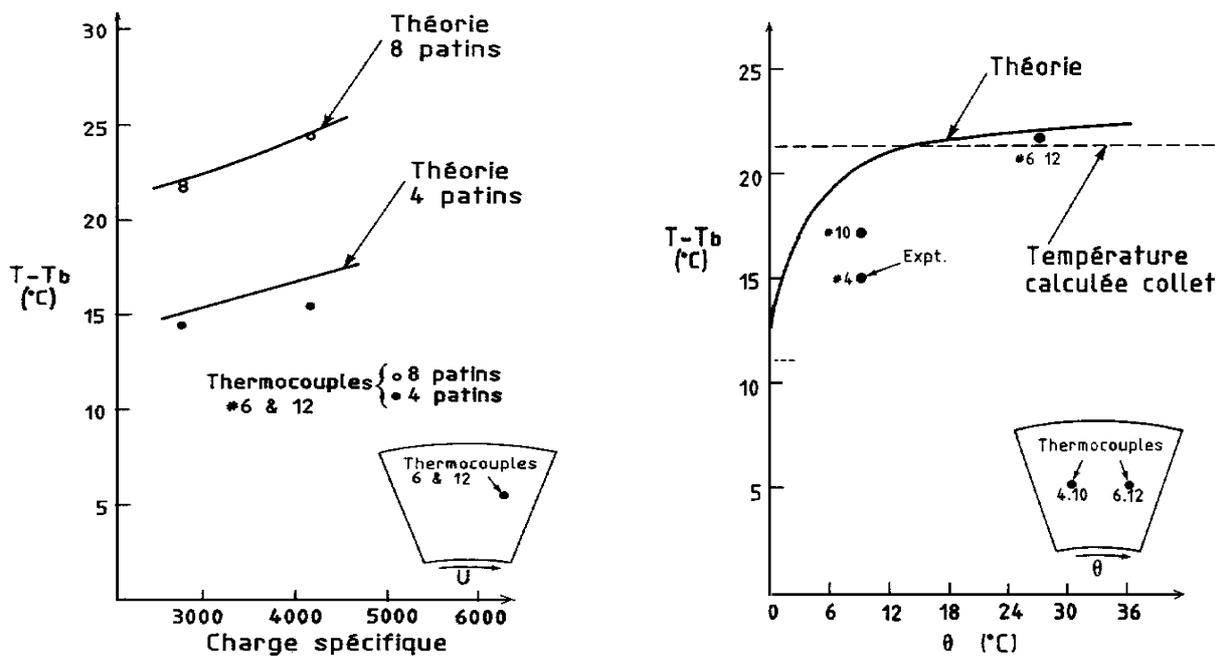


Figure 24 : Température dans la butée (Ref. [14])

L'utilisation du facteur de transfert d'huile chaude, développé par ETTLES peut conduire à des écarts avec des valeurs mesurées in situ. VOHR [14] a effectué une analyse approfondie des échanges thermiques et a comparé les résultats de sa théorie avec des essais effectués en laboratoire ou in situ (Figure 24 et tableau 6).

BIBLIOGRAPHIE

Une partie de ce chapitre a été publiée par Techniques de l'Ingénieur : J. FRENE, Paliers Hydrodynamiques, B 671 et B 671,1 (1982), complété et réédité en 1995.

- [1] M.J. NEALE "Tribology handbook", Newnes-Butterworks, 2^e édition (1975), p. A 15 – A 17.
- [2] M.D. HERSEY "Theory and research in lubrication", Mc Graw Hill, N.Y. (1961), p. 56 – 67 et 124 – 134.
- [3] O. PINKUS, B. STERNLICHT "Theory of hydrodynamic lubrication", Mc Graw Hill, N.Y. (1961), p. 56 – 67 et 124 – 134.
- [4] J. O'CONNOR, J. BOYD "Standard handbook of lubrication engineering", Mac Graw Hill and ASLE (1968), p. 5.1 – 5.27.
- [5] Engineering sciences data unit, Tribology, Volume 3, "Thrust bearing calculation", London.
- [6] H.C. RIPPEL "Cast bronze thrust bearing design manuel", Cast Bronze bearing institute, Cleveland, 1967.
- [7] J. FRENE "Tapered Land Thrust Bearing Operating in Both Laminar and Turbulent Regimes", ASLE – Transactions, vol. 21, n° 3, p. 243-249, juillet 1978.
- [8] S. ADVANI – R. GOHAR "The taper land sector shaped thrust bearing", Journal of Science and Technology, vol. 38, n° 2, p. 83-90, 1971.
- [9] B. STERNLIGHT – F.J. MAGINNIS "Application of Digital Computers to Bearing Design", Transactions of the ASME, 79, p. 1483-88, 1957.
- [10] D. DOWSON "Laboratory experiments and demonstrations in tribology - hydrodynamic thrust bearing experiments", TRIBOLOGY p. 11-17, february 1969.
- [11] C.M.M. ETTLES – S. ADVANI "The control of thermal and elastic effects in thrust bearings", "Thermal Effects in Tribology". Proceedings of the 6th Leeds – Lyon Symposium on Tribology, p. 105-116, September 18-21 1979.
- [12] W.W. GARDNER "Performance tests on six inch tilting pad thrust bearings", ASME paper 74 Lub. 13, 1974.
- [13] J.W. CAPITAO – R.S. GREGORY – R.S. WHITFORD "Effects of high operating speeds on tilting pad thrust bearing performance", ASME Paper 75 Lub. 57, 1975.
- [14] J.H. VOHR "Prediction of the operating temperature of thrust bearings", Journal of Lubrication Technology (ASME). Vol. 103, n° 1, p. 97-106, jan. 1981.

CHAPITRE 6

CARACTERISTIQUES STATIQUES DES PALIERS CIRCULAIRES EN REGIME LAMINAIRE

1 - INTRODUCTION

Les paliers lisses sont fréquemment utilisés ; les plus simples sont constitués d'un arbre cylindrique tournant à l'intérieur un alésage en présence de lubrifiant. Sur certains mécanismes, ils correspondent à la meilleure solution technologique existant actuellement. On les rencontre dans les moteurs thermiques, les compresseurs, les turbomachines, les alternateurs, les réducteurs, etc... La figure 1 présente différents coussinets de paliers circulaires.



Fig. 1 : Coussinets (Doc. LE COUSSINET MODERNE)

Un palier lisse est constitué de deux éléments, l'arbre généralement en acier de rayon R_a et le coussinet en bronze ou en acier régulé de rayon intérieur R_c et de longueur L . Ainsi, un palier lisse peut être schématisé par deux cercles de rayons voisins et caractérisé par trois grandeurs : le jeu radial $C = R_c - R_a$, le rapport C/R (ou jeu relatif de l'ordre de 10^{-3}) et le rapport L/D de la longueur au diamètre du palier. La figure 2 présente les trois phases que l'on observe lors de la mise en route d'un palier sous charge. Les points O_a et O_c représentent respectivement les centres de l'arbre et du coussinet et W désigne la charge extérieure appliquée à l'arbre.

A l'arrêt, (fig. 2a), l'arbre et le coussinet sont en contact, la génératrice commune est opposée à la charge et la distance $O_c O_a$ est égale au jeu radial C .

Au démarrage, fig. 2.b, l'arbre roule en glissant à l'intérieur du coussinet, le régime de lubrification est dit mixte, le lubrifiant est entraîné dans l'espace convergent formé par l'arbre et le coussinet. Dès que la vitesse de rotation devient suffisante, il y a création d'un champ de pression hydrodynamique qui s'oppose à la charge (fig. 2c). Pour une vitesse de rotation

stable, et une charge W constante, le centre de l'arbre O_a occupe une position fixe à l'intérieur du coussinet. Si le torseur des forces extérieures se réduit à une force unique \vec{W} qui agit dans le plan de la section médiane du palier, les axes de l'arbre et du coussinet sont parallèles. Deux paramètres sont alors nécessaires pour positionner O_a par rapport à O_c . On utilise habituellement la distance $O_c O_a$ appelée excentricité e et l'angle que fait la direction de la charge \vec{W} avec la ligne des centres $\overline{O_c O_a}$ appelé angle de calage ϕ .

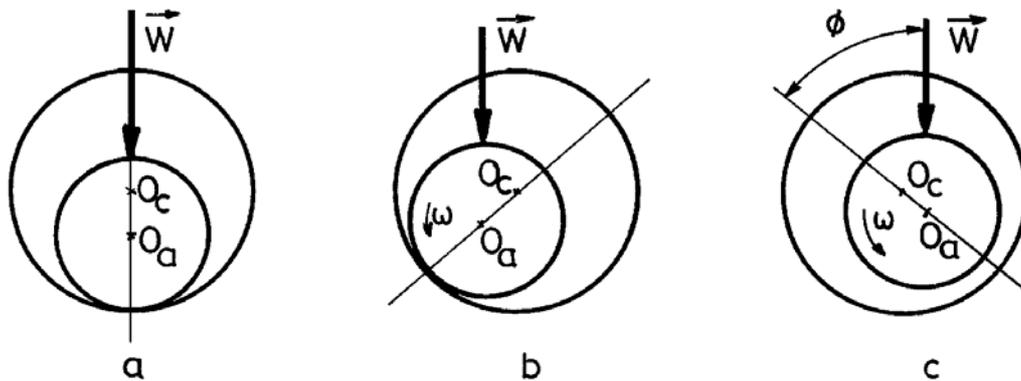


Fig. 2 : Schématisation d'un palier lisse

Dans ce chapitre, nous nous limiterons au régime hydrodynamique établi et nous supposerons que l'écoulement du fluide à travers le palier est isotherme, laminaire et permanent. Le processus de calcul des performances d'un palier peut être divisé en 4 parties :

- Ecriture de l'équation donnant l'épaisseur du film lubrifiant,
- Ecriture de l'équation de Reynolds correspondant au palier étudié,
- Définition des conditions aux limites sur la pression,
- Résolution des équations et calcul des performances.

2 - EQUATIONS DE BASE

2.1 - EPAISSEUR DU FILM LUBRIFIANT

Considérons une section droite du palier (fig 3a). Un point M appartenant à la surface du coussinet sera repéré par la coordonnée angulaire $\theta = (\overline{O_c A}, \overline{O_c M})$; l'épaisseur du film d'huile est donnée par :

$$h = O_c M - O_c M' = R_c - O_c M' = R_a + C - O_c M'$$

En appliquant la règle des sinus au triangle $O_a M' O_c$ il vient :

$$\frac{O_a M'}{\sin(O_a O_c M')} = \frac{e}{\sin \alpha} = \frac{R_a}{\sin(M' O_a O_c)} = \frac{R_a}{\sin(\pi - \theta)} = \frac{R_a}{\sin \theta}$$

d'où

$$\sin \alpha = \frac{e}{R_a} \sin \theta \quad \text{et} \quad O_c M' = \frac{R_a}{\sin \theta} \sin(O_c O_a M')$$

or

$$(\theta_c \ 0_a \ M') = \theta - \alpha = \theta - \arcsin\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)$$

donc

$$0_c M' = \frac{R_a}{\sin \theta} \sin\left[\theta - \arcsin\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)\right]$$

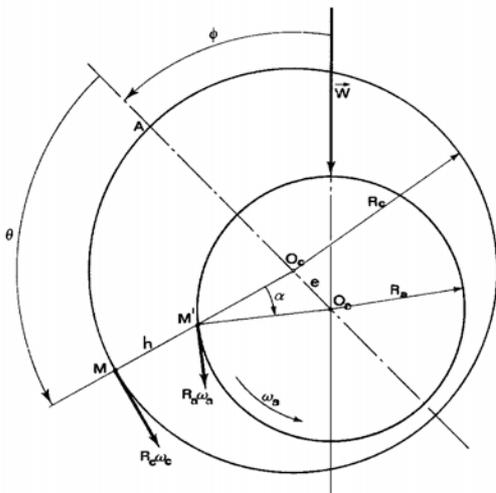


Fig. 3a : Section droite du palier

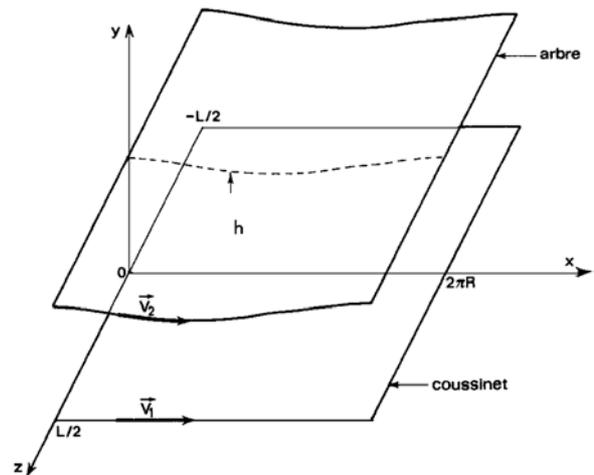


Fig. 3b : Palier développé

en développant le sinus il vient :

$$0_c M' = R_a \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)^2} - e \cos \theta$$

la quantité $e/R_a < C/R$ est très petite devant l'unité (de l'ordre de 10^{-3}) on peut donc négliger le terme $\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)^2$ devant 1. L'épaisseur du film s'écrit alors :

$$h = C (1 + \varepsilon \cos \theta)$$

où l'excentricité relative : $\varepsilon = e/C$ varie de 0 à 1. Il faut remarquer que cette relation n'est valable que si $C/R \ll 1$.

2.2 - EQUATIONS DE REYNOLDS

Les rayons R_a et R_c étant très voisins, on peut négliger la courbure du film, développer le coussinet (ou l'arbre) et l'assimiler à un plan (fig. 3b). Les conditions cinématiques relatives aux surfaces s'écrivent ;

$$\begin{aligned} U_1 &= R_c \omega_c ; & V_1 &= W_1 = 0 \\ U_2 &= R_a \omega_a \cos \alpha ; & V_2 &= R_a \omega_a \sin \alpha ; & W_2 &= 0 \end{aligned}$$

où α , angle entre O_cM' et O_aM' , est la pente de la courbe $h(x)$:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dh}{dx} = \frac{dh}{Rd\theta} = -\frac{e}{R}\sin\theta$$

la quantité e/R_a étant très petite, on peut effectuer un développement et se limiter au 1^{er} ordre :

$$\cos\alpha \approx 1 \quad \text{et} \quad \sin\alpha \approx \alpha \approx dh/dx$$

dans ces conditions les vitesses des surfaces s'écrit :

$$U_1 = R_c \omega_c$$

$$U_2 = R_a \omega_a ; \quad V_2 = R_a \omega_a \frac{dh}{dx}$$

Si on reporte les vitesses des surfaces du contact dans l'équation de Reynolds écrite en coordonnées cartésiennes et si on pose $R = R_a = R_c$, il vient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu R (\omega_a + \omega_c) \frac{dh}{dx}$$

Remarques :

- On a développé le coussinet et choisi ce dernier comme plan de référence ; un résultat identique aurait été obtenu en développant l'arbre.
- Les vitesses angulaires ω_a et ω_c s'ajoutent. ainsi la portance est proportionnelle à la somme des vitesses. Si celles-ci sont égales et opposées, la portance de l'écoulement est nulle au second ordre près.

2.3 - CONDITIONS AUX LIMITES

Pour calculer le champ de pression, il faut résoudre l'équation de Reynolds sur le domaine représenté fig. 3b, compte tenu des conditions aux limites sur la pression :

$$\begin{aligned} \text{-- selon } z : & \quad p \left(\theta, z = \frac{L}{2} \right) = P_1 ; \quad p \left(\theta, z = -\frac{L}{2} \right) = P_2 \quad \forall \theta \\ \text{-- selon } \theta : & \quad p \left(\theta = 0, z \right) = p \left(\theta = 2\pi, z \right) \quad \forall z \end{aligned}$$

où P_1 et P_2 représentent les pressions extérieures aux extrémités du palier. si le palier possède des rainures d'alimentation en lubrifiant, il faut alors écrire les conditions aux limites correspondantes :

- pour une rainure circonférentielle en $z = 0$: $p(\theta, z = 0) = P_a$
 - pour une rainure axiale située à l'abscisse $\theta = \theta_a$: $p(\theta_a, a) = P_a$
 - pour une alvéole rectangulaire $\theta(\theta_a, \theta_b)$ et $z(z_a, z_c)$: $p = P_a$
- où P_a est la pression dans la rainure ou dans l'alvéole.

De plus, comme la forme du film est convergente puis divergente en fonction de θ , il peut y avoir rupture du film dans le divergent lorsque la pression devient inférieure à la

pression de vapeur saturante du fluide. Les conditions aux limites relatives à cette situation ont été présentées de façon générale, dans le chapitre 3.

Pour un palier hydrodynamique en fonctionnement stationnaire, trois types de conditions aux limites ont été successivement définies :

2.3.a - Conditions de Sommerfeld

Sommerfeld en 1904 [1] suppose que le film lubrifiant est continu et qu'il n'y a pas de rupture du film. Dans ces conditions la distribution de pression est antisymétrique par rapport au point $\theta = \pi$ et le lieu du centre de l'arbre dans le coussinet est une droite normale à la direction de charge.

Ces conditions aux limites ne sont valables que pour les paliers fonctionnant à de très faibles charges ou avec des pressions d'alimentation très élevées car sinon des pressions négatives apparaissent dans le film, ce qui est physiquement inacceptable.

2.3.b - Conditions de Gumbel

Gumbel en 1921 [2], à la suite des travaux de Sommerfeld, propose comme conditions aux limites :

$$\begin{aligned} p(\theta = 0, z) &= 0 \\ p(\theta = \pi, z) &= 0 \\ p(\theta, z) &= 0 \quad \text{si } \pi < \theta < 2\pi \end{aligned}$$

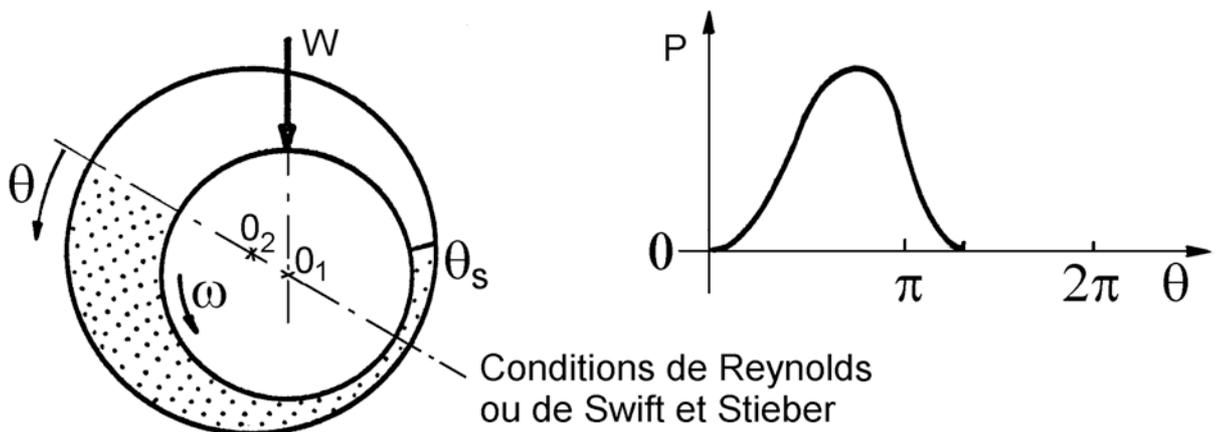
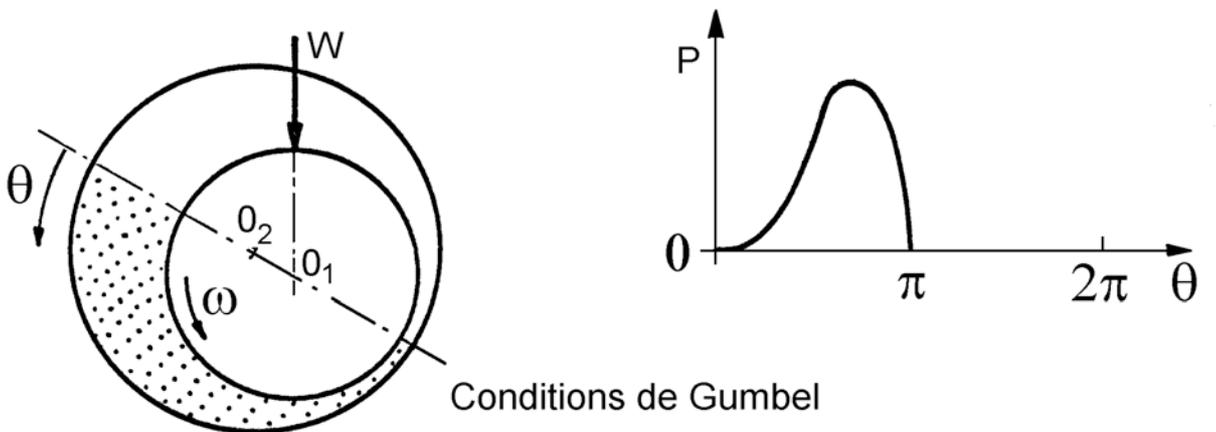
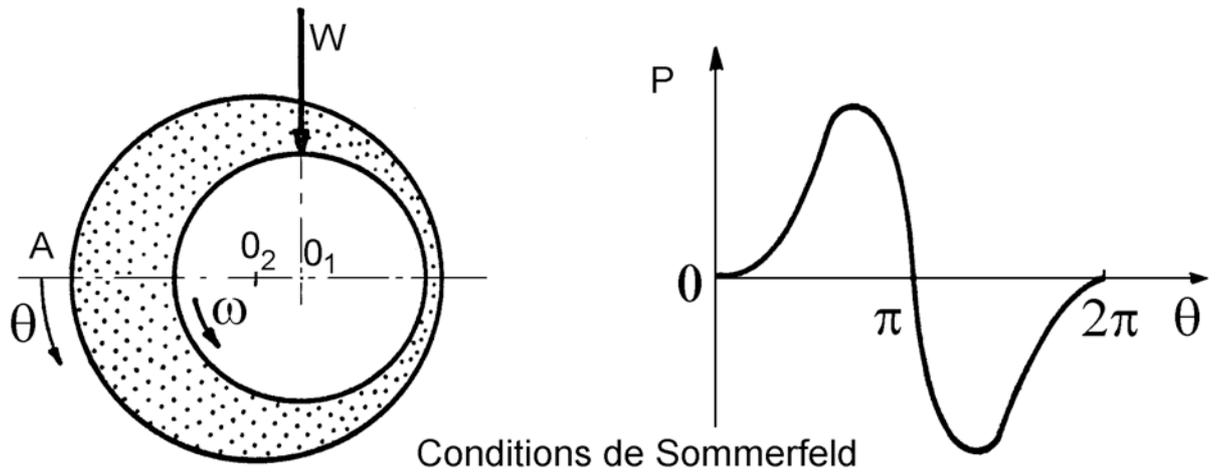
Cela revient à négliger, dans la solution de Sommerfeld les pressions négatives. Ces conditions impliquent une discontinuité dans l'écoulement au point $\theta = \pi$; elles ne sont pas acceptables physiquement mais sont utilisées dans le cas de l'approximation du palier court.

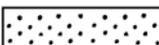
2.3.c - Conditions dites de Reynolds

Ces conditions proposées indépendamment par Swift en 1932 [3] et par Steiber en 1933 [4], respectent la continuité du débit et supposent que pour une abscisse θ_s inconnue, la pression et le gradient de pression s'annulent :

$$\begin{aligned} p(\theta = 0, z) &= 0 \\ p(\theta = \theta_s, z) &= 0 \\ \frac{\partial p}{\partial \theta}(\theta = \theta_s, z) &= \frac{\partial p}{\partial z}(\theta = \theta_s, z) = 0 \\ p(\theta, z) &= 0 \quad \text{si } \theta_s < \theta < 2\pi \end{aligned}$$

On distingue ainsi deux régions dans le palier : une région active où la pression est positive et le film complet, pour des valeurs de θ comprises entre 0 et θ_s et une région inactive à pression nulle et dans laquelle en régime dynamique, peut apparaître de la cavitation, pour $\theta_s < \theta < 2\pi$. Ces conditions sont celles qui donnent les solutions les plus exactes ; elles ont été vérifiées dans de nombreuses études expérimentales.



 Région active

 Région inactive

Fig. 4 : Illustration des conditions aux limites dans un palier

2.4 - RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION DE REYNOLDS

L'équation de Reynolds est une équation aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique qui n'admet pas, sauf dans quelques cas simples, de solutions analytiques.

Sommerfeld [1] a résolu cette équation dans le cadre d'un problème plan ($\partial/\partial z = 0$) en négligeant l'écoulement axial, (hypothèse du "palier long"). Une autre solution unidimensionnelle, moins satisfaisante du point de vue analytique mais plus représentative du point de vue physique a été proposée par Ocvirk [4] dans le cas où la longueur du palier est très faible devant son diamètre ("palier court").

Pour les paliers de longueur finie, différentes méthodes de calcul ont été proposées : analogie électrique, méthodes variationnelles, développements en série et méthodes numériques. Les méthodes actuellement utilisées sont pour la plupart des méthodes numériques aux différences finies et aux éléments finis.

3 - LE "PALIER INFINIMENT LONG"

Lorsque le rapport L/D de la longueur au diamètre du palier est grand on peut négliger le débit axial. L'écoulement est donc purement circonférentiel. En pratique, ce calcul s'applique aux paliers tels que $L/D > 4$. Si seul l'arbre est animé d'un mouvement de rotation uniforme $\omega_a = \omega$ et $\omega_c = 0$, l'équation de Reynolds (5) se réduit à :

$$\frac{d}{dx} \left(h^3 \frac{dp}{dx} \right) = 6 \mu R \omega \frac{dh}{dx}$$

ou en utilisant la coordonnée angulaire $\theta = \frac{x}{R}$:

$$\frac{d}{d\theta} \left(h^3 \frac{dp}{d\theta} \right) = 6 \mu R^2 \omega \frac{dh}{d\theta}$$

3.1 - SOLUTION DE SOMMERFELD

Supposons le palier alimenté à la pression $p = P_a$ par l'intermédiaire d'une rainure axiale de largeur nulle (infinitement mince) située à l'abscisse $\theta = 0$. Les conditions aux limites, connues sous le nom de conditions de Sommerfeld s'écrivent :

$$p(\theta = 0) = p(\theta = 2\pi) = P_a$$

Une première intégration de l'équation de Reynolds donne :

$$\frac{dp}{d\theta} = 6 \mu R^2 \omega \frac{h - h^*}{h^3}$$

h^* étant l'épaisseur du film lubrifiant au point où le gradient de pression est nul. En intégrant et en remplaçant h par sa valeur, on obtient :

$$p = 6 \mu \omega \left(\frac{R}{C} \right)^2 \left\{ \int \frac{d\theta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} - \frac{h^*}{C} \int \frac{d\theta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} \right\} + K$$

où K est une constante d'intégration.

Pour calculer ces deux intégrales, on peut soit utiliser les tables présentées par Booker [5], et données en annexe I, soit utiliser le changement de variable de Sommerfeld défini par :

$$1 + \varepsilon \cos \theta = \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cos \psi}$$

soit

$$\cos \theta = \frac{\cos \psi - \varepsilon}{1 - \varepsilon \cos \psi} \quad \sin \theta = \frac{(1 - \varepsilon^2)^{1/2} \sin \psi}{1 - \varepsilon \cos \psi} \quad d\theta = \frac{(1 - \varepsilon^2)^{1/2} d\psi}{1 - \varepsilon \cos \psi}$$

Dans ce cas, la pression s'écrit :

$$p = \frac{6 \mu \omega (R/C)^2}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \left\{ \psi - \varepsilon \sin \psi - \frac{h^* (2\psi - 4 \varepsilon \sin \psi + \varepsilon^2 \psi + \varepsilon^2 \sin \psi \cos \psi)}{2C (1 - \varepsilon^2)} \right\} + K$$

Les deux constantes h^* et K sont déterminées à partir des conditions aux limites sur la pression. Il vient :

$$K = P_a \quad ; \quad \frac{h^*}{C} = \frac{2(1 - \varepsilon^2)}{2 + \varepsilon^2}$$

soit :

$$p = \frac{6 \mu \omega (R/C)^2}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \left\{ \psi - \varepsilon \sin \psi - \frac{2\psi - 4 \varepsilon \sin \psi + \varepsilon^2 \psi + \varepsilon^2 \sin \psi \cos \psi}{2 + \varepsilon^2} \right\} + P_a$$

La figure 4a représente schématiquement l'allure de la courbe de pression. Celle-ci est antisymétrique par rapport au point $\psi = \pi$ (ou $\theta = \pi$). On remarque que, selon la valeur de la pression d'alimentation P_a , il peut y avoir ou non une région où la pression est négative.

Pour calculer la charge portante W et l'angle de calage ϕ , il faut intégrer le champ de pression sur la surface de l'arbre. Pour cela, on projette les forces de pression selon deux directions orthogonales k et l dont l'une est colinéaire à la ligne des centres (fig. 4b).

Si on néglige les contributions des contraintes tangentielles, les équations d'équilibre s'écrivent :

$$\begin{aligned} W \cos \phi + L \int_0^{2\pi} p \cos \theta R d\theta &= 0 \\ -W \sin \phi + L \int_0^{2\pi} p \sin \theta R d\theta &= 0 \end{aligned}$$

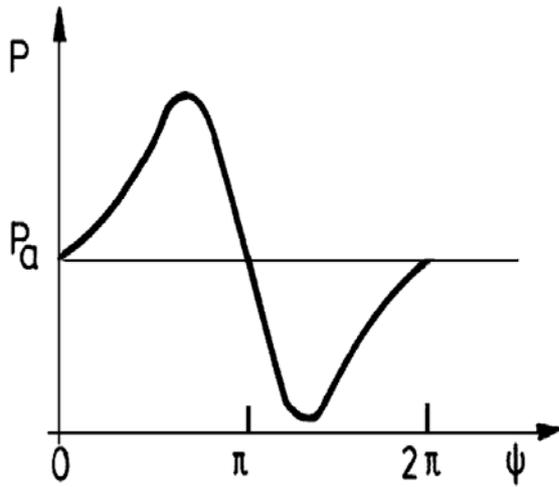


Fig. 4a : Allure de courbe de pression

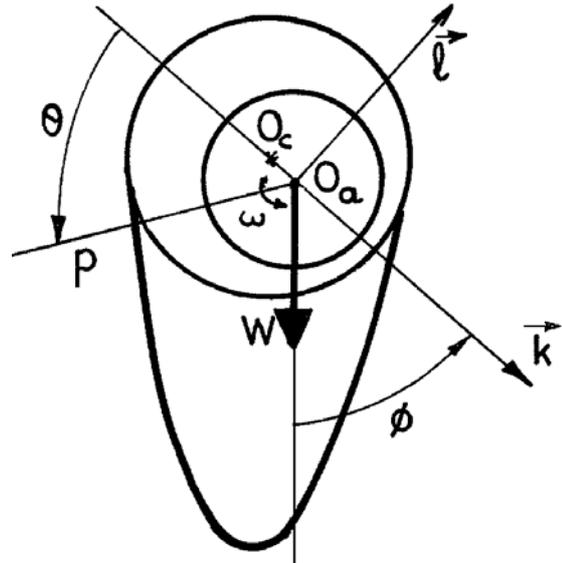


Fig. 4b : Section droite au palier

En intégrant par parties :

$$W \cos \phi = LR \int_0^{2\pi} \frac{dp}{d\theta} \sin \theta d\theta$$

$$W \sin \phi = LR \int_0^{2\pi} \frac{dp}{d\theta} \cos \theta d\theta$$

pour calculer ces intégrales, on effectue le changement de variable donné précédemment. Il vient :

$$W \cos \phi = 0$$

$$W \sin \phi = \frac{12 \mu R^3 \omega L \pi \varepsilon}{C^2 (2 + \varepsilon^2) \sqrt{1 - \varepsilon^2}}$$

d'où :

$$W = 12 \mu \omega \frac{R^3 L}{C^2} \frac{\pi \varepsilon}{(2 + \varepsilon^2) \sqrt{1 - \varepsilon^2}}$$

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

Il est d'usage en lubrification d'introduire le nombre sans dimension S appelé nombre de Sommerfeld :

$$S = \frac{\mu LR\omega}{\pi W} \left(\frac{R}{C} \right)^2 = \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2} (2 + \varepsilon^2)}{12 \pi^2 \varepsilon}$$

La charge W , est par conséquent, le nombre de Sommerfeld S , sont indépendants de la pression d'alimentation P_a car celle-ci intervenant comme une constante dans la valeur de la pression admet une résultante nulle après intégration autour de l'arbre. La figure 5 présente les variations de la charge sans dimension \bar{W} en fonction de l'excentricité relative ε . L'angle de

calage ϕ est toujours égal à $\pi/2$. Cela signifie que le centre de l'arbre se déplace selon une direction normale à la ligne de charge. On peut montrer qu'un tel palier est toujours dynamiquement instable.

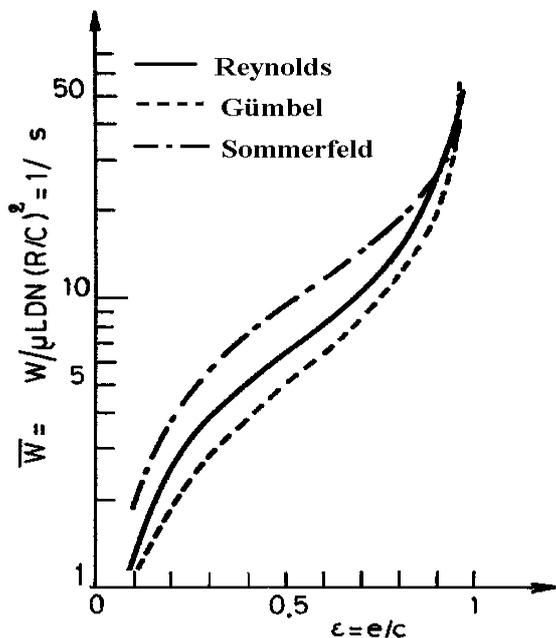


Fig.5a : Variation de la charge sans dimension \bar{W} en fonction de l'excentricité relative ϵ

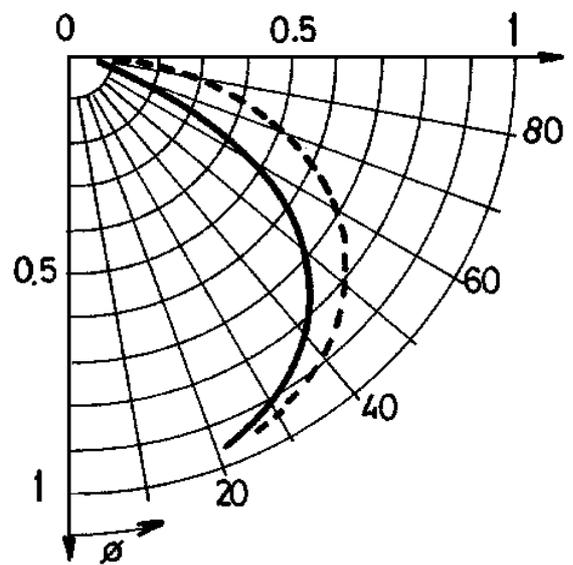


Fig.5b : Variation de l'angle de calage ϕ en fonction de l'excentricité relative ϵ

Fig. 5 : Influence des conditions aux limites

Le couple de frottement est obtenu par intégration des contraintes de cisaillement à la surface de l'arbre.

$$C_a = R^2 L \int_0^{2\pi} \tau_{xy} (y = h) d\theta$$

avec

$$\tau_{xy} = \mu \frac{du}{dy} \quad \text{et} \quad u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y(y-h) + \frac{R\omega y}{h}$$

d'où

$$\tau_{xy} = \mu \frac{R\omega}{h} + \frac{1}{2} \frac{dp}{dx} (2y-h)$$

Le couple s'écrit :

$$C_a = R^2 L \int_0^{2\pi} \left\{ \mu \frac{R\omega}{h} + \frac{h}{2} \frac{dp}{dx} \right\} d\theta$$

soit encore :

$$C_a = R^2 L \int_0^{2\pi} \left\{ \mu \frac{R\omega}{h} + \frac{C}{2R} \frac{dp}{d\theta} + \frac{e \cos \theta}{2R} \frac{dp}{d\theta} \right\} d\theta$$

La valeur de la première intégrale est immédiate à partir des tables données par BOOKER [5]. La deuxième intégrale est nulle, tandis qu'en intégrant par parties on reconnaît dans la troisième intégrale, l'expression $\frac{e}{2} W \sin \phi$. Le couple de frottement sur l'arbre s'écrit donc :

$$C_a = \frac{R^3 \mu \omega L}{C} \frac{2\pi}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} + \frac{e}{2} W \sin \phi$$

soit compte tenu de l'expression de la charge :

$$C_a = \frac{4 \mu \omega R^3 L \pi}{C} \left[\frac{1+2\varepsilon^2}{(2+\varepsilon^2)\sqrt{1-\varepsilon^2}} \right]$$

Les variations du couple sans dimension $\bar{C}_a = C_a / (\mu L D N R (R/C))$ en fonction de l'excentricité relative ε sont présentées fig. 6c. Un calcul semblable au précédent permet de déterminer le couple de frottement sur le coussinet.

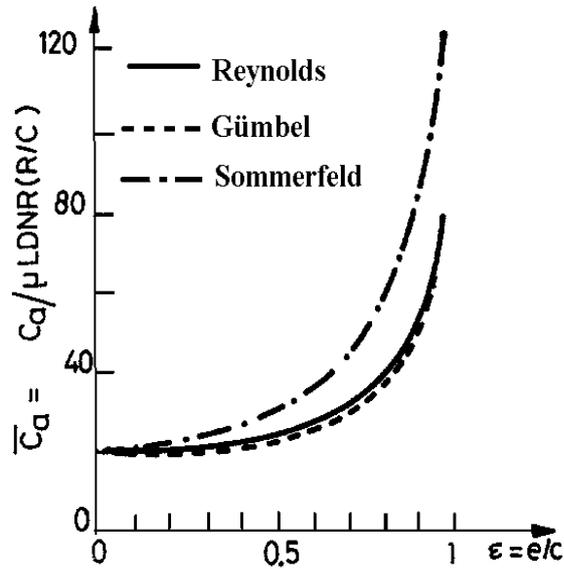


Fig. 6 : variations du couple sans dimension \bar{C}_a en fonction de l'excentricité relative ε : Influence des conditions aux limites. Cas du palier infiniment long

$$C_a = \frac{R^3 \mu \omega L}{C} \frac{2}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} - \frac{e}{2} W \sin \phi$$

soit

$$C_a = \frac{4\pi\mu\omega R^3 L}{C} \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{2+\varepsilon^2}$$

On remarque que :

$$C_a - C_c = e W \sin \phi$$

Cette relation traduit l'équilibre du palier.

Le coefficient de frottement relatif à l'arbre est :

$$f_a = C_a / (RW) = \frac{C}{R} \left\{ \frac{\varepsilon}{2} \sin \phi + \frac{2\pi^2 S}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \right\}$$

Afin d'éliminer le rapport C/R , on utilise le nombre de frottement :

$$f = C_a / (CW) = \frac{R}{C} f_a = 2 \sin \phi + \frac{2\pi^2 S}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} + \frac{1+2\varepsilon^2}{3\varepsilon}$$

3.2 - SOLUTION DE GÜMBEL

La solution de Sommerfeld n'est valable que pour des paliers très faiblement chargés ou alimentés sous forte pression car sinon on obtient des pressions négatives dans le film lubrifiant. A la suite des travaux de Sommerfeld, Gumbel propose de négliger les pressions négatives. Ceci introduit une discontinuité du débit dans le film (chapitre 4). Bien que physiquement et mathématiquement inacceptable, cette solution est fréquemment employée car elle permet d'obtenir dans le cas du "palier court" par exemple, une solution proche des résultats expérimentaux et elle conserve à l'équation de Reynolds son caractère linéaire.

Dans le cas d'un "palier long" alimenté à l'abscisse $\theta = 0$ avec une pression d'alimentation égale à la pression atmosphérique, c'est-à-dire $P_a = 0$, il vient :

$$W \cos \phi = -12 \mu \omega RL (R/C)^2 \frac{2}{(1-\varepsilon^2)(2+\varepsilon^2)}$$

$$W \sin \phi = 6 \mu \omega RL (R/C)^2 \frac{\varepsilon \pi}{\sqrt{1-\varepsilon^2} (2+\varepsilon^2)}$$

Soit encore :

$$W = \frac{6 \mu \omega RL (R/C)^2 \varepsilon}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)} \sqrt{4\varepsilon^2 + \pi^2 (1-\varepsilon^2)}$$

$$\phi = \arctg \frac{\pi \sqrt{1-\varepsilon^2}}{2\varepsilon}$$

Les variations de la charge \bar{W} et de l'angle de calage ϕ en fonction de l'excentricité relative sont présentées sur les figures 5a et 5b. Le calcul du couple résistant est effectué en intégrant les contraintes de cisaillement sur l'arbre. Cependant, l'existence d'une zone active remplie d'huile ($0 < \theta < \pi$) et d'une zone inactive ($\pi < \theta < 2\pi$) partiellement vide oblige à décomposer le calcul du couple en deux parties. Pour cela, on suppose que dans la zone inactive, le débit circonférentiel reste constant et égal à celui calculé à la sortie de l'arc actif, c'est-à-dire dans ce cas à l'abscisse $\theta = \pi$. Cette hypothèse permet de définir une largeur équivalente L' définie par la relation :

$$Q_c = \frac{R \omega h(\theta = \pi)L}{2} = \frac{R \omega h(\theta)L'}{2}$$

où $L' = \frac{L h_s}{h}$ si h_s représente l'épaisseur du film à l'abscisse $\theta = \pi$.

Il vient ainsi :

$$C_a = R^2 L \left\{ \int_0^\pi \left[\frac{\mu R \omega}{h} + \frac{h}{2} \frac{dp}{dx} \right] d\theta + \int_\pi^{2\pi} \frac{\mu R \omega h_s}{h^2} d\theta \right\}$$

soit après intégration :

$$C_a = \frac{\pi \mu \omega R^3 L}{C \sqrt{1-\varepsilon^2}} \left\{ \frac{2+\varepsilon}{1+\varepsilon} + \frac{3\varepsilon^2}{2+\varepsilon^2} \right\}$$

et

$$C_c = \frac{\pi \mu \omega R^3 L}{C \sqrt{1-\varepsilon^2}} \left\{ \frac{2+\varepsilon}{1+\varepsilon} - \frac{3\varepsilon^2}{2+\varepsilon^2} \right\}$$

Les variations du couple de frottement sur l'arbre C_a sont présentées sur la figure 6.

3.3 - SOLUTION DITE DE REYNOLDS

Pour des conditions d'alimentation identique à celles utilisées précédemment, c'est-à-dire une pression d'alimentation nulle à l'abscisse $\theta = 0$ (ou $\psi = 0$), nous savons que, s'il y a rupture du film lubrifiant, la continuité du débit impose la continuité du gradient de pression le long de la frontière \sum^+ qui sépare la zone active ($p > 0$) de la zone inactive ($p = 0$) (chapitre 4). Dans le cas unidimensionnel, cette condition s'écrit :

$$p(\theta = \theta_s) = \left(\frac{dp}{d\theta} \right)_{(\theta=\theta_s)} = 0$$

où θ_s est l'abscisse du début de la région inactive. Sa valeur est une inconnue du problème.

Dans le cas envisagé, la frontière \sum^- où le film se reconstitue est connue. Celle-ci est située sur la rainure d'alimentation.

Les deux constantes d'intégration qui apparaissent dans l'équation de pression sont donc déterminées à partir de deux conditions aux limites :

$$P(\theta = 0) = 0 \text{ ou } p(\psi = 0) = 0$$

$$P(\theta = \theta_s) = \left(\frac{dp}{d\theta} \right)_{\theta=\theta_s} = 0 \text{ ou } p(\psi = \psi_s) = \left(\frac{dp}{d\psi} \right)_{\psi=\psi_s} = 0$$

On obtient alors le champ de pression :

$$p(\psi) = \frac{6 \mu R^2 \omega}{C^2 (1-\varepsilon^2)^{3/2}} \left[\psi - \varepsilon \sin \psi - \frac{2\psi - 4\varepsilon \sin \psi + \varepsilon^2 \psi + \varepsilon^2 \sin \psi \cos \psi}{2(1-\varepsilon \cos \psi_s)} \right]$$

où ψ_s , qui correspond à l'abscisse de rupture du film d'huile, est défini par la relation :

$$\varepsilon (\sin \psi_s \cos \psi_s - \psi_s) + 2 (\sin \psi_s - \psi_s \cos \psi_s) = 0$$

par intégration du champ de pression la charge s'écrit :

$$W = 3\mu R\omega L \left(\frac{R}{C}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2} (1-\varepsilon \cos \psi_s)} \sqrt{\frac{\varepsilon^2 (1-\cos \psi_s)^4}{1-\varepsilon^2} + 4 (\sin \psi_s - \psi_s \cos \psi_s)^2}$$

l'angle de calage est donné par :

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{2\sqrt{1-\varepsilon^2} (\sin \psi_s - \psi_s \cos \psi_s)}{\varepsilon (1-\cos \psi_s)^2}$$

le nombre de Sommerfeld S s'écrit alors :

$$S = \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2} (1-\varepsilon \cos \psi_s)}{3\pi \sqrt{\frac{\varepsilon^2 (1-\cos \psi_s)^4}{1-\varepsilon^2} + 4 (\sin \psi_s - \psi_s \cos \psi_s)^2}}$$

Le couple de frottement est obtenu par l'intégration des contraintes de cisaillement sur la surface de l'arbre, ou du coussinet. Comme précédemment, le domaine est séparé en une zone active ($0 < \psi < \psi_s$) et une zone inactive ($\psi_s < \psi < 2\pi$).

Sur l'arbre le couple s'écrit :

$$C_a = \frac{\mu R^3 \omega L}{C} \left[\frac{2\pi + \varepsilon (\sin \psi_s - \psi_s \cos \psi_s)}{\sqrt{1-\varepsilon^2} (1-\varepsilon \cos \psi_s)} \right] + \frac{e}{2} W \sin \phi$$

sur le coussinet :

$$C_c = \frac{\mu R^3 \omega L}{C} \left[\frac{2\pi + \varepsilon (\sin \psi_s - \psi_s \cos \psi_s)}{\sqrt{1-\varepsilon^2} (1-\varepsilon \cos \psi_s)} \right] - \frac{e}{2} W \sin \phi$$

Le nombre de frottement relatif à l'arbre est donné par la relation :

$$f = C_a / (CW) = \pi S \left[\frac{2\pi + \varepsilon (\sin \psi_s - \psi_s \cos \psi_s)}{\sqrt{1-\varepsilon^2} (1-\varepsilon \cos \psi_s)} \right] - \frac{\varepsilon}{2} \sin \phi$$

3.4 - COMPARAISON

Les résultats obtenus avec les conditions aux limites de Sommerfeld, de Gümbel et de Reynolds sont présentés sur la figure 6. On remarque que les solutions de Gümbel et de Reynolds sont voisines, l'écart le plus faible est obtenu pour les grandes excentricités, ce qui est tout à fait logique car dans la solution de Reynolds, l'abscisse de rupture du film lubrifiant tend vers π lorsque l'excentricité relative ε tend vers 1. La figure 6 montre que l'effet du gradient de pression sur le couple ne devient sensible que pour des excentricités relatives supérieures à 0,5.

3.5 - CAS D'UNE POSITION QUELCONQUE DE LA RAINURE D'ALIMENTATION

Dans la situation envisagée précédemment, nous avons supposé que la rainure d'alimentation était située au point d'épaisseur maximale du film lubrifiant. Cette hypothèse qui simplifie les calculs, n'est pas réaliste car dans la pratique la rainure d'alimentation est fixe vis-à-vis de la direction de la charge (on ne s'intéresse qu'au cas stationnaire).

Considérons le cas d'une alimentation sous pression nulle par une rainure d'alimentation située à φ degrés en aval de la direction de la charge (fig. 7).

Les solutions obtenues à partir des conditions aux limites de Sommerfeld ou de Gumbel ne sont physiquement pas acceptables car elles impliquent soit de l'existence de pressions négatives, soit une discontinuité dans le débit. La solution correcte est celle qui fait intervenir les frontières de rupture (Σ^+) et la reconstitution (Σ^-) du film lubrifiant.

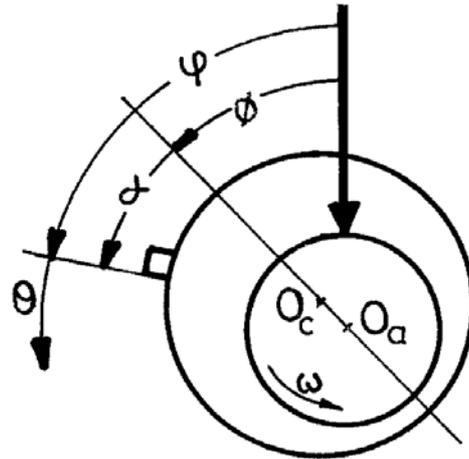


Fig.7 : Position de la rainure d'alimentation

Ce problème a été traité de manière rigoureuse [6]. Nous ne rappellerons ici que les principaux résultats. On choisit l'origine de la coordonnée circonférentielle à la rainure d'alimentation ; l'épaisseur h du film lubrifiant est alors donnée par :

$$h(\theta) = C [1 + \varepsilon \cos(\theta + \alpha)]$$

où

$$\alpha = \varphi - \phi ; \quad \theta \in (0, 2\pi) ; \quad \alpha \in (0, 2\pi) \quad \text{et} \quad \varepsilon \in (0, 1)$$

À la rainure d'alimentation et pour une pression d'alimentation égale à la pression atmosphérique nous avons :

$$p(0) = p(2\pi) = 0$$

Dans la région active Ω_+ la pression est positive et est obtenue à partir de l'équation de Reynolds :

$$\frac{d}{d\theta} \left(h^3 \frac{dp}{d\theta} \right) = 6 \mu R^2 \omega \frac{dh}{d\theta}$$

Dans la région inactive Ω_0 la pression est nulle ($p = 0$), la conservation du débit massique impose :

$$\frac{d}{d\theta} [\beta(\theta) h(\theta)] = 0 \quad \text{soit} \quad \beta h = K = \text{Cste}$$

les conditions aux limites pour la frontière de rupture Σ^+ s'écrivent :

$$p = \frac{dp}{d\theta} = 0 ; \quad \beta = 1$$

Les conditions aux limites pour la frontière de réformation Σ^- sont :

$$p = 0; \quad h R \omega (1 - \beta) = -\frac{h^3}{6 \mu R} \frac{dp}{d\theta}$$

Un certain nombre de résultats ressortent de ces expressions [4, 5] :

- a) la région active Ω_+ est toujours connexe $\Omega_+ = (\theta_i, \theta_s)$;
- b) pour résoudre le problème $\beta(\theta)$ doit être donné en un point de Ω_0 . La connaissance de β entraîne celle du débit massique par unité de longueur dans Ω_0 : $\rho \beta \frac{h R \omega}{2}$. On choisit le point $\theta = 0$;
- c) $\beta(0)$ ne peut être quelconque. Si $\beta(0)$ est trop important, la condition a) n'est pas respectée ; si $\beta(0)$ est trop petit, la pression ne peut s'établir. On a :

$$\frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon \cos \alpha} < \beta(0) < 1$$

Compte tenu de ces remarques, le champ de pression est alors facilement obtenu. En effet, si $\beta(0) h(0)$ est donné on en déduit immédiatement l'abscisse θ_s de rupture du film :

$$h(\theta_s) = \beta(0) h(0)$$

puis le champ de pression par une intégration numérique de :

$$\frac{dp}{d\theta} = 6 \mu R^2 \omega \frac{h(0) - h(\theta_s)}{h^3(\theta)} \quad \text{pour } \theta \in (-\infty, \theta_s)$$

avec $p(\theta_s) = 0$

L'abscisse $\theta = \theta_i$ de réformation du film est le premier point où $p(\theta) = 0$.

Les résultats numériques montrent que si l'abscisse de rupture θ_s dépend peu de la valeur de $\beta(0)$, il en est tout autrement de l'abscisse de réformation θ_i [6] ; cela signifie que, dans le cas d'une pression d'alimentation égale à la pression ambiante, le début de l'arc actif est conditionné par la valeur du débit d'alimentation. L'emploi des conditions aux limites dites de Reynolds, associé à l'algorithme de Christopherson (chapitre 3) n'impose pas de se fixer le débit, celui-ci est un résultat de calcul. Physiquement, cela revient à supposer que l'on est capable de fournir au palier toute la quantité de fluide nécessaire. Une comparaison [7] des résultats obtenus avec ces deux types de conditions aux limites montre que la charge portante est peu modifiée tant que la rainure d'alimentation est située dans la zone non chargée du palier (grand jeu) à condition de prendre pour $\beta(0)$ la valeur maximale possible.

Si la formulation du problème est simple pour le cas unidimensionnel, il en est tout autrement dans le cas bidimensionnel pour lequel, le problème n'est encore que partiellement traité [8].

4 - LE "PALIER COURT"

Lorsque le rapport L/D de la longueur au diamètre du palier est faible, on peut négliger le gradient de pression circonférentiel devant le gradient de pression axial. Cette hypothèse émise pour la première fois de Michell [9] a été reprise et développée par Ocvirk et Dubois [4]. Elle est entièrement justifiée pour les paliers dont le rapport L/D est inférieur ou égal à 1/8. En pratique cette hypothèse est encore utilisée pour des rapports L/D de 0,5 car l'erreur commise reste faible sur le couple et le débit, elle est d'un ordre de grandeur acceptable sur la charge mais très importante sur la valeur du maximum de pression dans le film. Ces erreurs diminuent lorsque l'excentricité décroît.

L'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \mu R \omega \frac{dh}{dx}$$

soit encore :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \mu \omega \frac{dh}{d\theta}$$

Avec les conditions aux limites

$$p \left(\theta, z = -\frac{L}{2} \right) = 0 \quad \text{et} \quad p \left(\theta, z = +\frac{L}{2} \right) = 0$$

Le champ de pression s'écrit :

$$p(\theta, z) = -\frac{3 \mu \omega}{C^2} \left(z^2 - \frac{L^2}{4} \right) \frac{\varepsilon \sin \theta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^3}$$

Il est évident que la pression varie comme $\sin \theta$; elle est positive pour $\theta \in (0, \pi)$. Pour obtenir la charge, Ocvirk et Dubois utilisent les conditions aux limites de Gumbel ; il vient :

$$W = \mu L R \omega \left(\frac{L}{D} \right)^2 \left(\frac{R}{C} \right)^2 \frac{\varepsilon}{(1 - \varepsilon^2)^3} \sqrt{16 \varepsilon^2 + \pi^2 (1 - \varepsilon^2)}$$

Le nombre de Sommerfeld est tel que :

$$S = \left(\frac{D}{L} \right)^2 \frac{(1 - \varepsilon^2)^3}{\pi \varepsilon \sqrt{16 \varepsilon^2 + \pi^2 (1 - \varepsilon^2)}}$$

et l'angle de calage :

$$\text{tg } \phi = \frac{\pi \sqrt{1 - \varepsilon^2}}{4 \varepsilon}$$

Le couple de frottement calculé en tenant compte des zones active et inactive du palier, est donné par la relation :

$$C_a = \frac{\mu \omega R^3 L}{C} \frac{\pi(2 + \varepsilon)}{(1 + \varepsilon)\sqrt{1 - \varepsilon^2}}$$

et le nombre de frottement sur l'arbre s'écrit :

$$f = C_a / (CW) = \frac{\partial_2 S (2 + \hat{a})}{(1 + \hat{a})\sqrt{1 - \hat{a}^2}}$$

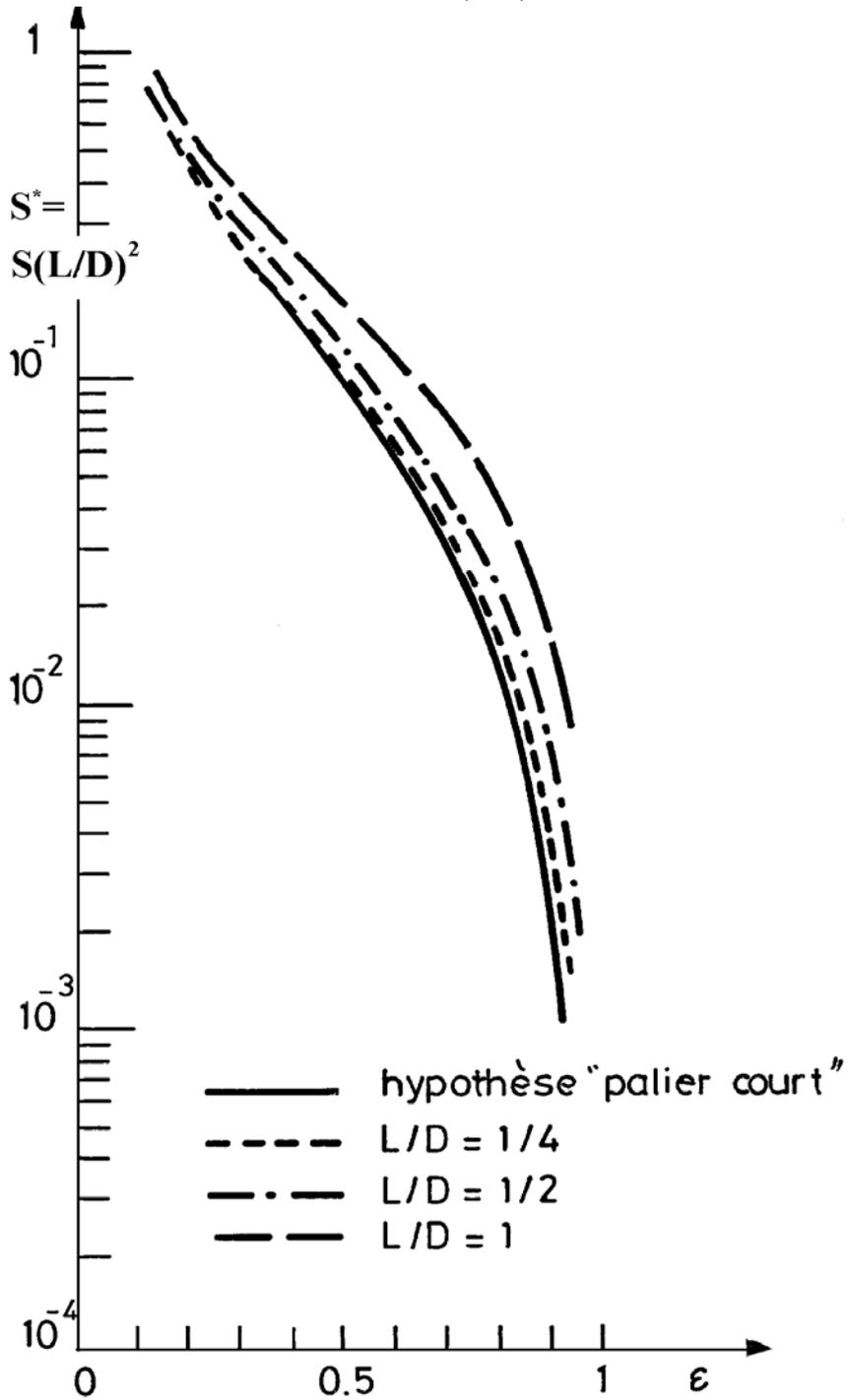


Fig. 8 : Validité de l'hypothèse "palier court"

Le débit axial est :

$$Q_z = L C V \varepsilon$$

ce qui justifie l'emploi d'un débit sans dimension

$$\bar{Q} = Q / L C V = \varepsilon$$

On remarque que le nombre de Sommerfeld et le nombre de frottement sont fonction du rapport $(L/D)^2$; ainsi, si l'on veut représenter sur un seul tableau les caractéristiques du palier, il est nécessaire de considérer les nombres modifiés de Sommerfeld et de frottement :

$$S^* = S \left(\frac{L}{D} \right)^2$$

$$f^* = \left(\frac{L}{D} \right)^2 f$$

Les courbes de la figure 8 mettent en évidence les écarts commis sur le nombre de Sommerfeld S^* c'est à dire sur la charge adimensionnée, lorsque cette hypothèse est retenue.

5 - LE PALIER DE LONGUEUR FINIE

Dans le cas général, la difficulté d'obtenir une solution satisfaisante pour un palier n'est pas seulement dus à la forme de l'équation de Reynolds mais également aux conditions aux limites car le lubrifiant n'est pas toujours admis par l'intermédiaire d'une rainure axiale à pression ambiante. Considérons un palier lisse alimenté par une rainure axiale pratiquée sur la ligne des centres dans la section d'épaisseur maximum du film.

L'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \mu R \omega \frac{dh}{dx}$$

Cette équation n'admet pas de solution analytique ; diverses méthodes approchées ont été proposées. La plupart sont dérivées des approches infiniment court ou infiniment long [10 à 13] et ne permettent pas d'appliquer les conditions aux limites de Reynolds. Leur utilisation est souvent limitée aux arcs partiels. Rohde et Li [14] ont proposé une approche qui permet de réduire l'équation de Reynolds à une équation différentielle du second ordre en x. Utilisant le fait que la répartition de pression dans la direction axiale est parabolique dans le cas du palier court et reste encore quasi-parabolique dans le cas du palier de longueur finie, il posent :

$$p(\theta, z) = f(\theta) \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{z}{L} \right)^2 \right]$$

et reportent cette relation dans la fonctionnelle associée à l'équation de Reynolds. L'intégration par rapport à z, puis l'application du calcul des variations, conduit à l'équation différentielle :

$$\frac{d}{d\theta} \left[\frac{h^3}{6\mu} \frac{df}{d\theta} \right] - \frac{10}{6} R^2 h^3 f(\theta) = 5 \omega \frac{dh}{d\theta}$$

Cette équation doit être intégrée numériquement. Il est possible d'utiliser les conditions aux limites de Reynolds. Cette approche donne d'excellents résultats dans le cas des paliers circulaires, ou des arcs partiels, en régimes permanent et même en régime transitoire. Les résultats présentés sur le tableau 1 concernent le cas du palier circulaire en régime permanent ; l'erreur effectuée sur la portance est donnée en %.

Tableau 1 : Approche de Rhode et Li [12]. Cas du palier circulaire : erreur sur la portance (%)

ε \backslash L/D	0,5	0,8	0,95
0,5	~ 0	~ 0	~ 0
1	~ 0	1	5
2	1	4	6

Si l'on souhaite une plus grande précision, ou si la forme du palier ne permet pas de faire l'hypothèse d'une pression parabolique. Il est nécessaire de faire appel aux méthodes numériques. La plus simple est la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis et également employée.

Si on reporte dans l'équation de Reynolds les variables sans dimension suivantes :

$$\theta = x/R, \quad Z = z/L, \quad \bar{h} = h/C \quad \text{et} \quad P = p/6\mu\omega(R/C)^2$$

Il vient :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right) = \frac{d\bar{h}}{d\theta}$$

Cette équation ne fait intervenir que deux paramètres : l'excentricité relative ε et le rapport R/L c'est à dire L/D . Dans le tableau 2 et sur les courbes des figures 9 à 12, nous avons présenté les variations du nombre de Sommerfeld, de l'angle de calage, du nombre de frottement, du débit axial, de la charge et du couple relatif à l'arbre en fonction de l'excentricité relative ε pour différents rapports L/D . Ces résultats sont insuffisants pour dessiner un palier car il faut aussi faire intervenir les données de la résistance des matériaux, étudier la stabilité, prendre en considération les effets thermiques etc.... Cependant, ils permettent de faire un avant projet et d'obtenir un ordre de grandeur pour le débit, les pertes par cisaillement et la température moyenne du lubrifiant. Ces résultats découlent d'une résolution numérique de l'équation de Reynolds par la méthode des différences finies. Le système linéaire obtenu est inversé de manière itérative en utilisant l'algorithme de Gauss-Seidel avec surrelaxation ; les conditions aux limites sont celle dites de Reynolds.

Tableau 2 : Caractéristiques des paliers lisses circulaires alimentés à pression atmosphérique et dont la rainure axiale est située sur la ligne des centres

Notations (rappel)

C	Jeu radial $C = R_2 - R_1$ (m)	W	Charge appliquée N
D	Diamètre du palier (m)	ε	Excentricité relative $\varepsilon = e/C$
L	Longueur du palier (m)	ϕ	Angle de calage
N	Vitesse de rotation de l'arbre (t/s)	μ	Viscosité dynamique (Pa s)
Q	Débit axial (m^3/s)	ω	Vitesse angulaire de l'arbre (rd/s)
R	Rayon du palier (m)	C_a	Couple de frottement sur l'arbre (mN)
$V = \omega R$	Vitesse linéaire de l'arbre (m/s)		
\bar{C}_a	Couple de frottement adimensionné sur l'arbre $\bar{C}_a = C_a C / (\mu L D N R^2) = \frac{1}{S} \frac{R}{C} f_a = \frac{f}{S}$		
f	Nombre de frottement sur l'arbre $f = \frac{R}{C} f_a = C_a / (C W)$		
f_a	Coefficient de frottement sur l'arbre $f_a = C_a / (R W)$		
\bar{Q}	Débit axial sans dimension $\bar{Q} = Q / (L C V)$		
S	Nombre de Sommerfeld $S = \frac{\mu L V}{\pi W} \left(\frac{R}{C}\right)^2 = \frac{\mu L D N}{W} \left(\frac{R}{C}\right)^2$		

"Palier court" : $L/D \leq 1/8$

ε	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
$S \left(\frac{L}{D}\right)^2$	0,99	0,461	0,272	0,17	0,106	0,0625	0,033	0,0139	0,00331	0,000812
ϕ	83	75	68	61	54	47	39	31	21	15
$\frac{R}{C} f_a \left(\frac{L}{D}\right)^2$	18,75	8,514	4,98	3,14	2,016	1,25	0,722	0,355	0,114	0,0388
\bar{C}_a	18,94	18,47	18,31	18,5	19,02	20,02	21,89	25,55	34,58	47,79

$L/D = 1/4$

ε	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
S	16,2	7,57	4,49	2,83	1,78	1,07	0,58	0,263	0,0728	0,0221
ϕ	82,5	75,5	68,5	61,5	54	47	39,5	31,5	21,5	15,5
$\frac{R}{C} f_a$	307	140	82,5	52,67	34,26	21,85	13,18	6,97	2,70	1,20
$Q/(LCV)$	0,0983	0,196	0,295	0,393	0,491	0,590	0,688	0,787	0,885	0,933
\bar{C}_a	18,95	18,49	18,37	18,61	19,24	20,42	22,74	26,5	37,09	54,3

L/D = 1/2

ε	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
S	4,32	2,03	1,21	0,784	0,508	0,3180	0,184	0,0912	0,0309	0,0116
ϕ	82	75	68,5	61,53	55	48	41	33	23,5	17
$\frac{R}{C} f_a$	82,10	37,71	22,55	14,75	9,94	6,67	4,33	2,59	1,27	0,70
Q/(LCV)	0,0938	0,187	0,281	0,374	0,468	0,562	0,657	0,751	0,845	0,890
\bar{C}_a	19	18,57	18,64	18,81	19,57	20,97	23,53	28,4	41,1	60,34

L/D = 1

ε	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
S	1,33	0,631	0,388	0,260	0,178	0,120	0,0776	0,0443	0,0185	0,00831
ϕ	79,5	74	68	62,5	56,5	50,5	44	36	26	19
$\frac{R}{C} f_a$	25,36	11,87	7,35	5,07	3,67	2,70	1,99	1,40	0,859	0,563
Q/(LCV)	0,0801	0,159	0,237	0,314	0,390	0,466	0,542	0,616	0,688	0,721
\bar{C}_a	19,06	18,81	18,94	19,5	20,62	22,5	25,64	31,6	46,43	67,75

L/D = 2

ε	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
S	0,559	0,271	0,173	0,122	0,0893	0,0654	0,0463	0,0297	0,0143	0,00707
ϕ	75	71	67	62,5	58	52,5	46,5	39	29	21
$\frac{R}{C} f_a$	10,76	5,21	3,40	2,50	1,96	1,60	1,31	1,04	0,730	0,517
Q/(LCV)	0,0538	0,104	0,153	0,199	0,243	0,285	0,329	0,369	0,406	0,422
\bar{C}_a	19,25	19,22	19,65	20,49	21,95	24,46	28,29	35,01	51,05	73,12

"Palier long" : L/D \geq 4

ε	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
S	0,247	0,123	0,0823	0,0628	0,0483	0,0389	0,0297	0,0211	0,0114	0,00605
ϕ	69	67	64	62	58	54	49	42	32	23
$\frac{R}{C} f_a$	5,02	2,61	1,84	1,47	1,25	1,10	0,98	0,852	0,658	0,494
\bar{C}_a	19,54	19,85	20,68	22,03	24,03	26,89	31,39	38,80	55,42	78,42

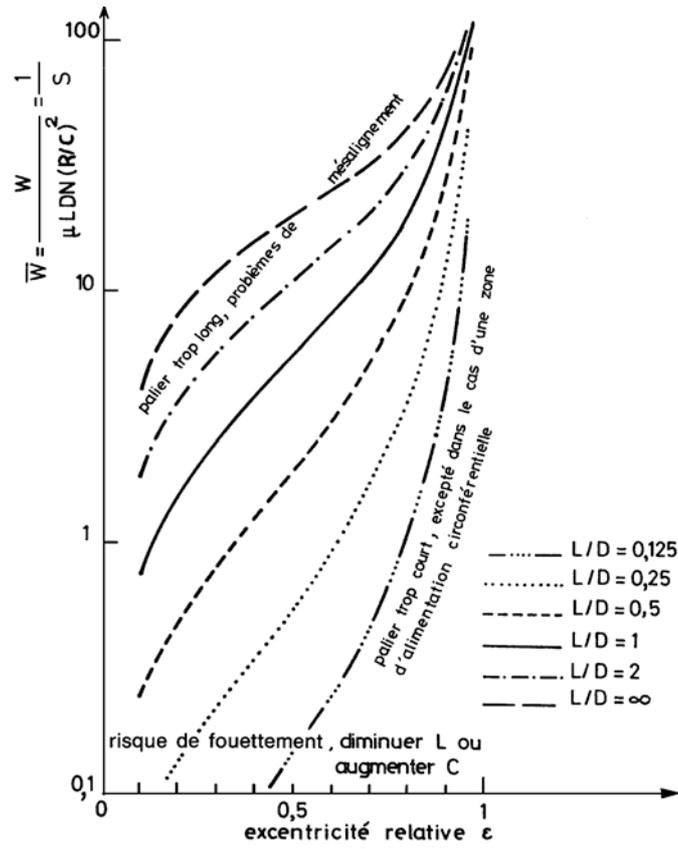


Fig.9 : Variation de la charge en fonction de l'excentricité

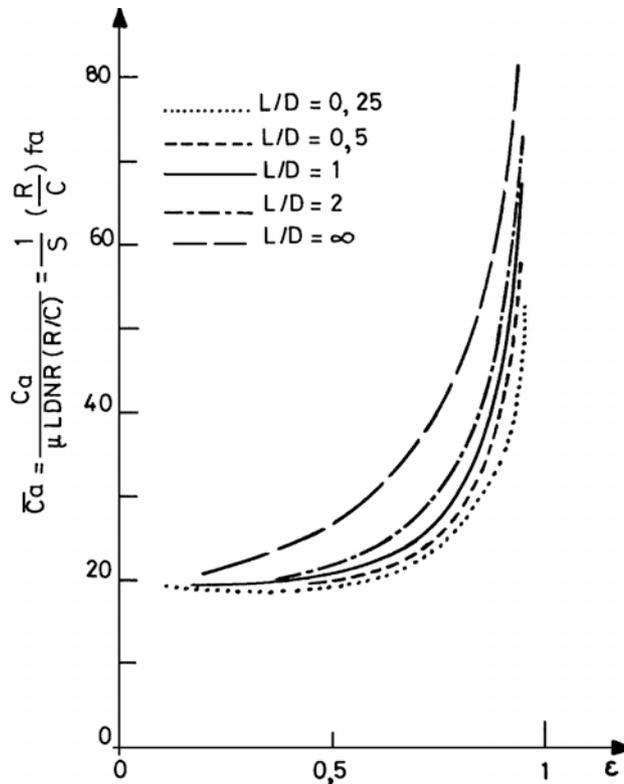


Fig.10 : Variation du couple de frottement sur l'arbre en fonction de l'excentricité

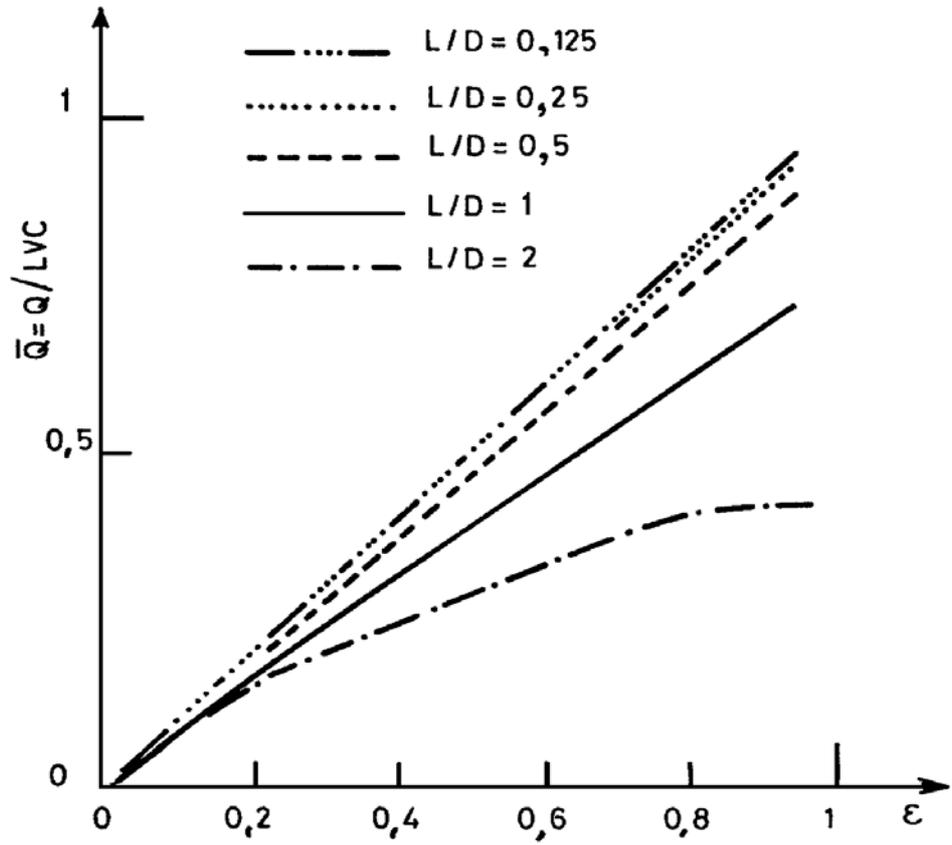


Fig. 11 : Débit axial en fonction de l'excentricité

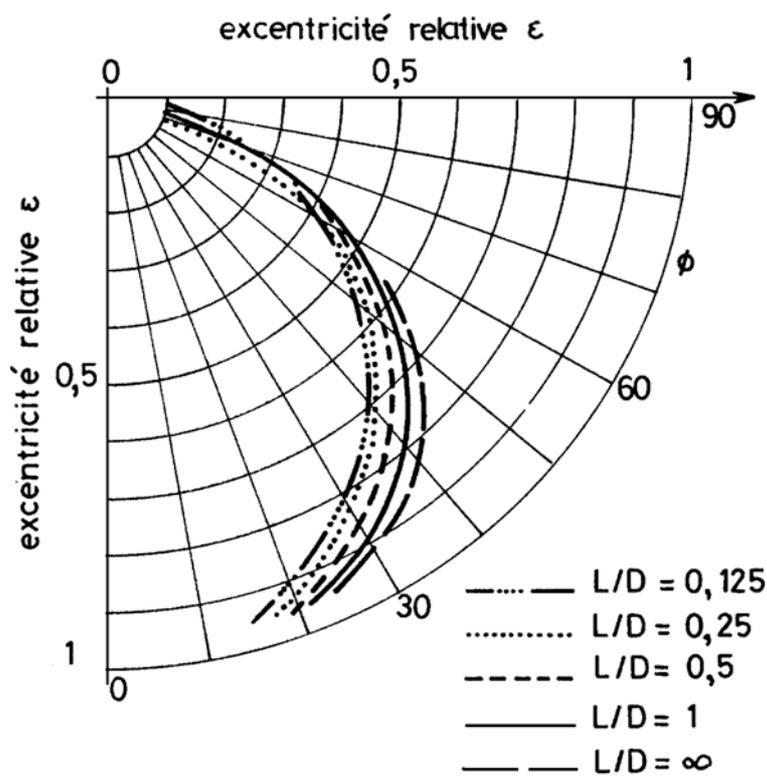


Fig.12 : Angle de calage

6 - EFFET THERMIQUE GLOBAL

L'hypothèse d'une viscosité constante en tout point de l'écoulement est erronée car on sait que la température est variable. La répartition de température à l'intérieur du film peut être obtenue en résolvant simultanément l'équation de l'énergie, l'équation de Reynolds généralisée et les équations de conduction de la chaleur dans l'arbre et le coussinet. La résolution de ce problème tridimensionnel n'a été envisagée qu'à partir des années 1960 et une solution satisfaisante à ce problème n'a été donnée qu'à partir des années 1980 [15]. Historiquement, et pratiquement, on a introduit le concept de "viscosité effective" qui consiste à supposer le régime isotherme et la température égale à $T_f = T_e + \Delta T$, où T_e est la température d'entrée du lubrifiant et ΔT l'accroissement de température obtenu en égalant un pourcentage de l'énergie générée par cisaillement à la quantité de chaleur évacuée par le lubrifiant :

$$P = \lambda C_a \omega = \rho C_p Q \Delta T$$

où λ est un paramètre fixé : $0,5 < \lambda \leq 1$ qui rend compte de l'environnement du palier. Pour un écoulement adiabatique $\lambda = 1$. On prend souvent $\lambda = 0,85$. Cela signifie que 85% de la chaleur est évacuée par le fluide et 15% par l'arbre et le coussinet. Comme, pour une charge donnée, le couple et le débit sont fonction de la viscosité du lubrifiant, l'équation ci dessus doit être résolue de manière itérative. Le processus est précisé fig. 13.

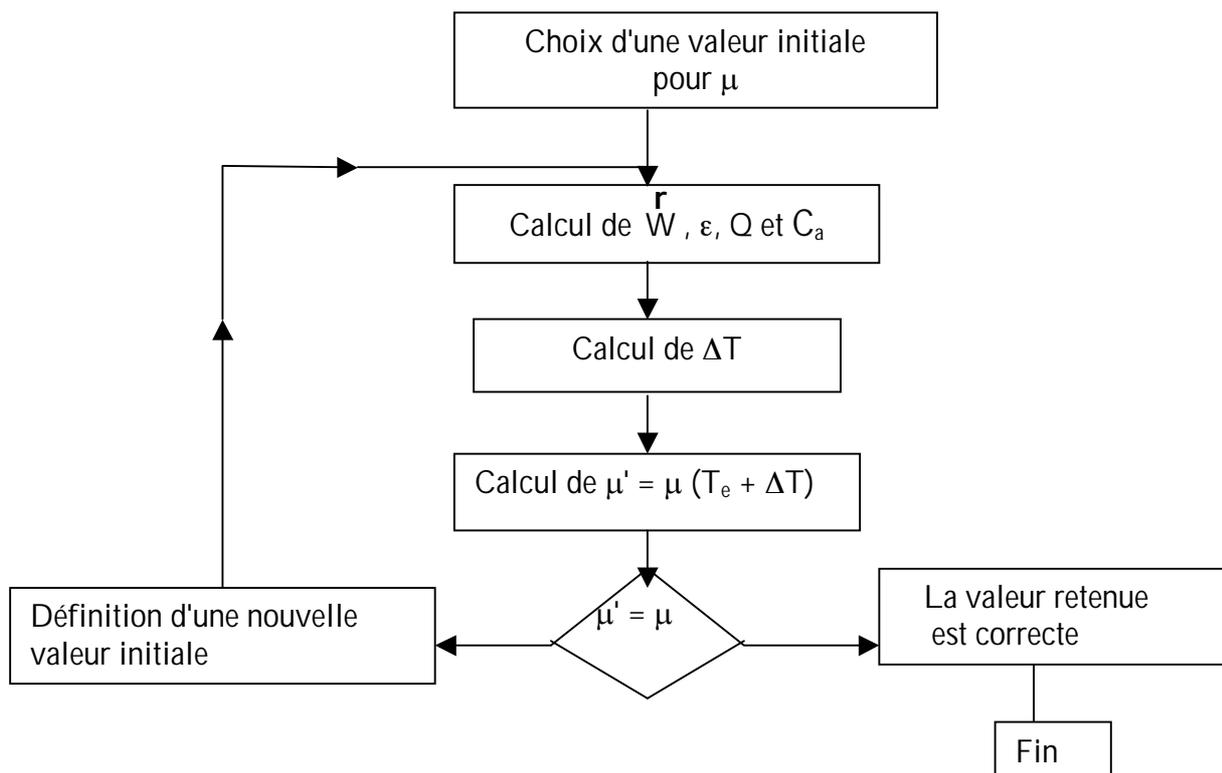


Fig. 13 : Calcul de la viscosité effective

La convergence de ce processus itératif dépend de la valeur de T_e , de la forme de la relation $\mu(t)$, du couple et du débit. Lorsque le processus diverge, on peut introduire un coefficient de pondération σ (sous relaxation $0 < \sigma < 1$) et écrire [16] :

$$\Delta T^{(n+1)} = (1 - \sigma) \Delta T^{(n)} + \sigma (\lambda C_a) / (\rho C_p Q)$$

En pratique, une valeur de σ égale à 0,5 et une valeur initiale nulle pour ΔT assurent une convergence rapide. Cette méthode a été introduite dans un grand nombre de processus automatiques de calcul sur ordinateur.

Cette approche ne permet pas de déterminer la température maximale de surface du palier. Certains auteurs [17] proposent d'utiliser pour cette valeur la relation empirique :

$$T_{\max} = T_e^0 + 2 \Delta T$$

Si la température maximale ainsi calculée est proche de la température limite admissible, une analyse thermique plus précise du palier doit être effectuée.

7 - APPLICATION AU CALCUL D'UN PALIER LISSE

Soit un palier lisse lubrifié avec une huile dont la viscosité, la masse volumique et la capacité calorifique à la température de fonctionnement, sont respectivement :

viscosité	$\mu = 0,015 \text{ Pa.s.}$
masse volumique	$\rho = 860 \text{ kg/m}^3$
chaleur massique	$C_p = 2000 \text{ J/kg C}^\circ$

Les dimensions du palier sont :

longueur	$L = 100 \text{ mm}$
rayon	$R = 50 \text{ mm}$
jeu radial	$C = 0,075 \text{ mm}$

la charge appliquée est $W = 50\,000 \text{ N}$.
et la vitesse de rotation $N = 50 \text{ tr/s}$.

Pour ces conditions, le rapport $L/D = 1$ et le nombre de Sommerfeld est :

$$S = \frac{\mu L D N}{W} \left(\frac{R}{C} \right)^2 = 0,0666$$

la vitesse linéaire d'un point appartenant à la surface de l'arbre est donnée par:

$$V = R \omega = 15,71 \text{ m/s}$$

Après interpolation dans le tableau 2, on obtient :

- excentricité relative : $\varepsilon = 0,733$
- angle de calage : $\phi = 41,3^\circ$
- nombre de frottement : $f_a \frac{R}{C} = 1,794$
- couple sans dimension : $\bar{C}_a = 27,63$
- débit sans dimension : $\bar{Q} = 0,569$

On en déduit :

- L'épaisseur minimale du film : $h_{\min} = C (1 - \varepsilon) = 20 \mu\text{m}$
- le couple de frottement : $C_a = 6,9 \text{ m N}$
- le débit axial : $Q = 67 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$.
- la puissance dissipée : $P = C_a \omega = 2140 \text{ W}$

Si l'on suppose que 85% de cette puissance a été évacuée par le fluide ($\lambda = 0,85$) l'échauffement moyen de l'huile est de :

$$\Delta T = \frac{P}{\lambda C_p Q} = 15,8 \text{ }^\circ\text{C}$$

Cela signifie que la température d'entrée du lubrifiant est d'environ 16° inférieure à celle correspondant à la viscosité utilisée pour les calculs.

Les solutions analytiques données par les approches du "palier court" et du "palier long", conduisent aux résultats dimensionnés suivants (tableau 3):

Tableau 3 : Comparaison entre "palier court", "palier long" et palier de longueur finie

	L/D = 1	"Palier court"	"Palier long"
excentricité relative	0,733	0,59	0,38
angle de calage	41,3°	46,2	63,6
nombre de frottement	1,794	1,34	1,54
couple sans dimension	27,63	19,9	21,8
débit sans dimension	0,569	0,59	-

On constate que les erreurs peuvent être très importantes, particulièrement sur l'excentricité relative, c'est à dire sur l'épaisseur minimale du film et sur l'angle de calage qui sont fortement surestimés. Elles restent modérées pour le couple de frottement, et pratiquement négligeables sur le débit dans le cas du palier court.

8 - COMPARAISON THEORIE - EXPERIMENTATION

Les méthodes de calcul isothermes ne peuvent être vérifiées qu'en utilisant de l'eau comme lubrifiant ou pour des conditions de fonctionnement pour lesquelles l'énergie dissipée par cisaillement est faible et conduit à un échauffement et une diminution de viscosité peu importantes.

Des essais ont été réalisés à l'INSA de Lyon [18] avec des paliers circulaires de diamètre 50 mm, lubrifiés à l'eau. On obtient une bonne corrélation entre les valeurs mesurées et calculées, fig. 14 à 15

Des écarts significatifs sont constatés même pour des paliers de faible diamètre lorsque les hypothèses de calcul ne sont plus vérifiées. Les méthodes de calcul isothermes ne

conduisent pas à une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux. C'est le cas, par exemple, pour une lubrification à l'huile, des résultats obtenus par DUBOIS et OCVIRK [16] pour un palier circulaire de diamètre 35 mm (fig. 16 et 17).

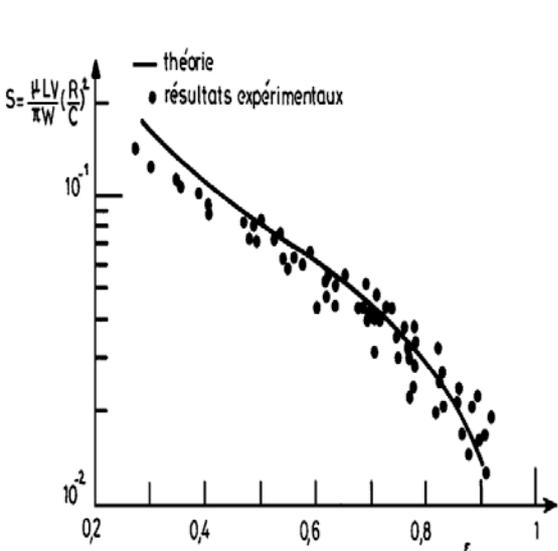


Fig. 14a : Palier long

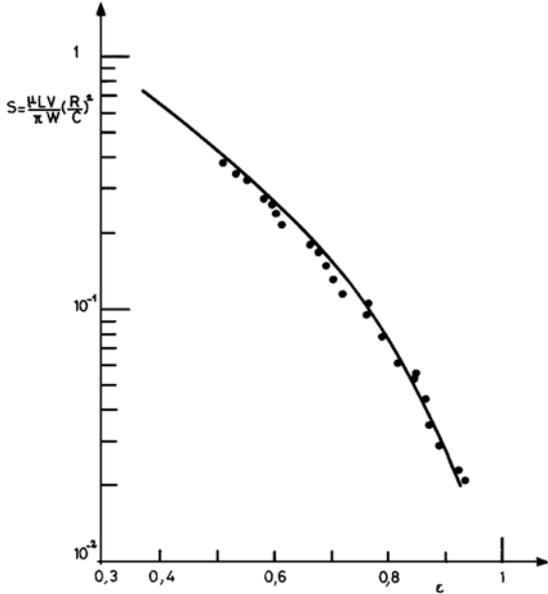


Fig. 14b : Palier court

Fig. 14 : Variations du nombre de Sommerfeld avec l'excentricité d'après [15]

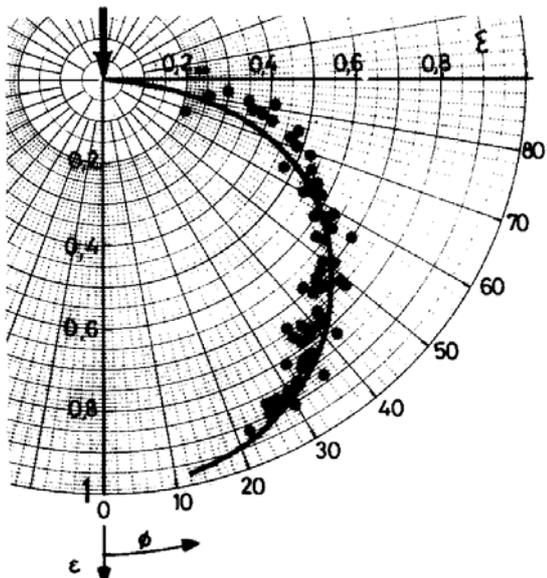


Fig. 15a : Palier long

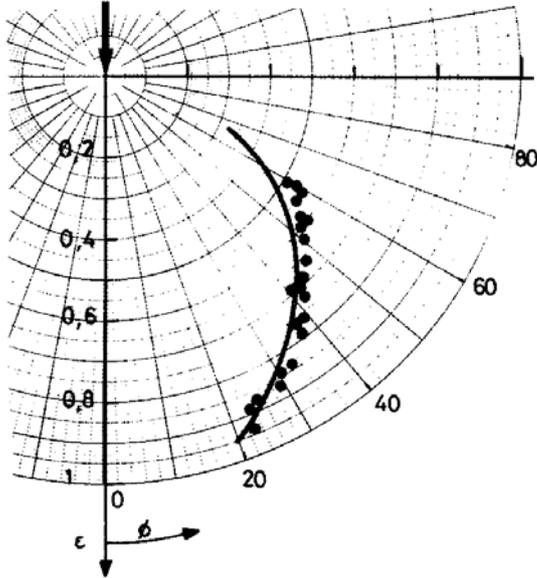


Fig. 15b : Palier court

Fig. 15 : Variations de l'angle de calage avec l'excentricité d'après [15]

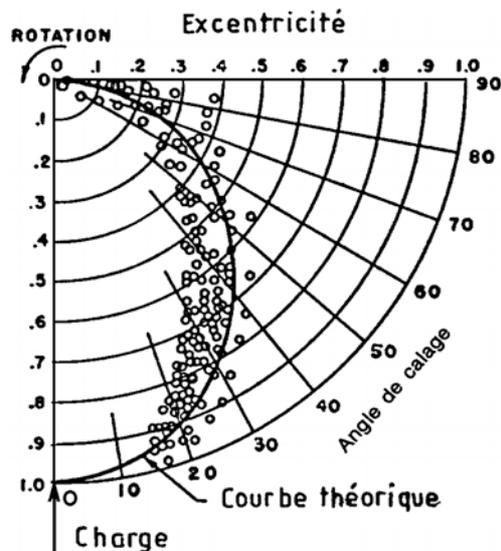


Fig. 16 : Angle de calage d'après [16]

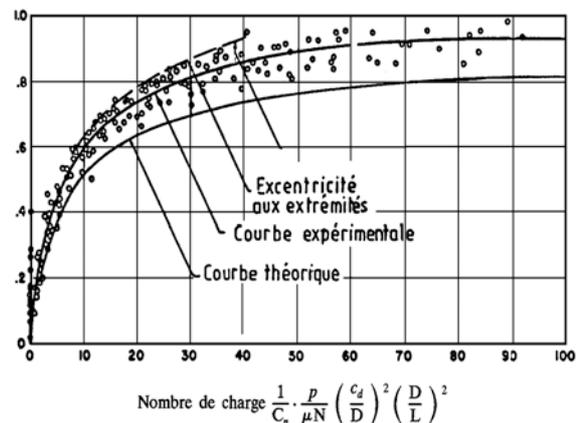


Fig. 17 : nombre de charge d'après [16]

BIBLIOGRAPHIE

Une partie de ce chapitre a été publiée par Techniques de l'Ingénieur : J. FRENE, "Paliers hydrodynamiques", B 671 et B 671,1 (1982) complété et réédité en 1997.

- 1 - Sommerfeld A. "Zur hydrodynamischen theorie der schiermittelreibung" Z. angew. Math. Phys., 50, p. 97-155, 1904.
- 2 - SWIFT H.W. "The stability of lubricating films in journal bearings". Proc. Inst. Civil Eng., 233, Pt 1, pp. 267-322, 1931-1932.
- 3 - STIEBER W. "Das Schwimmlager", Krayn, VDI, 1933, Berlin.
- 4 - Ocvirk F.W., Dubois G.B. "Analytical derivation and experimental evaluation of short bearing approximations of full journal bearing". NACA, Tech. rep. 1157, 1953.
- 5 - Booker J.F., "a table of the journal bearing integrals". Trans. ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 87, n°3, p. 533-535, 1965.
- 6 - Bayada G. "Modelisation of a cavitation problem". Euromech Colloquium, n°124, Orbassano, Italy, oct. 2-4, 1979.
- 7 - Bayada G. et Chambat M. "Problèmes à frontière libre en lubrification hydrodynamique : étude monodimensionnelle". S.A.N.T.I. Université Claude Bernard, Lyon I, n°79-2, sept. 1979.
- 8 - El Alaoui Talibi M. "sur un problème à frontière libre associé à la modélisation de la cavitation en mécanique des films minces". thèse de Doctorat, Lyon, 26 sept. 1986.
- 9 - Michell A.G. "Progress in fluid film lubrication". Trans. ASME, 51, M.S.P. 51. 21., p. 153-163, 1929.
- 10 - Warner P. "Static and dynamic properties of partial journal bearings". Jour. of Basic Eng., Trans. ASME, Series D, 85, p. 247-257, 1963.
- 11 - Falkenhagen G.L., Gunter E.J. and Shuller F.L. "Stability and transient motion of a vertical three-lobe bearing system". Journal of Eng. for Ind., Trans. ASME, Series B 99, p. 665-677, 1972.
- 12 - Barret L.E., Allaire P.E. and Gunter E.F. "A finite length bearing correction factor for short bearing theory". Trans. ASME, jour. of Lub. Tech., Series F, Vol. 102, n°3, July 1980, p. 283-290.

13 - Black H.F. and Brown R.D. "Fast dynamic calculations for non-circular bearings". Tribology conv. I. Mech. E. Druham, 1978, p. 41-46.

14 - Rohde S.M. and Li D.F. "A generalized short bearing theory". Trans. ASME, Journal of Lubrification Technology, Series F, Vol. 102, n°2, July 1980, p. 278-282.

15 - Rohde S.M. "Computational techniques in the analysis and design of fluid film bearing". Research publication, General Motors Corporation, Warren Michigan, GMR 2279, 1976.

16 - E.S.D.U. "Journal bearing calculations". ITEM - 66023 - Inst. of Mech. Engineers.

17 - Les paliers à patins oscillants. Comportement dynamique. Aspects expérimentaux. Rapport n°4. contrat de recherche EDF - INSA, Laboratoire de Mécanique des Contacts, décembre 1980.

18 - Dubois G.B. and Orvirk F.W. "The short bearing approximation for plain journal bearings". Transaction of the ASME, November 1955, p. 1173.

ANNEXE 1

Calcul des intégrales du type [5] :

$$I_n^{l,m} = \int \frac{\sin^l \theta \cos^m \theta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^n} d\theta$$

avec $0 < \varepsilon < 1$

Ces intégrales s'écrivent :

$$I_n^{00} = \frac{1}{(n-1)(1-\varepsilon^2)} \left(\frac{-\varepsilon \sin \theta}{(1+\varepsilon \cos \theta)^{n-1}} + (2n-3)I_{n-1}^{00} - (n-2)I_{n-2}^{00} \right) \quad n \neq 1$$

$$I_1^{00} = \frac{2}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \left\{ \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right\}$$

$$I_2^{00} = \frac{1}{1-\varepsilon^2} \left[\frac{-\varepsilon \sin \theta}{(1+\varepsilon \cos \theta)} + I_1^{00} \right]$$

$$I_3^{00} = \frac{1}{2(1-\varepsilon^2)^2} \left[\frac{-\varepsilon \sin \theta (4+3\varepsilon \cos \theta - \varepsilon^2)}{(1+\varepsilon \cos \theta)^2} + (4\varepsilon^2 - 1)I_1^{00} \right]$$

$$I_n^{01} = \frac{1}{\varepsilon} \left[-I_n^{00} + I_{n-1}^{00} \right]$$

$$I_n^{02} = \frac{1}{\varepsilon^2} \left[I_n^{00} - 2I_{n-1}^{00} + I_{n-2}^{00} \right]$$

$$I_n^{03} = \frac{1}{\varepsilon^3} \left[-I_n^{00} + 3I_{n-1}^{00} - 3I_{n-2}^{00} + I_{n-3}^{00} \right]$$

$$I_n^{10} = \frac{1}{(n-1)\varepsilon (1+\varepsilon \cos \theta)^{n-1}} ; \quad \text{pour } n \neq 1$$

$$I_n^{10} = -\frac{1}{\varepsilon} \ln (1 + \varepsilon \cos \theta); \quad \text{pour } n = 1$$

$$I_n^{11} = \frac{1}{\varepsilon} \left[I_n^{10} + I_{n-1}^{10} \right]$$

$$I_n^{12} = \frac{1}{\varepsilon^2} \left[I_n^{10} - 2 I_{n-1}^{10} + I_{n-2}^{10} \right]$$

$$I_n^{13} = \frac{1}{\varepsilon^3} \left[I_n^{10} + 3 I_{n-1}^{10} - 3 I_{n-2}^{10} + I_{n-3}^{10} \right]$$

$$I_n^{20} = \frac{1}{\varepsilon^2} \left[(1 - \varepsilon^2) I_n^{00} + 2 I_{n-1}^{00} - I_{n-2}^{00} \right]$$

$$I_n^{21} = \frac{1}{\varepsilon^2} \left[(1 - \varepsilon^2) I_n^{00} - (3 - \varepsilon^2) I_{n-1}^{00} + 3 I_{n-2}^{00} - I_{n-3}^{00} \right]$$

CHAPITRE 7

BUTEES ET PALIERS HYDROSTATIQUES

1 - INTRODUCTION

Dans les chapitres précédents, nous avons vu qu'un palier ou une butée, ne peut fonctionner sous charges importantes que si le film lubrifiant est convergent et si les surfaces sont en mouvement.

Par contre, un palier ou une butée hydrostatiques fonctionnent parfaitement si l'une ou les deux conditions précédentes ne sont pas vérifiées. Dans le cas simple où l'épaisseur du film lubrifiant est constante et les vitesses des surfaces nulles, l'équation de Reynolds se réduit à l'équation de Laplace : $\Delta p = 0$. Cela entraîne un champ de pression positif, si et seulement si, une partie de la frontière du domaine d'intégration est à pression positive.

Lorsque la vitesse des surfaces conduit à une portance hydrodynamique et qu'il existe une source à pression positive, le régime de lubrification est appelé hybride.

Une des premières réalisations connues des paliers hydrostatiques est mentionnée dans le grand dictionnaire Universel Larousse de 1865 [1]. Cette invention est présentée ainsi : « Girard a imaginé récemment un nouveau mode de support des arbres, au moyen duquel on obtient une réduction considérable dans la résistance due au frottement ; la partie du coussinet sur laquelle doit reposer le tourillon est percée d'un trou autour duquel sont disposées des rainures en sens divers ; un jet d'eau à forte pression pénètre par ce trou et soulève le tourillon, qui tourne sur une mince couche d'eau sans toucher au coussinet, de sorte que le coefficient de frottement est presque réduit à zéro. Quoique la machine doive fournir la force nécessaire pour mettre en jeu la pompe, l'économie, dit-on, est considérable. Néanmoins, cette invention n'a pas reçu d'application sérieuse et, de fait, l'introduction de l'eau dans des organes en fer nous paraît présenter de sérieux inconvénients. »

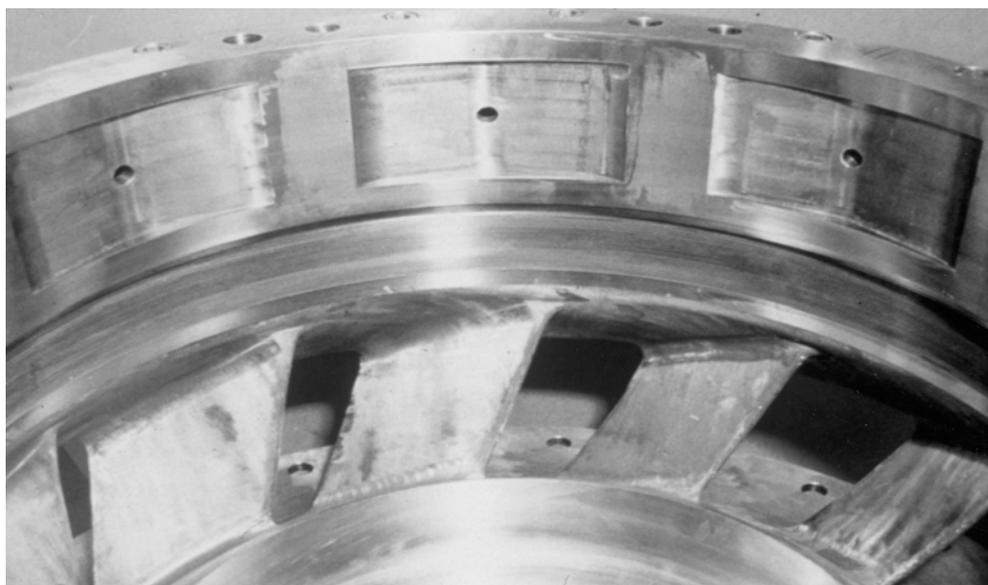


Fig. 1 : Coussinet du palier hybride d'une pompe primaire de réacteur nucléaire N4

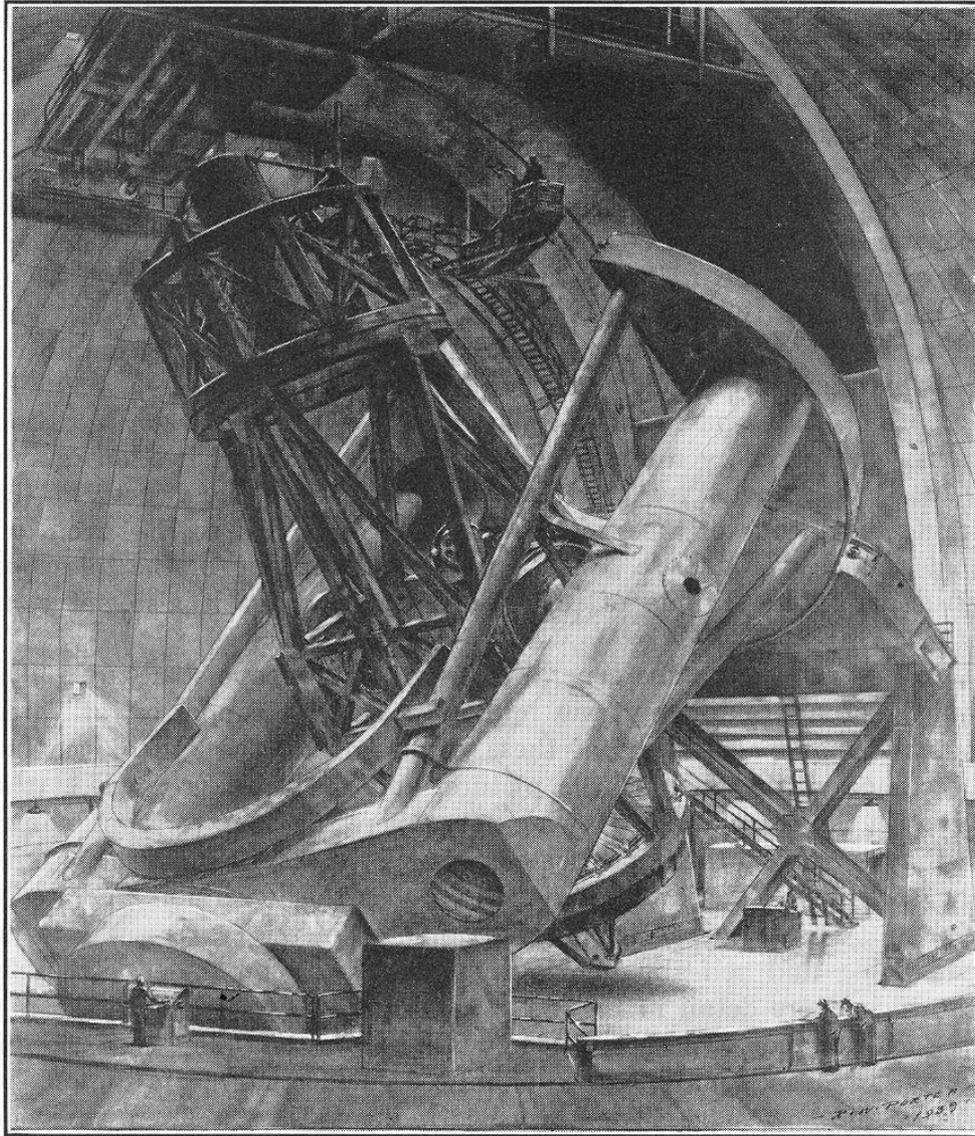


Fig. 2 a : Vue générale du télescope du mont Palomar

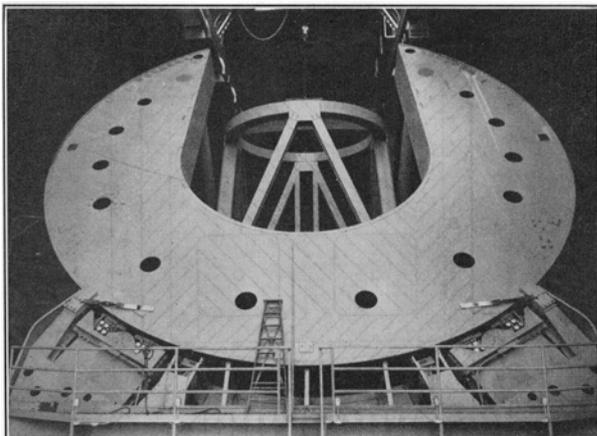


Fig. 2b : Vue de la base du télescope montrant deux des trois supports

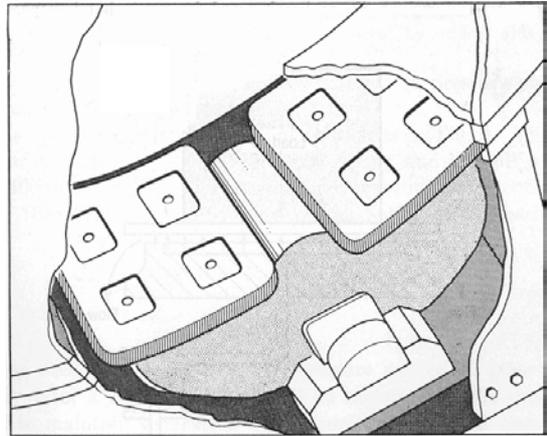


Fig. 2c : Vue d'une paire de butées hydrostatiques

Aujourd'hui, le rotor de la pompe primaire des réacteurs nucléaires N4 est guidé par un palier hybride fonctionnant sur ce principe et lubrifié par de l'eau pressurisée à une température voisine de 280° (fig. 1).

Nous citerons aussi les travaux de Gérard en 1949 [2, 3] qui présente la réalisation de broches utilisant des paliers hydrostatiques dont la raideur est, selon la pression d'alimentation, comprise entre $5 \cdot 10^7$ et 10^8 N/m.

Les paliers hydrostatiques sont utilisés sur des broches d'alésouses et de rectifieuses de grande précision. Par ailleurs le télescope du mont Palomar (fig. 2a) construit vers 1939, a été le premier télescope de grandes dimensions supporté par des glissières hydrostatiques. Sa masse est d'environ 450 000 kg, il repose sur trois fois deux patins hydrostatiques (fig. 2b et 2c), dont la surface par patin est de 0,5 m². La pompe qui alimente l'ensemble des patins a une puissance de 2 kW. Le moteur qui entraîne le télescope en rotation a une puissance de 60 W et cette puissance très surabondante.

2 - PRINCIPE DE LA LUBRIFICATION

Un système hydrostatique comporte deux surfaces, l'une est lisse tandis que l'autre comporte une ou plusieurs cavités (ou alvéoles), (fig. 3a).

On distingue deux régions : des zones (les portées) où l'épaisseur h du film est mince et des zones, constituées par les cavités (ou alvéoles), dont la profondeur $e + h$ est grande devant l'épaisseur du film h . L'arrivée extérieure du fluide se fait dans les alvéoles.

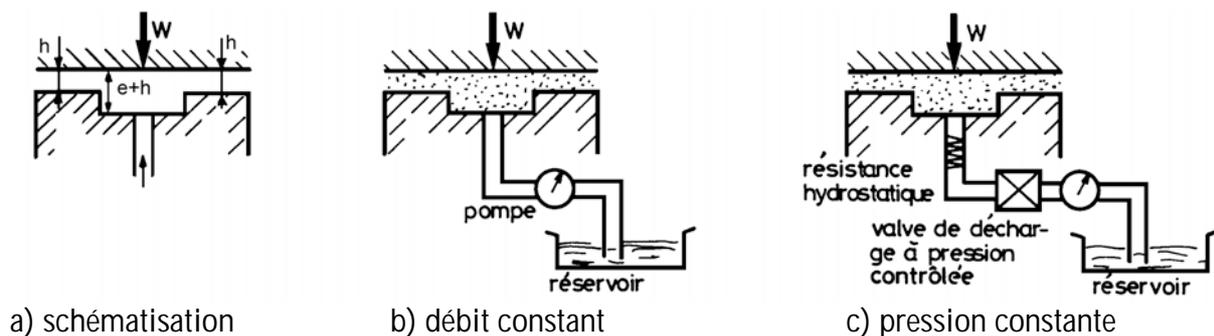


Fig. 3 : Principe de fonctionnement d'une butée hydrostatique.

Les deux principales méthodes utilisées pour introduire le fluide à l'intérieur du palier sont :

- l'alimentation à débit constant : ce type de lubrification est seulement valable pour les liquides (fig. 3b),
- l'alimentation à pression constante à travers une résistance hydraulique (fig. 3c).

Dans les systèmes à débit constant, on place une pompe volumétrique entre le réservoir et l'alvéole (fig. 3b). Lorsque le mécanisme comporte plusieurs alvéoles, on peut soit alimenter chaque butée par une pompe individuelle, soit utiliser des régulateurs à débit constant qui permettent de distribuer le fluide à partir d'une seule pompe. Cette solution qui assure une grande raideur est peu employée car elle est complexe et coûteuse. On préfère utiliser des systèmes à pression constante.

Dans les mécanismes à pression constante, on place une résistance hydraulique immédiatement en amont de l'alvéole (fig. 3c). Les types de résistance les plus fréquemment utilisés sont les tubes capillaires et les orifices en paroi mince (diaphragme). On emploie parfois des gicleurs qui représentent un compromis entre les deux systèmes précédents ainsi que des parois poreuses qui répartissent mieux le champ de pression mais qui peuvent se

colmater. On utilise aussi des résistances auto régulatrices (de type servovalve) qui possèdent une résistance variable avec le débit, ceci permet d'accroître la raideur de la butée. Théoriquement, il est possible de concevoir des résistances variables telles que la raideur du mécanisme soit pratiquement infinie ; en fait, ces résistances variables peuvent être sources d'oscillations auto entretenues : la butée devient alors un générateur de vibrations. On trouve peu de résultats publiés sur ce type de résistances hydrauliques [4, 5, 6] et ils sont souvent obtenus en laboratoire. Dans le cas des paliers hybrides, Rowe et al [7] propose de supprimer les alvéoles et d'utiliser des orifices inhérents comme dans le cas des paliers à gaz. Cette solution permet d'utiliser l'action hydrodynamique et de réduire à grande vitesse, les pertes par cisaillement dans les alvéoles.

Nous n'envisagerons ici que les systèmes à pression constante régulés par résistance hydraulique : capillaire et orifice.

2.1 - AVANTAGES ET INCONVENIENTS DES PALIERS HYDROSTATIQUES

L'inconvénient principal est le coût et l'encombrement. Cependant, dans de très nombreux cas, il est possible d'utiliser une source de pression existante pour faire fonctionner le palier ce qui réduit sensiblement le coût.

Les paliers hydrostatiques, particulièrement ceux qui fonctionnent avec des liquides, possèdent de nombreux avantages :

- les deux surfaces sont toujours séparées par un film fluide, même lorsqu'elles sont immobiles, ce qui théoriquement rend l'usure nulle et assure ainsi une très grande durée de vie. Le phénomène de frottement saccadé (stick-slip) au démarrage et à faible vitesse est supprimé.
- La pression est distribuée sur une grande surface, il n'y a pas de concentration de pression et pas de fatigue des surfaces.
- Comme la portance ne résulte pas du mouvement des surfaces, l'effet des imprécisions d'usinage est très atténué surtout dans le cas des liquides.

3 - ETUDE D'UNE BUTEE HYDROSTATIQUE SIMPLE

Nous allons sur un exemple très simple, montrer les principes de fonctionnement et de calcul d'une butée hydrostatique lubrifiée par un fluide incompressible. Considérons une butée plane à un alvéole central (fig. 4) que nous supposerons de longueur infinie suivant Oz. Si la profondeur de l'alvéole e est suffisamment grande devant l'épaisseur h du film, ($e/h \geq 50$), l'expérience montre qu'en régime laminaire, la pression dans l'alvéole est pratiquement constante ; on notera P_a cette pression. Dans ces conditions, on étudie l'écoulement que le long des segments OA et DC, (la butée étant supposée infiniment longue, tous les calculs seront effectués pour une longueur L). Par ailleurs, la plaque supérieure est animée d'un mouvement de translation, parallèlement à elle-même, à la vitesse U .

3.1. CALCUL DE LA CHARGE

Pour un film incompressible et isovisqueux, la masse volumique ρ et la viscosité dynamique μ sont des constantes. Les plaques étant parallèles, l'épaisseur h est aussi constante. L'équation de Reynolds qui donne la pression p dans le film, se réduit à :

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = 0$$

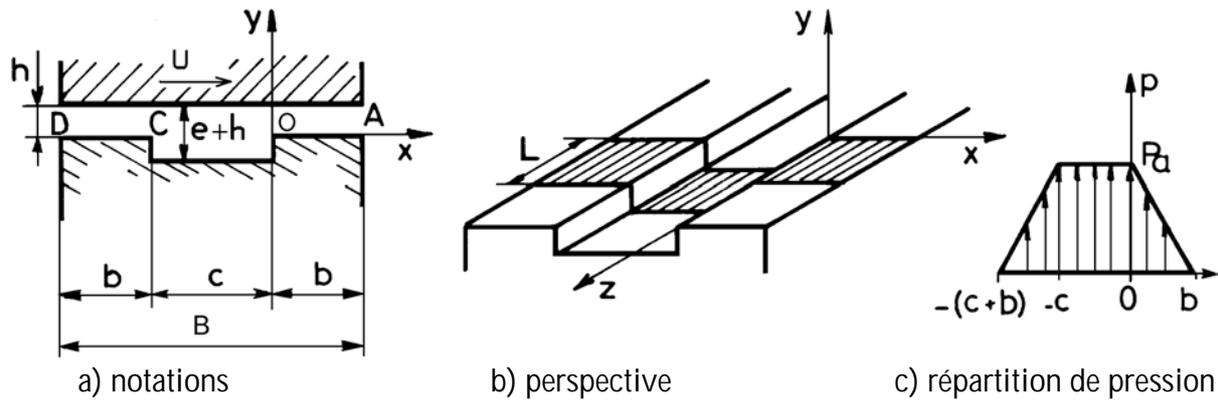


Fig. 4 : Butée hydrostatique infiniment longue.

L'intégration de cette équation donne : $p = Ax + C$ où A et C sont déterminés à partir des conditions aux limites sur la pression. Si la pression ambiante est prise comme pression de référence ces conditions s'écrivent :

$$\begin{array}{llll} p = P_a & \text{pour} & x = 0 & \text{et} & x = -c \\ p = 0 & \text{pour} & x = b & \text{et} & x = -b - c \end{array}$$

Il vient :

$$p = \frac{P_a}{b}(b - x) \quad 0 \leq x \leq b$$

et

$$p = \frac{P_a}{b}(c + b + x) \quad -(c + b) \leq x \leq -c$$

La courbe de pression est présentée sur la figure 4c. La charge pour une longueur L , s'écrit :

$$W = L \int_S p ds = L \int_{S_a} P_a ds + L \int_{S_p} p ds$$

où S_a représente la surface de l'alvéole, et S_p la surface des portées de largeur b . Après intégration, il vient :

$$W = P_a L(b + c) = P_a L(B - b) = P_a (S_a + S_p / 2) = P_a (S + S_a) / 2$$

avec $B = 2b + c$ la largeur de la butée et $S = LB$, la surface totale de la butée.

On peut écrire cette relation sous la forme plus générale :

$$W = P_a S K_w$$

où $K_w = 1 - b/B$ est un coefficient de charge compris entre 0 et 1. Ainsi, la charge, proportionnelle à la pression existant dans l'alvéole, est indépendante de l'épaisseur h du film et est fonction des dimensions de la butée. La charge peut également s'écrire :

$$W = \beta P_s S K_w$$

où $\beta = P_a / P_s$ représente le rapport de la pression dans l'alvéole P_a à la pression P_s fournie par la pompe.

3.2. CALCUL DU DEBIT

La vitesse du fluide est donnée par la relation :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y(y-h) + \frac{Uy}{h}$$

Le débit Q du fluide qui sort de la butée est obtenu par intégration de la vitesse :

$$Q = L \int_0^h u(x=b) dy - L \int_0^h u(x=-b-c) dy = \frac{L h^3 P_a}{6\mu b}$$

en introduisant le coefficient de débit $K_Q = \frac{L}{6b}$; ce débit s'écrit :

$$Q = \frac{P_a h^3}{\mu} k_Q$$

soit encore :

$$Q = \beta \frac{P_s h^3 K_Q}{\mu}$$

Si l'on calcule indépendamment le débit sortant à droite et à gauche de la butée, il vient :

$$Q_1 = L \int_0^h u(x=b) dy = \frac{L h^3 P_a}{12\mu b} + \frac{U L h}{2}$$

$$Q_2 = L \int_0^h (u = -b-c) dy = -\frac{L h^3 P_a}{12\mu b} + \frac{U L h}{2}$$

Ainsi Q_2 est la somme d'un terme positif et d'un terme négatif. Si

$$\frac{h^2 P_a}{6\mu b} \leq U_c$$

de l'air entre dans le contact par la partie gauche de la butée et le système ne fonctionne plus. Pour remédier à cela, il suffit de placer à l'extrémité gauche de la butée, une rainure alimentée en fluide à une pression légèrement supérieure à la pression atmosphérique afin d'éviter l'entrée de l'air dans le contact. Ainsi le débit total est toujours :

$$Q = Q_1 - Q_2 = \frac{L h^3 P_a}{6\mu b}$$

3.3. STABILITE DE LA BUTEE

La relation donnant la charge montre que celle-ci est proportionnelle à la pression dans l'alvéole P_a mais indépendante de l'épaisseur du film lubrifiant h . Par contre, la relation donnant le débit met en évidence la liaison qui existe entre le débit, l'épaisseur du film et la pression P_a . Pour que le système soit équilibré, il est nécessaire qu'à une augmentation de la charge appliquée W corresponde un accroissement de la pression dans l'alvéole P_a pour une variation la plus petite possible de l'épaisseur h du film lubrifiant. Cet asservissement de la pression au débit est obtenu en plaçant une résistance hydraulique entre la source à pression constante P_s et l'alvéole (fig. 3c).

La raideur de la butée, c'est-à-dire le taux de variation de la capacité de charge avec l'épaisseur du film, sera donnée par la relation :

$$\lambda = -\frac{\partial W}{\partial h} = -\frac{\partial W}{\partial P_a} \frac{\partial P_a}{\partial h}$$

3.3.a - Cas du capillaire

Un capillaire est un tube relativement long dont le rapport de la longueur l_c au rayon r est grand ($l_c / r > 40$). Lorsque l'écoulement est laminaire et que les effets d'inertie sont négligeables (c'est-à-dire pour des nombres de Reynolds très inférieurs à 1000), le débit est donné par la loi de Poiseuille :

$$Q_c = \frac{\pi r^4}{8\mu l_c} (P_s - P_a) = \frac{K_c}{\mu} (P_s - P_a)$$

avec

$$K_c = \frac{\pi r^4}{8 l_c}$$

L'égalité du débit passant dans capillaire à celui sortant de la butée permet d'exprimer la pression dans l'alvéole P_a :

$$P_a = P_s / \left(1 + \frac{K_Q}{K_c} h^3\right) = \beta P_s \quad \text{où} \quad \beta = 1 / \left(1 + \frac{K_Q}{K_c} h^3\right) = \frac{1}{1 + \alpha h^3}$$

avec

$$\alpha = \frac{K_Q}{K_c} = \frac{4L l_c}{3\pi r^4 b}$$

La raideur est donnée par :

$$\lambda_c = -\frac{\partial W}{\partial h} = \frac{3W\alpha h^2}{1 + \alpha h^3} = \frac{3W}{h} \frac{K_Q}{K_c} h^3 \frac{1}{1 + \frac{K_Q}{K_c} h^3}$$

soit encore :

$$\lambda_c = \frac{3W}{h} (1 - \beta) = 3\beta (1 - \beta) \frac{P_s S K_w}{h}$$

3.3.b - Cas d'un orifice

L'écoulement à travers un orifice de diamètre d , peut être approché par la loi :

$$Q_o = C_d \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2(P_s - P_a)}{\rho}}$$

où C_d est le coefficient de décharge, voisin de 0,6 pour les orifices en paroi mince. Cette expression peut encore s'écrire :

$$Q_o^2 = K_o (P_s - P_a)$$

avec :

$$K_o = \frac{2}{\rho} \left(C_d \frac{\pi d^2}{4} \right)^2$$

La pression dans l'alvéole P_a est donnée par la relation :

$$P_a = \frac{1}{2h^6 K} \left(1 + \sqrt{1 + 4K P_s h^6} \right), \text{ avec } K = K_o^2 / \mu^2 K_w$$

et la raideur par :

$$\lambda_o = \frac{3W}{h} \left(1 - \frac{\beta}{2-\beta} \right) = 6\beta \frac{(1-\beta) P_s S K_w}{h}$$

3.3.c - Comparaison capillaire – orifice

Les relations donnant la raideur de la butée montrent que lorsque la géométrie (S, K_w) et la pression d'alimentation (P_s) sont fixées, la raideur ne dépend que du rapport des pressions $\beta = P_a / P_s$ et de l'épaisseur du film lubrifiant h . Il est donc nécessaire de développer deux études complémentaires :

- pour une épaisseur de film donnée $h = h_o$, il faut déterminer l'évolution de la raideur en fonction du rapport des pressions β . Ceci permet d'optimiser la raideur pour le point de fonctionnement choisi : $\beta = \beta_o$.
- pour un point de fonctionnement caractérisé par les valeurs : $h = h_o$ et $\beta = \beta_o$, il faut étudier les variations des caractéristiques de fonctionnement (raideur, charge et débit) lorsque l'épaisseur réelle du film h est différente de la valeur prévue h_o .

On utilise les variables adimensionnées suivantes :

$$\begin{cases} \bar{\lambda} = \lambda h_o / P_s S K_w \\ \bar{W} = W / P_s S K_w \\ \bar{Q} = \mu Q / h_o^3 P_s K_o \\ \bar{h} = h / h_o \\ \beta = P_a / P_s \text{ avec } \beta = \beta_o \text{ si } \bar{h} = 1 \end{cases}$$

- Evolution de la raideur en fonction de β_0

Avec les notations précédentes les raideurs s'écrivent :
Pour un capillaire :

$$\bar{\lambda}_c = 3\beta_0 (1 - \beta_0)$$

Pour un orifice :

$$\bar{\lambda}_o = 6\beta \frac{(1 - \beta_0)}{2 - \beta_0}$$

Les courbes de la figure 5 présentent les variations des raideurs adimensionnées en fonction du rapport des pressions β_0 . On note que pour un capillaire la valeur optimale est $\beta_0 = 0,5$ tandis que pour un orifice, la valeur optimale est $\beta_0 = 0,586$. Par ailleurs, la raideur maximale est obtenue avec un orifice.

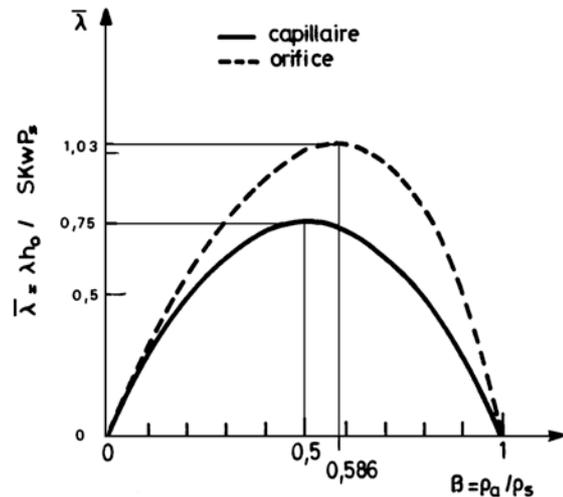


Figure 5 : Raideur d'une butée

- Evolution des caractéristiques lorsque l'on s'éloigne de l'épaisseur de film retenue h_0

Compte tenu du dimensionnement, dans le cas d'un capillaire ou d'un diaphragme les relations suivantes décrivent le comportement de la butée :

$$\bar{W} = \beta \quad \text{et} \quad \bar{Q} = \beta \bar{h}^3$$

Cas du capillaire :

$$\bar{\lambda}_c = 3\beta \frac{(1 - \beta)}{\bar{h}} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{1}{1 + \frac{K_o}{K_c} h_0^3 \bar{h}^3}$$

où

$$\beta = \frac{\beta_0}{\beta_0 + \bar{h}^3 (1 - \beta_0)}$$

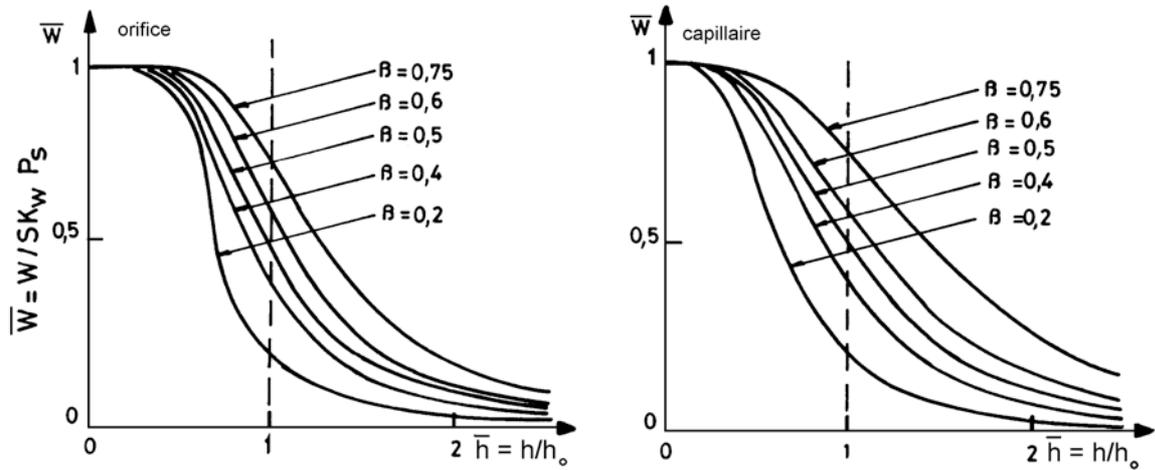
Cas de l'orifice :

$$\bar{\lambda}_o = 6\beta \frac{(1 - \beta)}{\bar{h}(2 - \beta)} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\bar{h}^6 h_0^2 K_o^2 P_s / \mu^2 K_o}}{2\bar{h}^6 h_0^6 K_o^2 P_s / \mu^2 K_o}$$

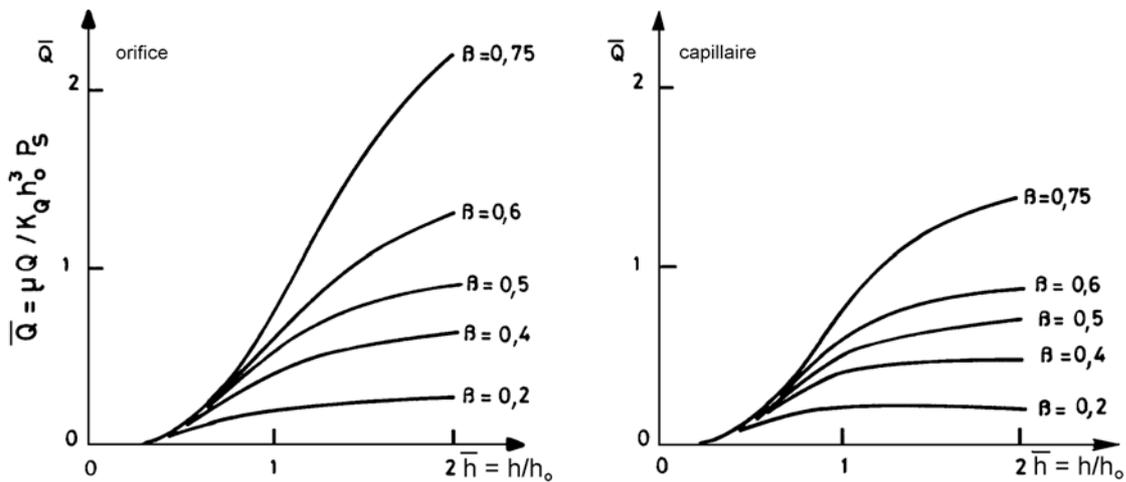
où

$$\beta = \beta_0^2 \frac{-1 + \sqrt{1 + 4(1 - \beta_0)\bar{h}^6 / \beta_0^2}}{2(1 - \beta_0)\bar{h}^6}$$

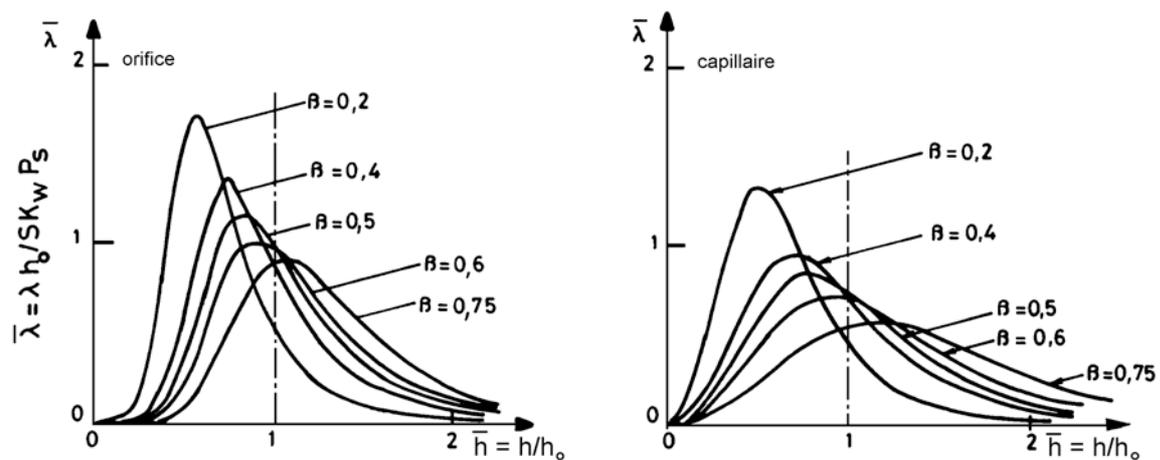
Les courbes de la figure 6 présentent les variations de ces grandeurs adimensionnées en fonction de l'épaisseur relative $\bar{h} = h/h_o$, pour différentes valeurs du rapport des pressions β_o .



a) variations de la charge $\bar{W} = W / P_s S K_w$ en fonction de l'épaisseur relative.



b) variations du débit $\bar{Q} = \mu Q / k_o h_o^3 P_s$ en fonction de l'épaisseur relative.



c) variations de la raideur $\bar{\lambda} = \lambda h_o / S K_w P_s$ en fonction de l'épaisseur relative.

Fig. 6 : Evolution des caractéristiques de la butée en fonction de l'épaisseur relative

On remarque que :

- a) La charge adimensionnée \bar{W} augmente lorsque β_0 croit ou lorsque l'épaisseur du film diminue,
- b) Le débit adimensionné \bar{Q} augmente lorsque β_0 ou l'épaisseur du film croissent. Ces variations sont plus importantes dans le cas de l'orifice,
- c) La raideur adimensionnée $\bar{\lambda}$ d'une butée contrôlée par un capillaire est moins perturbée lorsque l'on s'éloigne du point de fonctionnement.

Choix : capillaire – orifice

Vis-à-vis des capillaires, les orifices présentent deux avantages : ils ont une plus grande raideur et un encombrement plus réduit.

Cependant, ces deux avantages ne permettent pas de conclure à l'élimination du capillaire. En effet, celui-ci possède une raideur sensiblement constante sur un intervalle plus important que l'orifice (fig. 6c). Par ailleurs, dans le cas de systèmes à plusieurs alvéoles, il est plus aisé d'étalonner des capillaires que des orifices. L'encombrement du capillaire peut être réduit et son ajustement facilité en utilisant des capillaires réalisés à partir de filetages [8].

3.4 - CALCUL DU FROTTEMENT

Lorsque la vitesse U de la plaque supérieure est nulle, l'écoulement dans la butée est symétrique par rapport au milieu de l'alvéole ($x = -c/2$). Dans ce cas la force de frottement agissant sur les surfaces du contact est nulle par effet de symétrie.

Lorsque la plaque supérieure est en mouvement à la vitesse U , une force de frottement existe sur les parois du contact. Dans ce cas la contrainte de cisaillement dans le fluide s'écrit :

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} \frac{dp}{dx} (2y - h) + \frac{\mu U}{h}$$

Pour $y = h$ on obtient la contrainte de cisaillement sur la paroi mobile :

$$\tau_{xy} (y = h) = \frac{h}{2} \frac{dp}{dx} + \frac{\mu U}{h}$$

Si l'on néglige le frottement dans l'alvéole, la force de frottement s'écrit : $F_{\text{mob}} = F_1 + F_2$ avec sur la partie droite de la butée :

$$F_1 = L \int_0^b \left(-\frac{h}{2} \frac{dp}{dx} + \frac{\mu U}{h} \right) dx$$

sur la partie gauche de la butée :

$$F_2 = L \int_{-c-b}^{-c} \left(-\frac{h}{2} \frac{dp}{dx} + \frac{\mu U}{h} \right) dx$$

Sur la partie de droite de la butée le gradient pression s'écrit :

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{P_a}{b}$$

sur la partie gauche de la butée ce gradient est donné par :

$$\frac{dp}{dx} = +\frac{P_a}{b}$$

Il vient ainsi :

$$F_1 = L \left[-\frac{hP_a}{2} + \frac{\mu Ub}{h} \right]$$

$$F_2 = L \left[+\frac{hP_a}{2} + \frac{\mu Ub}{h} \right]$$

Le frottement sur la surface mobile s'écrit alors :

$$F_{\text{mob}} = F_1 + F_2 = \frac{2\mu L Ub}{h} = \frac{\mu U}{h} S_p$$

où $S_p = 2Lb$ est la surface des portées.

Il est possible de tenir compte, en partie, du frottement dans l'alvéole, en rajoutant la force :

$$F_a = \frac{\mu U L c}{e + h} = \frac{\mu U}{e + h} S_a$$

où S_a est la surface de l'alvéole.

Cette relation n'est qu'approchée car elle ne tient pas compte de l'écoulement existant dans l'alvéole. Par ailleurs, à vitesse élevée, le régime d'écoulement dans l'alvéole peut être turbulent, dans ce cas la puissance dissipée dans l'alvéole peut être très importante.

3.5 – PUISSANCE DISSIPÉE

Lors de la détermination d'une butée ou d'un palier hydrostatique il faut calculer les pertes de puissance car elles déterminent le choix des moteurs, des pompes et des systèmes de mise en mouvement, elles conditionnent aussi l'élévation de température du fluide lubrifiant.

La puissance dissipée comprend :

a) la puissance fournie par la pompe d'alimentation P_p :

$$P_p = P_s Q_T$$

où P_s est la pression d'alimentation et Q_T le débit total. Le rendement de la pompe est négligé.

b) la puissance dissipée par le déplacement des surfaces du contact de la butée P_f . Celle-ci est obtenue en écrivant que la puissance dissipée par frottement est égale à la puissance fournie pour mettre en mouvement la surface mobile. Soit :

$$P_f = F_{\text{mob}} U$$

d'où

$$P_f = 2 b L \mu \frac{U^2}{h} + c L \mu \frac{U^2}{e}$$

comme e est grand devant h , on peut souvent ignorer le second terme et écrire :

$$P_f = S_p \mu \frac{U^2}{h}$$

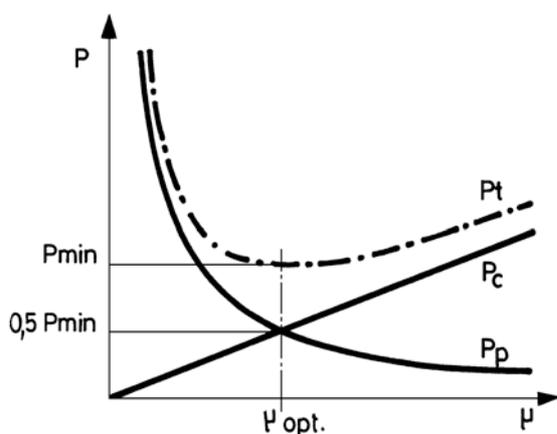
où S_p représente la surface des portées, c'est-à-dire la surface totale de la butée S moins la surface de l'alvéole S_a .

La puissance totale peut donc s'écrire :

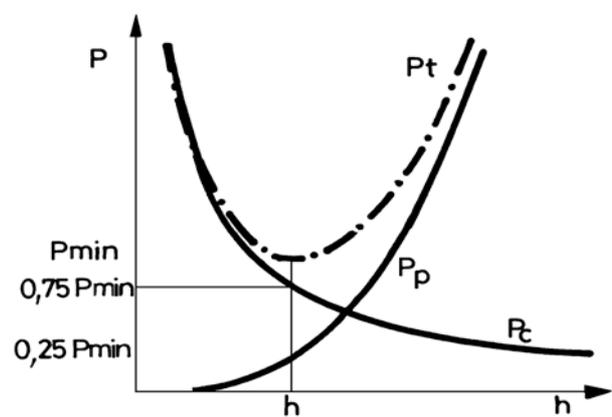
$$P_T = \mu S_p \frac{U^2}{h} + \frac{\beta P_s^2 h^3 K_o}{\mu}$$

On remarque que l'énergie dissipée en frottement dans la butée est faible si la viscosité du fluide est petite et si l'épaisseur h du film est grande, alors que c'est l'inverse pour l'énergie dissipée par la pompe.

Les courbes de la figure 7 montrent de façon schématique comment varient les différentes puissances d'une part en fonction de la viscosité à épaisseur de film constante et d'autre part en fonction de l'épaisseur à viscosité constante. Il faut remarquer que l'on suppose ici le rapport des pressions $\beta = P_a / P_s$ constant ; c'est-à-dire indépendant de l'épaisseur du film et de la viscosité du lubrifiant.



a) Pertes de puissance pour $h = \text{Cste}$



b) Pertes de puissance pour $\mu = \text{Cste}$

Fig. 7 : Variation de la puissance dissipée en fonction de la viscosité et de l'épaisseur du film

Ainsi ces courbes ne correspondent pas au cas d'une butée réelle pour laquelle le rapport des pressions varie lorsque l'on s'éloigne des conditions nominales mais elles peuvent être utilisées lors de la conception d'une butée.

Il est possible de déterminer la viscosité optimale et l'épaisseur optimale du film en calculant les dérivées suivantes.

$$\partial P_T / \partial \mu = 0 \quad \text{et} \quad \partial P_T / \partial h = 0$$

Pour effectuer ces calculs on supposera que $\beta = \text{cste}$. Il vient :

$$\partial P_T / \partial \mu = S_p \frac{U^2}{h} - \frac{\beta P_s h^3 K_Q}{\mu^2} = 0$$

La viscosité optimale s'écrit :

$$\mu_{\text{opt}} = \frac{P_s h^2}{U} \sqrt{\frac{\beta K_Q}{S_p}}$$

La puissance pour la viscosité optimale est donnée par :

$$P_T(\mu_{\text{opt}}) = U P_s h \sqrt{\beta K_Q S_p} + U P_s h \sqrt{\beta K_Q S_p}$$

De même

$$\partial P_T / \partial h = -S_p \mu \frac{U^2}{h^2} + \frac{3\beta P_s^2 h^2 K_Q}{\mu} = 0$$

L'épaisseur optimale s'écrit :

$$h_{\text{opt}} = \sqrt[4]{\frac{S_p \mu^2 U^2}{3\beta P_s^2 K_Q}}$$

La puissance pour l'épaisseur optimale est donnée par :

$$P_T(h_{\text{opt}}) = \sqrt[4]{3\beta K_Q P_s^2 \mu^2 S_p^3 U^6} + \sqrt[4]{\beta K_Q P_s^2 \mu^2 S_p^3 U^6} / 3^3$$

On constate que, pour la viscosité optimale, les pertes par frottement et la puissance absorbée par la pompe sont égales, tandis que, pour l'épaisseur optimale, la puissance dissipée par cisaillement est trois fois plus grande que celle absorbée par la pompe. On ne peut donc pas optimiser à la fois la viscosité et l'épaisseur du film du point de vue de la dissipation d'énergie. On pourra cependant à titre de compromis prendre un rapport P_f/P_p compris entre 1 et 3. Si on se place dans des conditions moyennes telles que $P_f \approx 2 P_p$, nous avons la relation :

$$h_{\text{opt}} = \left(\frac{\mu U S K_w}{W} \right)^{1/2} \left(\frac{\beta S_p}{2 K_Q} \right)^{1/4}$$

Cette valeur de h , déterminée afin de réduire les pertes d'énergie, doit être suffisamment importante pour éviter tout contact métal-métal. Il n'y a pas de règle générale qui permet de déterminer la valeur minimale de l'épaisseur du film lubrifiant. Habituellement, celle-ci est comprise entre 0,02 et 0,5 millimètres. Un film épais est nécessaire lorsque :

- les dimensions de la butée sont très grandes,
- la vitesse est importante,
- les éléments de la butée peuvent se déformer,
- des défauts de géométrie peuvent exister et l'état de surface n'est pas excellent,
- des surcharges peuvent survenir,
- une très bonne fiabilité est nécessaire.

En statique, ou à faible vitesse ($< 0,1 \text{ m/sec}$), les règles empiriques suivantes peuvent être utilisées :

$$h_{\text{mini}} > 0,01 \cdot (L^{1/4}) (\text{mm})$$

$$h_{\text{mini}} > 3 \text{ fois les erreurs de géométrie}$$

$$h_{\text{mini}} > 40 \cdot R_{\text{ms}}$$

Si l'on suppose que toute la puissance dissipée est évacuée par le lubrifiant, l'augmentation de température ΔT est :

$$\Delta T = P_T / (Q C_p)$$

ou C_p est la chaleur spécifique du lubrifiant.

Il faut souligner que pour la conception d'un palier ou d'une butée hydrostatique, il existe généralement des facteurs plus contraignants (rigidité, amortissement des vibrations,...) que la perte de puissance ou la température de fonctionnement. Cependant dans le cas des grandes vitesses ou en régime turbulent les pertes dans les chambres peuvent devenir très importantes, ces effets n'ont pas été pris en compte dans les calculs précédents.

4 - PRINCIPAUX TYPES DE BUTEES A SIMPLE EFFET

Tous les résultats qui suivent sont valables pour un fluide incompressible ($\rho = \text{Cste}$), isovisqueux ($\mu = \text{Cste}$) en régime permanent ($W = \text{Cste}$) et laminaire dans le film en dehors des alvéoles.

A part la butée plane circulaire à un alvéole central dont la solution est analytique, tous les calculs exacts de la pression dans le film d'une butée hydrostatique ne peuvent être effectués que par résolution numérique de l'équation de Reynolds qui dans ce cas a une forme semblable à celle de l'équation de Laplace. Cependant dans la plupart des cas une solution approchée est amplement suffisante.

Les différents paramètres ou caractéristiques qu'il faut déterminer sont la charge supportée par le contact, le débit dans le film et la force ou le couple de frottement. Nous allons montrer, dans le cas d'une butée plane à un alvéole comment obtenir une valeur approchée des caractéristiques de la butée. En effet il est possible de calculer avec une bonne approximation les paramètres recherchés en extrapolant les résultats obtenus dans le cas d'une butée hydrostatique infiniment longue (§ 3). Nous présenterons successivement, par ordre de difficultés croissantes, le calcul du frottement, du débit et de la charge. Puis nous donnerons sans les démontrer les caractéristiques approchées de différents types de butée [9].

4.1 - BUTEE PLANE A UN ALVEOLE

Cette butée peut être rectangulaire ou carrée. Les notations utilisées sont précisées sur la figure 8.

4.1.a - Force de frottement

Dans le cas d'une butée hydrostatique simple la force de frottement est donnée par (§ 3.4) :

$$F_{\text{mob}} = \mu U \left(\frac{S_p}{h} + \frac{S_a}{e+h} \right)$$

où S_p et S_a sont respectivement les surfaces des portées et de l'alvéole, h l'épaisseur du film et e la profondeur de l'alvéole.

Cette relation est toujours vraie, en régime laminaire, si le nombre de Reynolds dans les alvéoles est petit et si l'épaisseur h du film est constante. On pourra donc, dans tous les cas, utiliser cette relation.

4.1.b - Débit dans le film

Dans le cas d'une butée hydrostatique pour un écoulement unidirectionnel et pour une épaisseur de film constante, le débit total est indépendant de la vitesse de déplacement des surfaces ; ceci est toujours vrai si l'épaisseur h du film est constante. Par ailleurs ce débit sur un coté de la butée est donné par (§ 3.2) :

$$Q_1 = -\frac{h^3 L}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$$

où L est la longueur du contact dans la direction perpendiculaire au débit et où $\partial p / \partial x$ est gradient de pression qui provoque l'écoulement.

Cette relation est encore vraie dans le cas d'une butée hydrostatique réelle. Mais le gradient de pression n'est pas connu. Cependant il existe une courbe sur laquelle le gradient de pression est donné respectivement par $-P_a / b$ dans la direction z et par $-P_a / l$ dans la direction x .

Si l'on suppose que la variation de pression est de forme parabolique, ce qui est une bonne approximation, cette courbe est située au milieu des portées (rectangle $A'B'C'D'$). On peut ainsi écrire que sur la longueur $2(L - l)$ le gradient est donné par $-P_a / b$ et de même, sur la longueur $2(B - b)$ le gradient de pression est donné par $-P_a / l$.

Il vient ainsi :

$$Q_T = \frac{P_a h^3}{6\mu} \left(\frac{B-b}{l} + \frac{L-l}{b} \right)$$

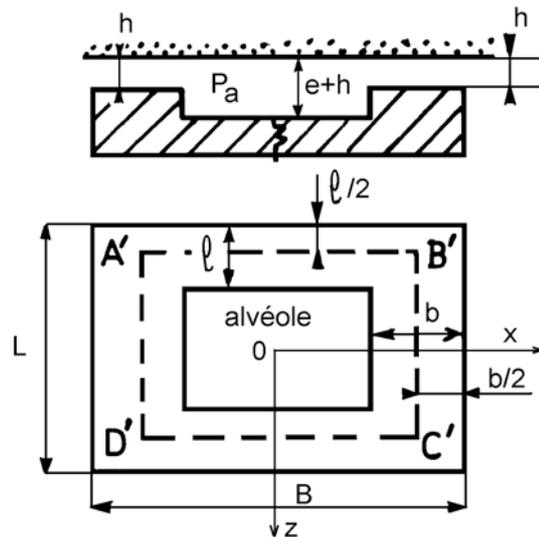


Fig. 8 : Butée à un alvéole

soit sous forme générale :

$$Q_T = P_a \frac{h^3}{\mu} K_Q$$

avec :

$$K_Q = \frac{1}{6} \left(\frac{B-b}{l} + \frac{L-l}{b} \right)$$

4.1.c - Charge supportée par la butée

Le calcul approché de la charge supportée par la butée peut être effectué en utilisant différentes hypothèses :

si l'on suppose que sur les portées la variation de pression est linéaire la charge est donnée par le volume d'une obélisque ou tas de sable de hauteur P_a de grande base LB et de petite base $(L-l)(B-b)$. On obtient alors la relation :

$$W = P_a \left(LB + \frac{4}{3} lb - Bl - Lb \right)$$

Cette relation donne une valeur de la charge toujours trop élevée par rapport à la solution numérique exacte, car la variation de pression est légèrement convexe.

Une valeur plus proche de la réalité consiste à remplacer $4/3$ par 1 . Il vient ainsi :

$$W = P_a (L-l)(B-b)$$

La signification des longueurs L , B , l , et b est donnée sur la figure 8. Soit si $S = LB$ est la surface de la butée :

$$W = P_a S K_w$$

avec

$$K_w = \frac{(L-l)(B-b)}{LB}$$

4.1.d - Méthode exacte

Si les distances l et b sont trop importantes ou si l'on veut une solution exacte, on doit résoudre l'équation de Reynolds qui, dans ce cas, se réduit à l'équation de Laplace.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0$$

avec les conditions aux limites suivantes :

$p = 0$ sur le contour extérieur de la butée,

$p = P_a$ sur le contour de l'alvéole et à l'intérieur de celle-ci.

Il n'existe pas de solutions analytiques à ce problème et l'on est obligé de recourir à des méthodes numériques ; avant l'avènement des ordinateurs on a utilisé des méthodes analogiques ou des développements en série.

La figure 9 permet d'apprécier la validité de la méthode approchée dans le cas d'une butée carrée ($B = L, b = l$). L'écart entre les résultats obtenus par la méthode approchée et la méthode numérique exacte est toujours inférieur à 5 %.

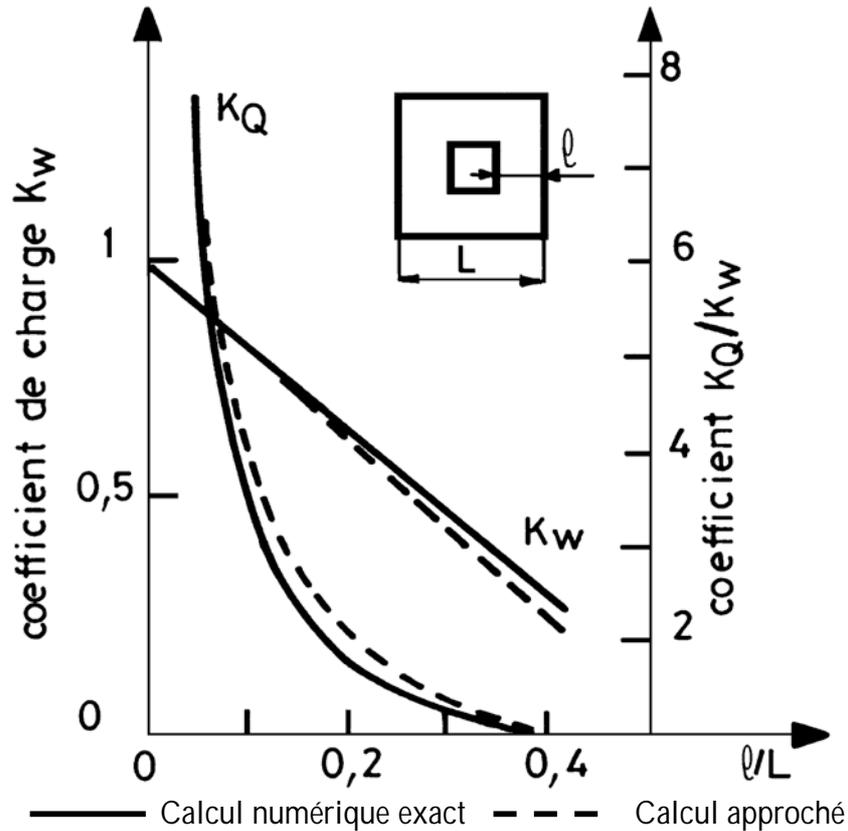


Fig. 9 : Coefficient d'une butée carrée

4.2 - BUTEE PLANE A 4 ALVEOLES

En pratique, les butées sont assujetties à supporter des charges verticales que ne sont pas nécessairement centrées. Les butées planes à un alvéole ne peuvent pas supporter de telles charges par contre, celles comportant quatre alvéoles à débit contrôlé (Fig. 10) sont plus adaptées à ce type de charge (Fig. 11). Cependant l'excentration de la charge doit rester relativement faible.

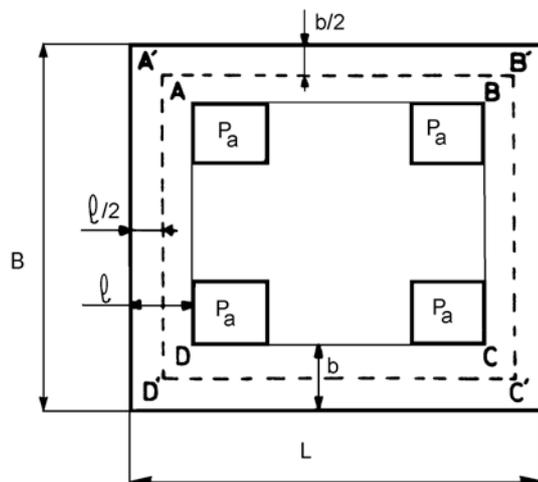
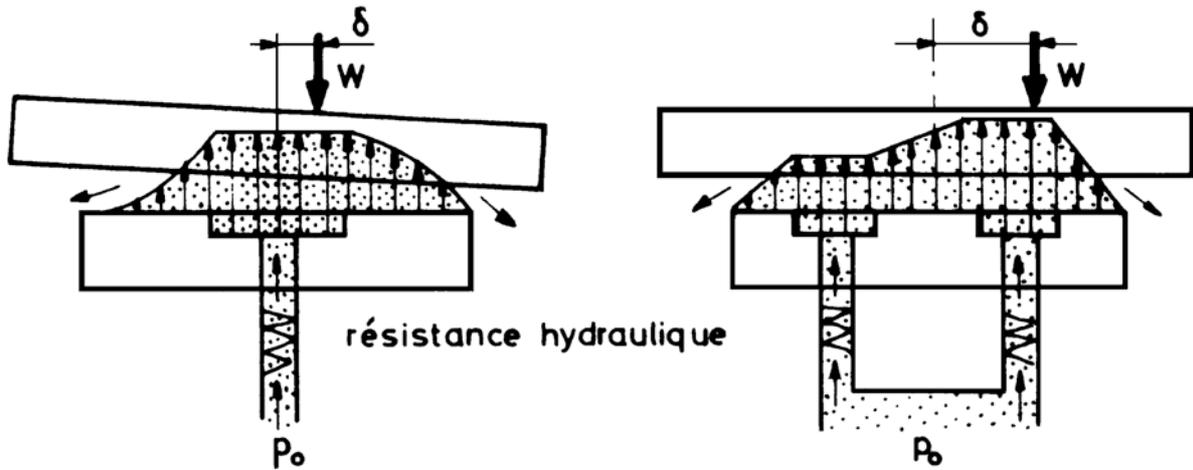


Fig. 10 : Butée à quatre alvéoles



Butée plane à une alvéole

Butée plane à plusieurs alvéoles

Fig. 11 : Effet d'une charge excentrée

Pour déterminer la valeur exacte des coefficients de charge et de débit, il faudrait utiliser une méthode numérique. Toutefois, si la largeur des portées est assez faible devant les dimensions de la butée, on peut utiliser une méthode approchée identique à celle décrite dans le paragraphe précédent. Les coefficients de charge et de débit sont alors ceux calculés précédemment au paragraphe (4.1) en supposant que la surface de l'alvéole correspond à la surface du rectangle ABCD qui englobe les quatre alvéoles (fig.10).

4.3 - BUTEE PLANE CIRCULAIRE

Si l'on veut connaître les performances d'une butée plane circulaire telle que celle représentée sur la figure 12, il faut résoudre l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 0$$

avec les conditions aux limites :

$p = P_a$ sur le pourtour et dans les alvéoles.

$p = 0$ sur le contour extérieur ($r = R_e$).

L'équation précédente n'admet pas de solution analytique. Toutefois, si l'on suppose que la pression est constante, et égale à la pression P_a sur le domaine circulaire défini par $r \leq R_2$, cette équation se simplifie et s'écrit :

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dp}{dr} \right) = 0$$

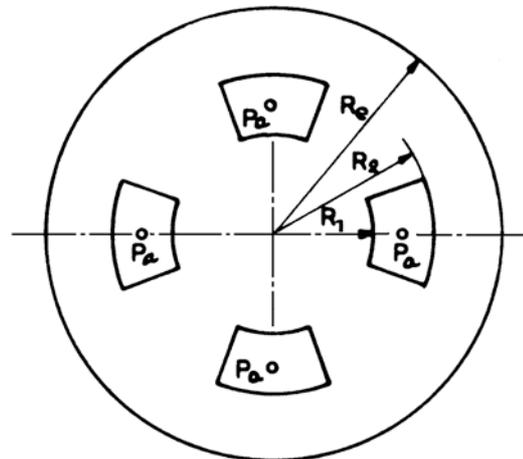
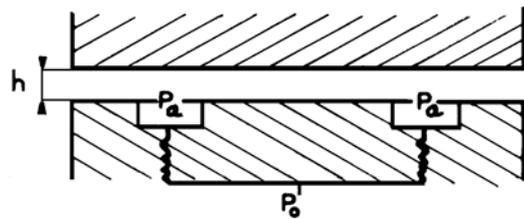


Fig. 12 – Butée plane circulaire à 4 alvéoles

par intégration il vient :

$$r \frac{dp}{dr} = A$$

soit :

$$p = A \ln r + B$$

les conditions aux limites permettent de calculer les constantes A et B, ce qui donne la répartition de pression :

$$p(r) = P_a \frac{\ln(r/R_e)}{\ln(R_2/R_e)}$$

puis la charge :

$$W = P_a S K_w$$

avec

$$S = \pi R_e^2 \quad \text{et} \quad K_w = \frac{1 - R_2^2/R_e^2}{2 \ln R_e/R_2}$$

Le débit radial est donné par :

$$Q = P_a \frac{h^3}{\mu} K_Q$$

avec

$$K_Q = \frac{\pi}{6} \frac{1}{\ln R_e/R_2}$$

Si la butée possède un orifice central circulaire de rayon R_i où la pression est égale à la pression ambiante, on a alors :

$$S = \pi (R_e^2 - R_i^2) \quad \text{et} \quad K_w = \frac{1}{2(R_e^2 - R_i^2)} \left[\frac{R_e^2 - R_2^2}{\ln R_e/R_2} - \frac{R_1^2 - R_i^2}{\ln R_1/R_i} \right]$$

et

$$K_Q = \frac{\pi}{6} \left[\frac{1}{\ln R_e/R_2} + \frac{1}{\ln R_1/R_i} \right]$$

4.4 - BUTEES HYDROSTATIQUES CONIQUES

Ces butées assurent un guidage radial mais se comportent pratiquement comme une rotule.

4.4.a - Butée comportant un alvéole central

Une pompe ou un autre organe, amène le fluide à la pression P_a dans l'espace circulaire central (fig. 13).

Le calcul exact de la répartition de pression et de la composante verticale de la charge supportée par la butée, est effectué dans le plan projeté. Sous ces conditions les résultats sont identiques à ceux obtenus pour la butée plane circulaire :

$$p(r) = \frac{P_a \ln(r/R_e)}{\ln(R_i/R_e)}$$

et

$$K_w = \frac{1 - R_i^2/R_e^2}{2 \ln R_e/R_i} ; S = \pi R_e^2$$

L'expression du débit est différente car l'écoulement a lieu selon des directions parallèles aux génératrices du cône. Il vient :

$$K_Q = \frac{\pi \sin \alpha}{6 \ln R_e/R_i}$$

Si l'on compare les caractéristiques de cette butée avec celles d'une butée plane circulaire, on remarque que pour une même charge normale, la pression dans l'alvéole central et l'épaisseur du film sont identiques ; par contre, le débit est plus faible et le coefficient de frottement plus élevé. En statique, la capacité de charge radiale est nulle.

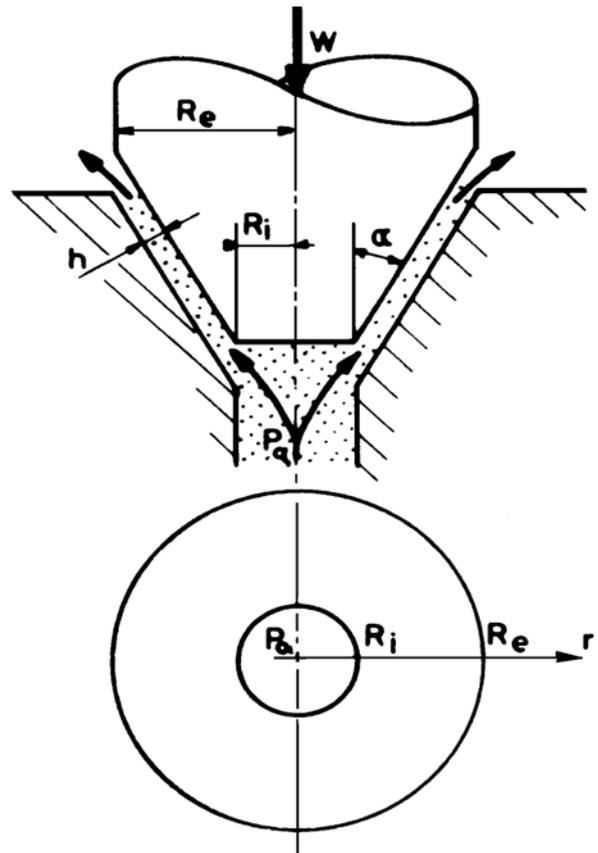


Fig. 13 – Butée conique à alvéole central

4.4.b - Butée conique à 4 alvéoles

Afin d'obtenir un guidage radial, on place le long d'une circonférence 4 alvéoles identiques (fig.14). Chacun de ces alvéoles est alimenté à travers une résistance hydraulique. Le calcul des caractéristiques de cette butée est identique aux calculs précédents. Si l'on suppose que la pression est constante dans l'espace annulaire $R_1 \leq r \leq R_2$ et égale à la pression P_a , il vient (§ 4.3).

$$K_w = \frac{1}{2(R_e^2 - R_i^2)} \left[\frac{R_e^2 - R_2^2}{\ln R_e/R_2} - \frac{R_1^2 - R_i^2}{\ln R_1/R_i} \right]$$

avec

$$S = \pi (R_e^2 - R_i^2)$$

et

$$K_Q = \frac{\pi}{6} \left[\frac{1}{\ln R_e/R_2} - \frac{1}{\ln R_1/R_i} \right] \sin \alpha$$

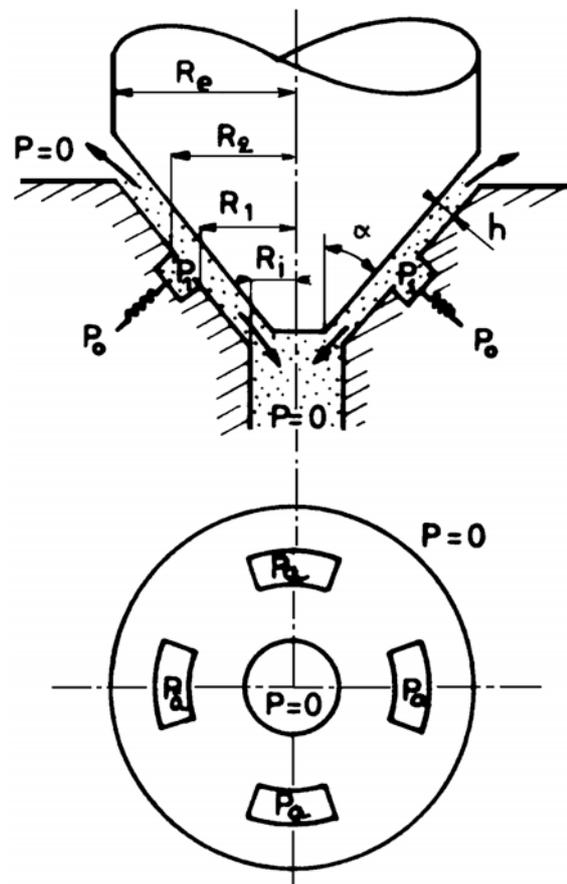


Fig. 14 – Butée conique à 4 alvéoles

La capacité de charge radiale est accrue si l'on pratique le long des génératrices du cône des rainures (Fig. 15). La fonction première de ces rainures est d'éviter l'interaction entre chaque alvéole. Leur présence, si elle augmente la capacité de charge radiale, nécessite, pour une même charge verticale, une pression dans les alvéoles et un débit plus important. Si la vitesse de rotation est grande, de l'air risque d'être introduit dans le mécanisme. La largeur et la profondeur de ces rainures doivent être environ 100 fois plus grandes que l'épaisseur du film lubrifiant.

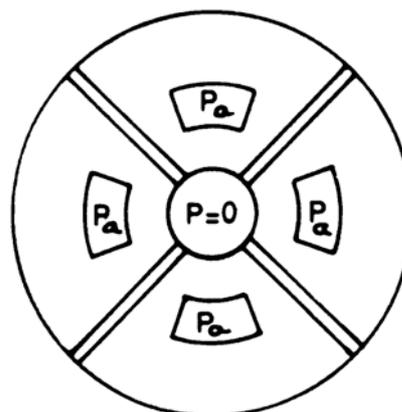


Fig. 15 – Butée conique à rainures

4.5. BUTEES HYDROSTATIQUES SPHERIQUES

Ces butées assurent un guidage aussi précis que les butées coniques, elles permettent en plus, des rotations quelconques autour du centre de la sphère sans qu'il y ait rupture du film fluide. Elles peuvent comporter un alvéole central ou plusieurs alvéoles indépendants, (Fig. 16), les rayons des deux sphères peuvent être ou non égaux. La majorité des butées sphériques sont à rayons identiques, car il est plus facile de roder deux calottes sphériques de même rayon. Toutefois, si l'angle au centre $2\phi_e$ est supérieur à 100° , il est nécessaire de prendre deux rayons différents afin d'éviter le contact du à un film trop mince (Fig. 17).

Pour calculer les performances d'une butée sphérique, on ne peut plus se placer dans le plan projeté, du fait de la sphéricité des surfaces. Pour une butée à quatre alvéoles, (Fig. 17), il vient :

Si les rayons sont égaux :

$$S = R^2 (\sin^2 \phi_e - \sin^2 \phi_i)$$

$$K_w = \frac{\pi R^2}{S} \left[\frac{\text{tg}^2 \phi_e - \text{tg}^2 \phi_2}{A} - \frac{\text{tg}^2 \phi_1 - \text{tg}^2 \phi_i}{B} \right]$$

$$K_o = \frac{\pi}{3} \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} \right)$$

$$A = \text{tg}^2 \phi_e - \text{tg}^2 \phi_2 + \ln \left(\frac{\text{tg}^2 \phi_e}{\text{tg}^2 \phi_2} \right) ; \quad B = \text{tg}^2 \phi_1 - \text{tg}^2 \phi_i + \ln \left(\frac{\text{tg}^2 \phi_1}{\text{tg}^2 \phi_j} \right)$$

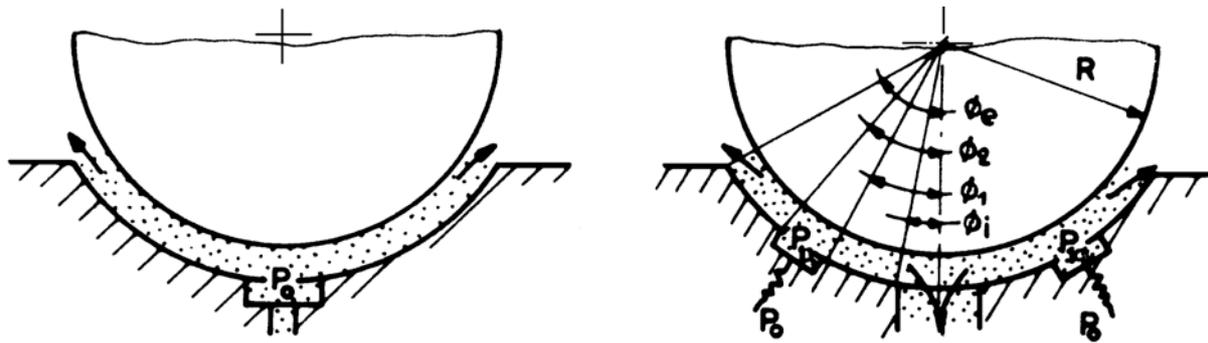
Si les rayons sont différents :

$$K_w = \frac{\pi R^2}{S} \left[\frac{\cos \phi_2 - \cos \phi_e}{C} - \frac{\cos \phi_i - \cos \phi_1}{D} \right]$$

$$K_o = \frac{\pi}{3} \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{D} \right)$$

avec

$$C = \ln \left(\text{tg} \frac{\phi_e}{2} / \text{tg} \frac{\phi_2}{2} \right) ; \quad D = \ln \left(\text{tg} \frac{\phi_1}{2} / \text{tg} \frac{\phi_i}{2} \right)$$



Butée sphérique à alvéole central

Butée sphérique à quatre alvéoles

Fig. 16 – Configurations de butées sphériques

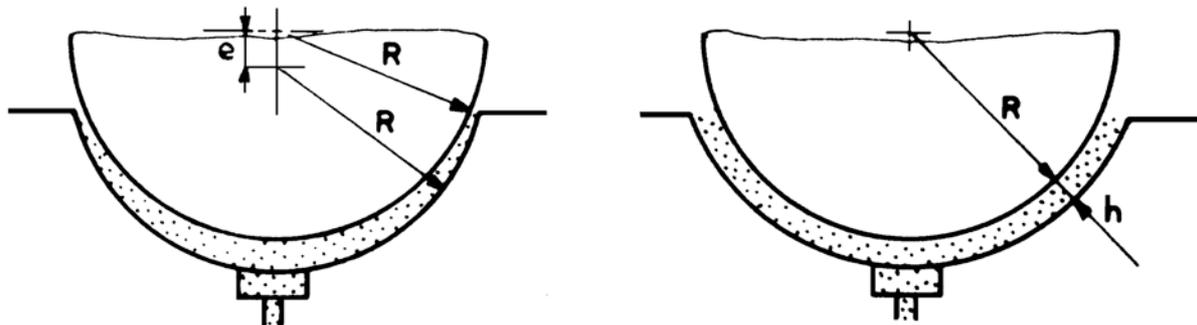


Fig. 17 – Influence du rayon des sphères

4.6 - BUTEES CYLINDRIQUES

Les butées cylindriques permettent de supporter, ou de guider, des arbres soumis à des charges unidirectionnelles avec un coefficient de frottement très réduit. De même que pour les butées sphériques les rayons peuvent être ou non égaux. Dans le cas de rayons identiques l'angle au centre interceptant le palier doit être inférieur à 45° . Selon la valeur de l'angle au centre, et il peut y avoir un ou plusieurs alvéoles. Il n'existe pas de solutions analytiques exactes permettant de calculer les caractéristiques d'une butée cylindrique.

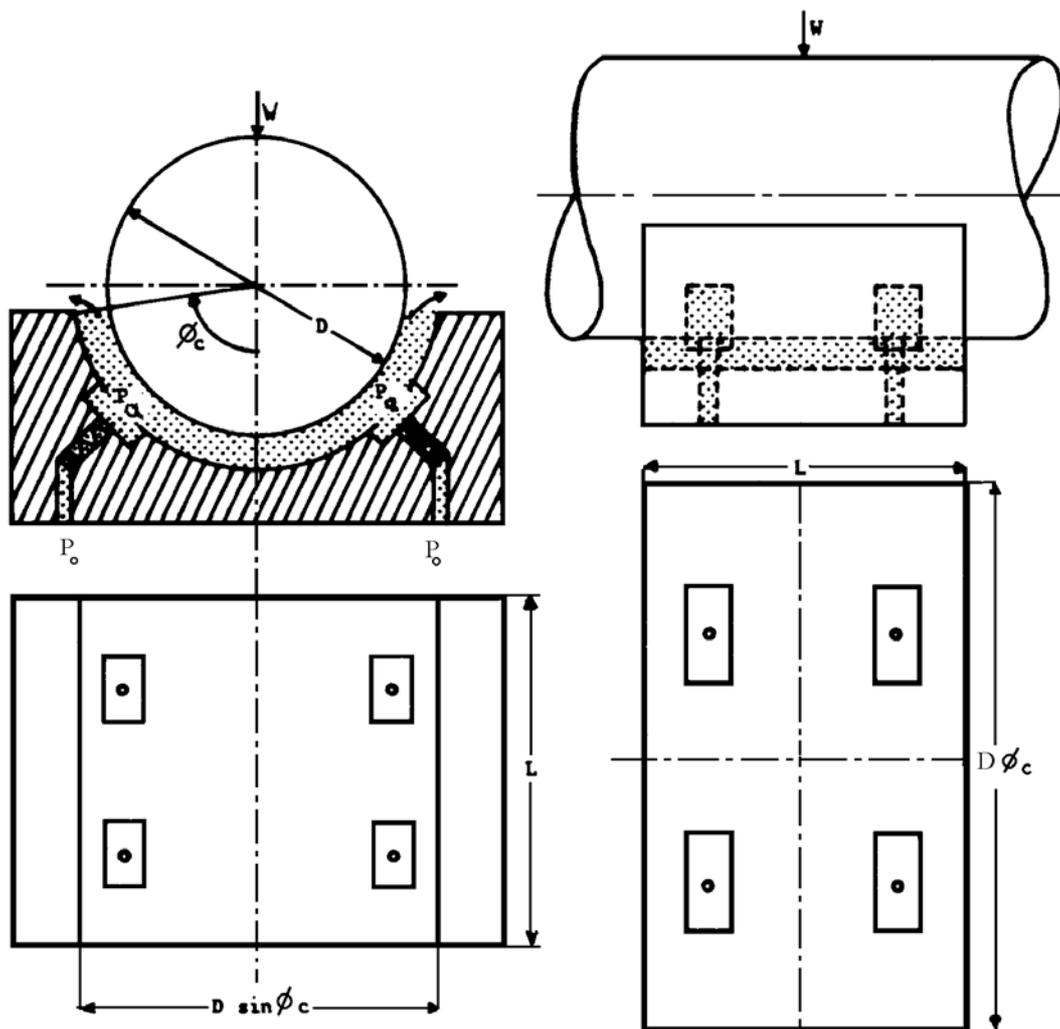


Fig. 18a : Plan projeté

Fig. 18b : Plan développé

Fig. 18 : Butée cylindrique à 4 alvéoles

Si l'angle au centre $2\phi_c$ interceptant le palier est inférieur à 60° , (Fig. 18), les caractéristiques de la butée sont identiques à celles d'une butée plane ayant pour géométrie la projection de la butée cylindrique sur le plan normal à la charge, (Fig. 18a). Lorsque cet angle au centre est supérieur à 60° , mais inférieur ou égal à 180° , la charge portante est voisine de celle de la butée plane équivalente obtenue par projection. On peut avoir une valeur approchée du débit en développant les cylindres et en effectuant le calcul comme dans le cas d'une butée plane, (Fig. 18b).

Une erreur lors de l'estimation du débit qui est proportionnel au cube de l'épaisseur du film (h^3), n'a que très peu d'influence sur le comportement de la butée.

4.5 - APPLICATION : SYSTEME DE MISE EN CHARGE SANS FROTTEMENT

Le dispositif de mise en charge d'une machine d'essai de palier doit permettre d'appliquer la charge exactement dans l'axe du palier sans introduire de frottement parasite qui perturberait la mesure du couple.

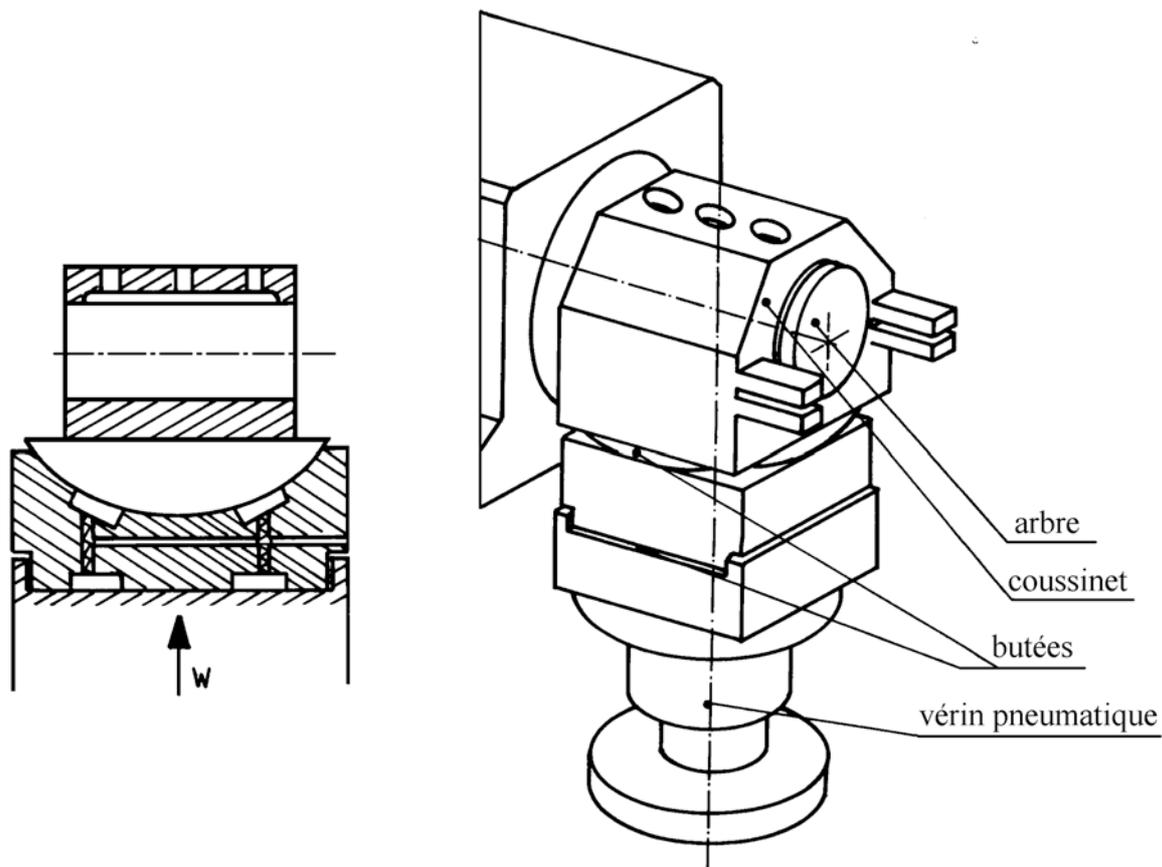


Fig.19 : Dispositif de mise en charge

Le système retenu, schématisé sur la figure 19, est constitué d'une double butée hydrostatique, l'une plane (butée plane), l'autre formée d'une calotte sphérique (butée sphérique) qui transmettent la charge fournie par un vérin pneumatique.

On souhaite pouvoir appliquer des charges atteignant 10 000 N et utiliser le fluide qui alimente le palier d'essai de façon à éviter des dispositifs d'étanchéité. A la température de fonctionnement, la viscosité dynamique et la masse volumique du lubrifiant sont respectivement :

$$\mu = 0,015 \text{ Pa.s} \quad \text{et} \quad \rho = 860 \text{ kg / m}^3$$

Chacune des butées comporte 4 alvéoles alimentés à travers des capillaires à partir d'une seule source de pression. Les dimensions externes des butées sont imposées par la place disponible sur la machine d'essai. Pour la butée plane, représentée sur la figure 10, on a :

$$L = B = 140 \text{ mm}$$

$$l = b = 30 \text{ mm}$$

et pour la butée sphérique, (Fig. 16) :

$$R = 100 \text{ mm} \quad \phi_2 = 26^\circ$$

$$\phi_e = 50^\circ \quad \phi_1 = 15^\circ$$

Les butées n'ayant pas d'orifice au centre, on suppose que la pression, dans toute la région centrale, est constante et égale à la pression dans les alvéoles.

L'épaisseur du film est fixée, pour les deux butées, à 50 μm .

Les caractéristiques de fonctionnement de chacune des butées peuvent alors être déterminées à partir des relations présentées précédemment.

Pression dans les alvéoles de la butée plane :

$$P_{ap} = \frac{W}{(L - a)(2 - b)} = 0,826 \text{ M.Pa}$$

pression dans les alvéoles de la butée sphérique :

$$P_{as} = \frac{W \ln \left[\left(\operatorname{tg} \frac{\phi_e}{2} \right) / \left(\operatorname{tg} \frac{\phi_2}{2} \right) \right]}{\partial R^2 (\cos \phi_2 - \cos \phi_e)} = 0,873 \text{ M.Pa}$$

débites dans la butée plane :

$$Q_s = \frac{P_{ap} h^3}{6\mu} \left(\frac{B - b}{l} + \frac{L - l}{b} \right) = 8,41 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 / \text{s}$$

débit dans la butée sphérique :

$$Q_s = \frac{P_{as} h^3}{6\mu} \frac{\pi}{\ln \left[\left(\operatorname{tg} \frac{\phi_e}{2} \right) / \left(\operatorname{tg} \frac{\phi_2}{2} \right) \right]} = 5,04 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 / \text{s}$$

La raideur maximale étant obtenue lorsque le rapport $\beta = P_a / P_s$ de la pression dans l'alvéole à la pression d'alimentation, est voisin de 0,5 ; on retient une pression d'alimentation :

$$P_s = 1,6 \text{ M.Pa}$$

Ainsi, les caractéristiques de la pompe sont telles que :

$$Q_s > 13,5 \text{ m}^3 / \text{s} \quad \text{et} \quad P_s > 1,6 \text{ M.Pa}$$

Les dimensions des capillaires peuvent maintenant être déterminées :

$$\frac{r^4}{l_c} = \frac{8Q\mu}{4\pi(P_s - P_a)}$$

soit pour la butée plane :

$$\left(\frac{r^4}{l_c} \right)_p = 1,04 \cdot 10^{-13} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} r = 0,2 \text{ mm} \\ l_c = 15,4 \text{ mm} \end{cases}$$

et pour la butée sphérique :

$$\left(\frac{r^4}{I_c}\right)_p = 0,66 \cdot 10^{-13} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} r = 0,15 \text{ mm} \\ I_c = 7,67 \text{ mm} \end{cases}$$

Les vitesses moyennes V_m et les nombres de Reynolds moyens ν_m dans les capillaires sont donnés par les relations :

$$V_m = \frac{Q}{4\pi r^2} \quad \nu_m = \frac{2\rho V_{m,r}}{\mu}$$

ainsi dans le cas de la butée plane :

$$V_m = 15,2 \text{ m/s} \quad \nu_m = 350$$

de même dans le cas de la butée sphérique :

$$V_m = 17,8 \text{ m/s} \quad \nu_m = 307$$

Ces valeurs sont acceptables.

5 - BUTEES HYDROSTATIQUES A DOUBLE EFFET

Contrairement aux butées à simple effet que nous avons étudiées jusqu'ici, les butées à double effets peuvent être soumises à des charges alternées ; elles possèdent par ailleurs une rigidité beaucoup plus grande. Les surfaces actives de ces butées ne sont pas nécessairement parallèles, (Fig. 20).



Fig. 20 – Butées hydrostatiques à double effet

La figure 21, présente une butée plane symétrique à double effet. Elle est constituée de deux butées hydrostatiques identiques, supposées infiniment longues et placées de part et d'autre d'une plaque plane dont la masse sera négligée. L'indice 1 repère les caractéristiques de la butée supérieure et l'indice 2 celles de la butée inférieure. Les deux butées sont distantes l'une de l'autre de :

$$D + h_1 + h_2 = \text{Cste}$$

où D est l'épaisseur de la plaque, ainsi la quantité $2h_0 = h_1 + h_2$ est constante.

Lorsque la charge appliquée est nulle, le système est parfaitement symétrique.

Il vient :

$$h_1 = h_2 = h_0$$

$$P_1 = P_2 = P_a$$

$$Q_1 = Q_2 = P_a \frac{h_0^3}{\mu} K_Q$$

$$|W_1| = |W_2| = P_a S K_W$$

Dans le cas où les résistances hydrauliques sont des capillaires de constante K_C , il vient :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{3W}{h_0} \frac{K_Q}{K_C} h_0^3 \frac{1}{1 + \frac{K_Q}{K_C} h_0^3}$$

soit encore

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{3W \alpha h_0^2}{1 + \alpha h_0^3} \text{ avec } \alpha = \frac{K_Q}{K_C}$$

Il faut remarquer que même à charge nulle (pour $h_1 = h_2 = h_0$; $W = W_2 - W_1 = 0$) la raideur du système est importante. En effet, cette raideur s'écrit :

$$\lambda = -\frac{\partial W}{\partial h_2} = -\frac{\partial W_2}{\partial h_2} + \frac{\partial W_1}{\partial h_2} = -\frac{\partial W_2}{\partial h_2} + \frac{\partial W_1}{\partial h_1} \frac{dh_1}{dh_2}$$

avec :

$$\frac{dh_1}{dh_2} = -1 \quad \text{car} \quad h_1 + h_2 = 2h_0 = \text{Cste}$$

Soit :

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = -\frac{\partial W_1}{\partial h_1} - \frac{\partial W_2}{\partial h_2} = -2 \frac{\partial W_0}{\partial h_0}$$

Appliquons une charge W de haut en bas :

$$\begin{aligned} h_2 \downarrow &\Rightarrow Q_2 \downarrow \Rightarrow +(P_s - P_2) \downarrow \Rightarrow +P_2 \uparrow \Rightarrow +W_2 \uparrow \\ h_1 \uparrow &\Rightarrow +Q_1 \uparrow \Rightarrow +(P_s - P_1) \uparrow \Rightarrow +P_1 \uparrow \Rightarrow +W_1 \downarrow \end{aligned} \Rightarrow W_2 > W_1$$

le système est de nouveau en équilibre. Les caractéristiques de la butée sont alors :

- la charge :

$$W = (P_2 - P_1) S K_W = W_2 - W_1$$

avec

$$P_1 = \frac{P_s}{1 + \frac{K_Q}{K_C} h_1^3} = \frac{P_s}{1 + \alpha h_1^3} \quad \text{et} \quad P_2 = \frac{P_s}{1 + \frac{K_Q}{K_C} h_2^3} = \frac{P_s}{1 + \alpha h_2^3}$$

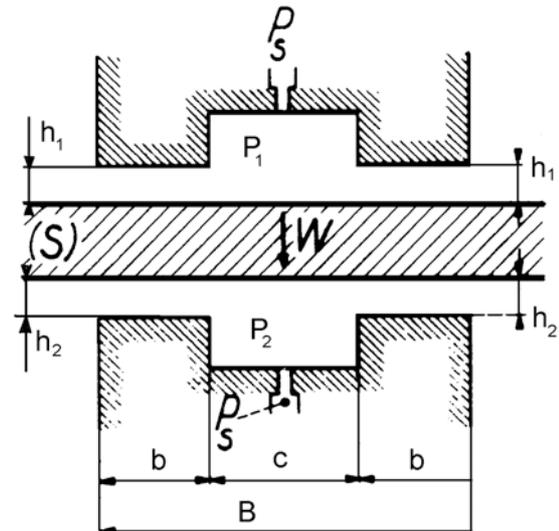


Fig. 21 - Schématisation d'une butée double symétrique

- le débit :

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{K_Q}{\mu} (P_1 h_1^3 + P_2 h_2^3)$$

Il vient ainsi :

$$\frac{\partial W}{\partial h_2} = 3 P_S S K_W \frac{K_Q}{K_C} \left[\frac{h_2^2}{\left(1 + \frac{K_Q}{K_C} h_2^3\right)^2} + \frac{h_1^2}{\left(1 + \frac{K_Q}{K_C} h_1^3\right)^2} \right] = 3\alpha W \left(\frac{h_2^2}{1 + \alpha h_2^3} + \frac{h_1^2}{1 + \alpha h_1^3} \right)$$

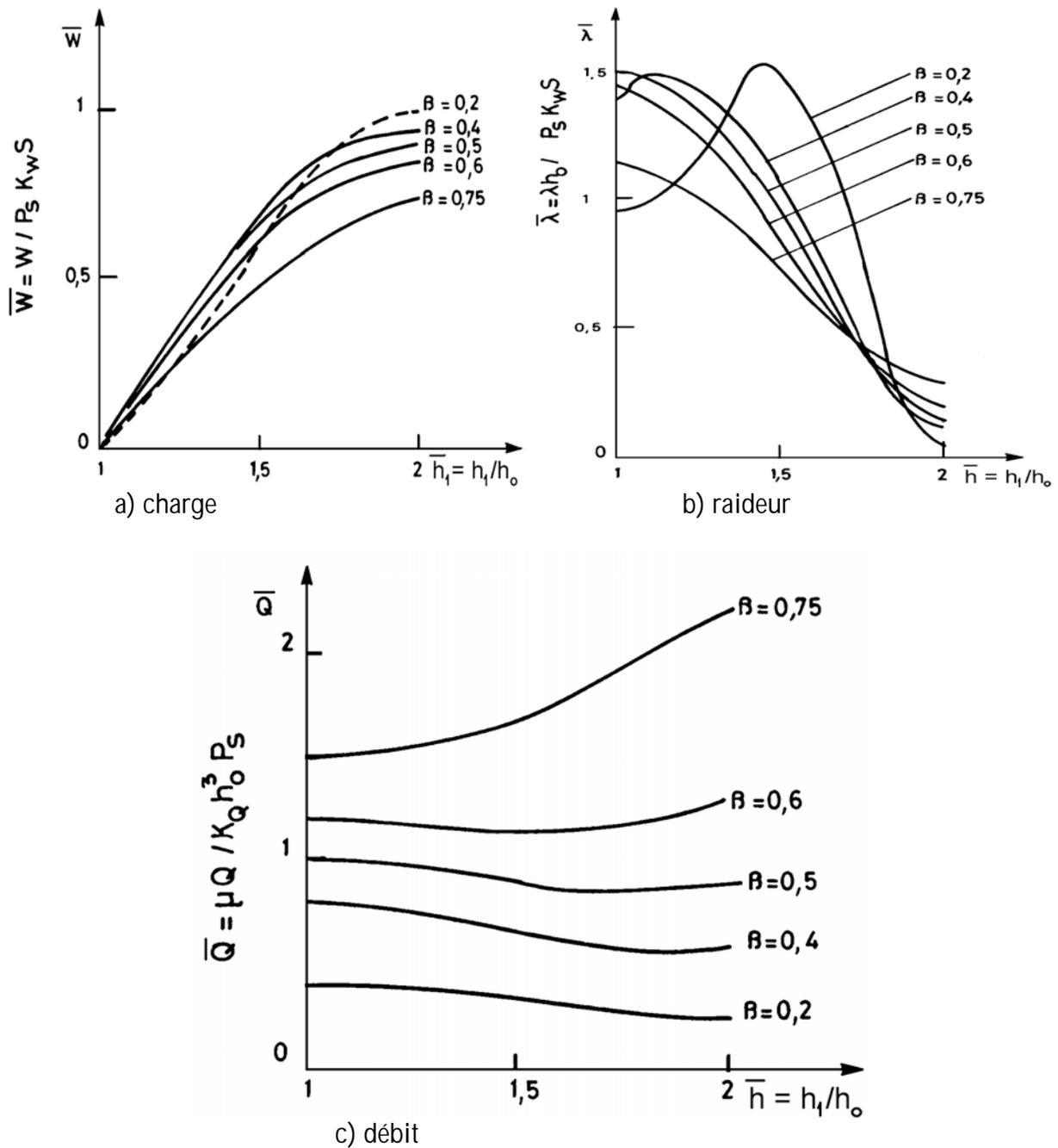


Fig. 22 –Caractéristiques de fonctionnement d'une butée double effet symétrique

La raideur de l'ensemble est égale à la somme des raideurs relatives à chacune des deux butées simples. Ainsi lorsque $h_1 = h_2 = h_0$ la charge est nulle mais la raideur de la butée est double de celle d'une butée simple effet.

Au point de fonctionnement défini par $h_1 = h_2 = h_0$, la charge est nulle ; les deux butées ont les mêmes caractéristiques de fonctionnement. La raideur optimale au point de fonctionnement est obtenue pour des valeurs du rapport des pressions β identiques à celles observées dans le cas des butées à simple effet, c'est-à-dire $\beta \approx 0,5$ pour le capillaire et $\beta \approx 0,59$ pour l'orifice en paroi mince. L'importance du débit peut être réduite en diminuant la valeur du rapport β mais ceci s'effectue au détriment de la raideur.

Les résultats présentés sur la figure 6 peuvent également être utilisés afin de déterminer la raideur d'une butée symétrique soumise à une charge W différente de zéro. Cette butée peut être dessinée de telle façon que la charge soit nulle en position centrée ou que la charge nominale soit encaissée pour cette position. Dans ce dernier cas, on devra choisir des résistances hydrauliques différentes pour alimenter les alvéoles situés de part et d'autre de la plaque plane. Les pressions en position centrée doivent vérifier l'égalité :

$$W = (P_2 - P_1)S K_w$$

Lorsque la charge ne varie pas symétriquement autour d'une valeur moyenne, on utilise de préférence une butée double asymétrique dont l'étude peut encore se faire par l'intermédiaire des résultats présentés précédemment.

6 - PALIERS HYDROSTATIQUES

Le principe de fonctionnement d'un palier hydrostatique est semblable à celui d'une butée à double effet. La similitude entre ces 2 mécanismes est surtout marquée lorsque les alvéoles sont rendus indépendants les uns des autres par des rainures axiales (Fig. 23). Cependant, à cause des difficultés technologiques de réalisation, les paliers hydrostatiques à rainures axiales sont rarement utilisés sauf dans le cas des hautes vitesses où il est nécessaire d'évacuer une grande quantité de chaleur. Il faut alors s'assurer que les rainures axiales sont remplies de lubrifiant, afin d'éviter l'introduction d'air, par rotation, dans le palier.

Le nombre d'alvéoles est variable ; les paliers qui comportent plus de 6 alvéoles peuvent être considérés comme isotropes [10, 11].

Le calcul des caractéristiques de fonctionnement d'un palier hydrostatique est plus difficile que celui d'une butée double effet pour les raisons suivantes :

- a - mis à part le cas centré, l'épaisseur du film lubrifiant n'est pas constante,
- b - en l'absence de rainures axiales, il y a interaction entre les alvéoles,
- c - lorsque l'arbre est en rotation, un effet hydrodynamique se superpose à l'effet hydrostatique.

Ce paragraphe est consacré au cas des paliers hydrostatiques en régime laminaire, c'est-à-dire fonctionnant à basse vitesse et lubrifié par un fluide de viscosité élevée. Nous ne présentons ici que les approches analytiques simples.

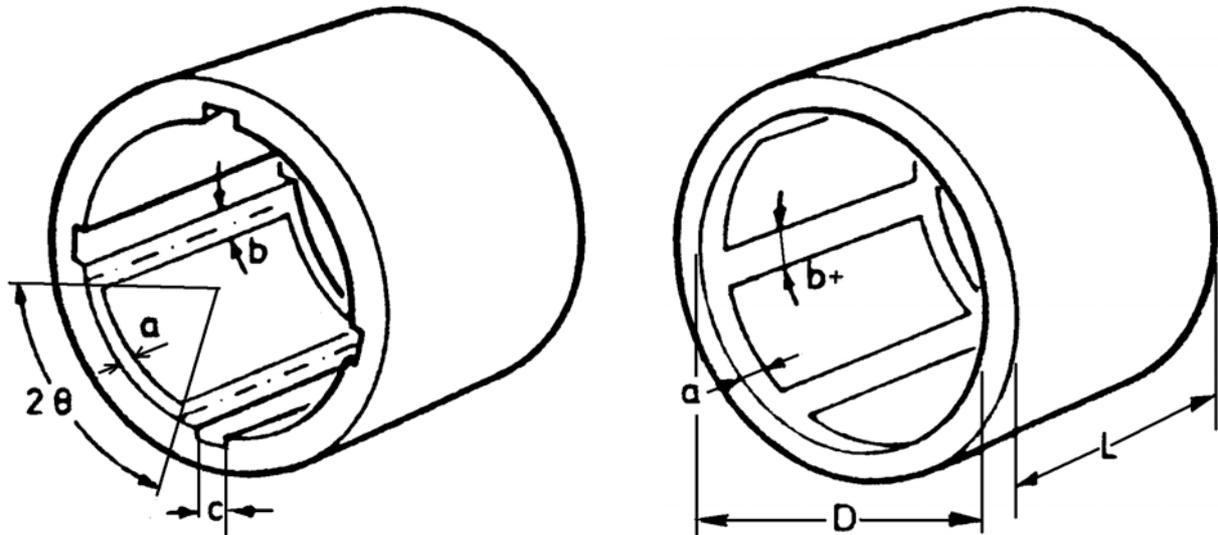


Fig. 23 – Schéma de paliers hydrostatiques

6.1 - APPROCHE ANALYTIQUE DES CARACTERISTIQUES STATIQUES D'UN PALIER HYDROSTATIQUE FONCTIONNANT EN REGIME LAMINAIRE

6.1.a - Cas du palier non chargé

La figure 24 présente la section droite d'un palier hydrostatique non chargé ainsi que l'allure du champ de pression dans le cas où les quatre résistances hydrauliques sont identiques. La pression dans tous les alvéoles est identique et égale à P_a . Si la distance inter-alvéoles b est faible, on peut négliger l'écoulement circonférentiel et, si la distance a entre l'alvéole et le bord du palier est réduite, on peut supposer que le gradient de pression axial est constant. Le problème se réduit donc au cas simple d'une butée plane infiniment longue ($L = \pi D$), cas déjà traité au paragraphe 3. Le débit relatif à un alvéole s'écrit donc :

$$Q_a = \frac{P_a C^3 K_O}{\mu}$$

Avec

$$K_O = \frac{1}{6a} \frac{\pi D}{4} = \frac{\pi D}{24a}$$

où $C = R_c - R_a$ est le jeu radial, D le diamètre et a la longueur axiale de la portée (Fig. 26).

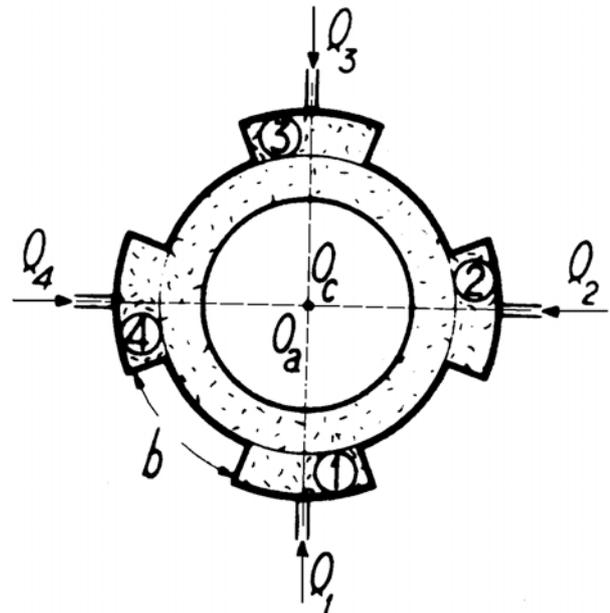


Fig. 24 – Section droite du palier

L'égalité du débit dans le film et dans la résistance hydraulique (calculs effectués ici pour un capillaire) conduit à la relation suivante :

$$P_a = P_s / (1 + \frac{K_o}{K_c} h^3) = \beta P_s$$

Comme cela a été montré dans le cas d'une butée plane, la rotation de l'arbre ne modifie pas ces résultats.

6.1.b - Cas du palier chargé

La figure 25 présente le cas d'un palier chargé pour lequel la ligne de charge coïncide avec l'axe de symétrie de l'alvéole inférieur noté 1.

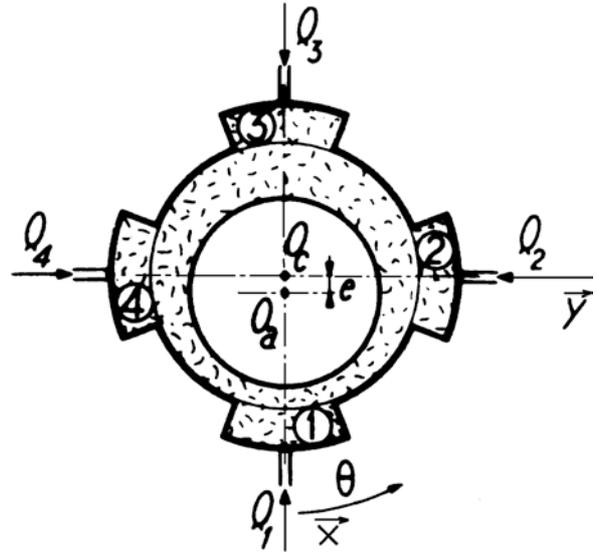


Fig. 25 – Section droite du palier chargé

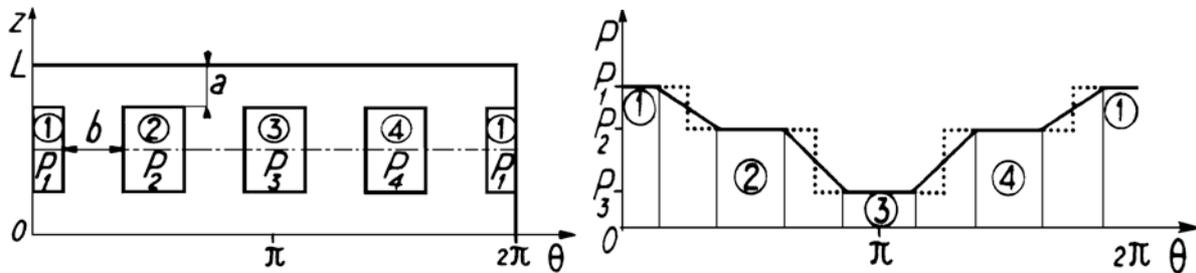
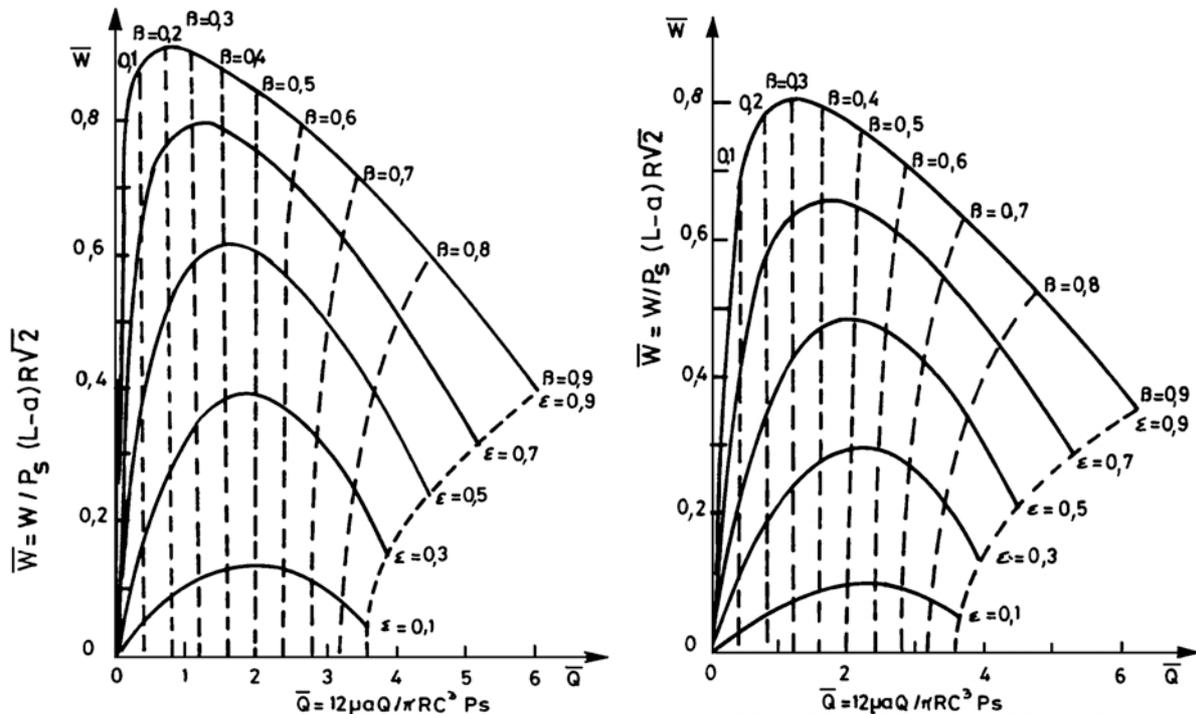


Fig. 26 – Palier développé et schématisation du champ de pression



a) $\gamma = 0,001$

b) $\gamma = 0,75$

Fig. 27 : Variations de la charge \bar{W} en fonction du débit \bar{Q}

L'épaisseur h du film fluide est donné par : $h = C (1 - \varepsilon \cos \theta)$ avec $\varepsilon = e/C$.

Le débit sortant de l'alvéole 1 peut être décomposé en :

- un débit axial Q_{al} ,
- un débit circonférentiel Q_c en direction des alvéoles 2 et 4 :

$$Q_c = Q_{c12} + Q_{c14}$$

Pour calculer ces débits, on suppose que la pression varie linéairement dans les directions axiale et circonférentielle (Fig. 26c et d). Ceci permet d'écrire :

$$Q_{al} = \frac{P_1 R}{6\mu a} \int_{-\pi/4}^{\pi/4} h^3 d\theta = \frac{\pi R C^3}{12\mu a} P_1 f_1$$

avec :

$$f_1 = 1 - \frac{4}{\pi} [2,121\varepsilon - 1,93\varepsilon^2 + 0,589\varepsilon^3]$$

$$\begin{cases} Q_{c1} = \frac{h_{12}^3 (P_1 - P_2)(L - a)}{12\mu b} \\ Q_{c2} = \frac{h_{14}^3 (P_1 - P_4)(L - a)}{12\mu b} \end{cases}$$

avec :

$$h_{12} = h_{14} = C \left(1 - \varepsilon \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \text{ et } P_2 = P_4$$

En posant :

$$g_1 = \left(1 - \varepsilon \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^3$$

et en égalant le débit de l'alvéole à celui de la résistance hydraulique, il vient :

$$K_c (P_s - P_1) = \frac{\pi R C^3}{12a} [P_1 f_1 + \gamma g_1 (P_1 - P_2)]$$

où γ représente un coefficient de forme défini par :

$$\gamma = \frac{4a(L - a)}{\pi D b}$$

Le même raisonnement appliqué aux alvéoles 2 et 3 permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\pi R C^3}{12a} \left\{ P_2 f_2 + \frac{\gamma}{2} [g_1 (P_2 - P_1) + g_2 (P_2 - P_3)] \right\} &= K_c (P_s - P_2) \\ \frac{\pi R C^3}{12a} \left\{ P_3 f_3 + \gamma g_2 (P_3 - P_2) \right\} &= K_c (P_s - P_3) \end{aligned}$$

avec :

$$f_2 = 1 + \frac{4}{\pi} \cdot 0,428 \varepsilon^2$$

$$f_3 = 1 + \frac{4}{\pi} [2,121 \varepsilon + 1,93 \varepsilon^2 + 0,589 \varepsilon^3]$$

$$g_2 = (1 + \varepsilon / \sqrt{2})^3$$

Les pressions dans les alvéoles sont solution du système linéaire de 3 équations à 3 inconnues :

$$\begin{cases} P_1 \left[f_1 + \frac{\beta}{1-\beta} + \gamma g_1 \right] - P_2 \gamma g_1 = \frac{\beta}{1-\beta} P_s \\ -P_1 \frac{\gamma g_1}{2} + P_2 \left[f_2 + \frac{\beta}{1-\beta} + \frac{\gamma}{2} (g_1 + g_2) \right] - P_3 \frac{\gamma g_2}{2} = \frac{\beta}{1-\beta} P_s \\ -\frac{\gamma g_2}{2} P_2 + P_3 \left[f_3 + \frac{\beta}{1-\beta} + \gamma g_2 \right] = \frac{\beta}{1-\beta} P_s \end{cases}$$

où $\beta = P_a / P_s$ représente le rapport des pressions entre l'entrée et la sortie de la résistance hydraulique en position centrée. La charge et le débit s'écrivent respectivement :

$$\begin{cases} W = (P_1 - P_3) R \sqrt{2} (L - a) \\ Q = \frac{K_c}{\mu} [4 P_s - P_1 - 2P_2 - P_3] = \frac{\pi R C^3}{12 \mu a} P_s \frac{\beta}{1-\beta} \left[4 - \frac{P_1 + P_3 + 2P_2}{P_s} \right] \end{cases}$$

On constate que la charge \bar{W} et le débit \bar{Q} adimensionnés :

$$\bar{W} = \frac{W}{P_s (L - a) R \sqrt{2}} \quad ; \quad \bar{Q} = Q \frac{12 \mu a}{\pi R C^3 P_s}$$

sont fonction de l'excentricité relative ε , du rapport des pressions en position centrée β et du coefficient de forme γ .

La figure 27 présente les variations de la charge sans dimension \bar{W} en fonction du débit adimensionné \bar{Q} pour différentes valeurs de ces deux paramètres. Si le coefficient γ tend vers zéro (Fig. 27a), c'est-à-dire lorsque l'écoulement axial devient prépondérant devant l'écoulement circonférentiel (écoulement inter-alvéoles), on obtient des résultats identiques à ceux présentés antérieurement par Shaw et Macks [12]. La charge portante \bar{W} est maximale pour un rapport des pressions β voisin de 0.5 dans le cas des faibles excentricités ; cette valeur optimale diminue lorsque l'excentricité augmente. La prise en compte de l'écoulement circonférentiel (Fig. 27b) entraîne une diminution de la charge portante, l'allure des courbes restant inchangée.

Une telle approche peut être étendue à des paliers à n alvéoles contrôlés par des capillaires ou des orifices.

BIBLIOGRAPHIE

Une partie de ce chapitre a été publiée dans Techniques de l'Ingénieur : Butées et paliers hydrostatiques, B 673-1.

- [1] Grand dictionnaire Universel du XIX siècle par Pierre Larousse « Palier » Tome 12 p. 63, 1865.
- [2] P. GERARD « Le palier fluide » Mémoire des Ingénieurs Civils de France p. 106-134, 1949.
- [3] P. GERARD « Le palier fluide » Revue Universelle des Mines 9^e série n° 6, p. 273-282, 1954.
- [4] J.P. O'DONOGHUE and W.B. ROWE « Compensation methods for externally pressurized bearings ». Power Transmission, vol. 30, n° 4, pp. 49-60.
- [5] C. CHARCOSSET « Butées et glissières hydrostatique avec régulation des laminages de tête ». Mécanique, p. 16-25, Avril 1970.
- [6] C. CUSANO « Characteristics of externally pressurized journal bearings with membrane type variable flow restrictors as compensating elements ». Proc. Inst. Mech. Eng. Vol. 188, 52/74, p. 527-536, 1974.
- [7] W.B. ROWE, D. KOSHAL and K.J. STOUT « Investigation of recessed hydrostatic and slot entry journal bearings for hybrid hydrodynamic and hydrostatic operation ». Wear, 43, p. 55-69, 1977.
- [8] F.M. STANFIELD « Hydrostatic bearings for machine tools and similar applications ». The machinery publishing Co. LTD, 1970.
- [9] H.C. RIPPEL « Cast bronze hydrostatic bearing design manual ». Cast bronze bearing institute, Inc., 1969.
- [10] J.P. O'DONOGHUE and W.B. ROWE « Hydrostatic bearing design ». Tribology, Vol. 2, n°1, p. 25-71, Feb. 1969.
- [11] W.B. ROWE and J.P. O'DONOGHUE « Design procedures for hydrostatic bearings ». The machinery publishing Co. LTD, 1971.
- [12] M.C. SHAW and F. MACKS « Analysis and lubrication of bearings ». Mc Graw Hill Book Company, Inc., 1949.

CHAPITRE 8

ASPECTS TECHNOLOGIQUES ET CHOIX DE PALIERS

1 - CHOIX PRELIMINAIRE D'UNE TECHNOLOGIE

Les paliers habituellement utilisés peuvent être réalisés :

- en conservant un contact entre les deux surfaces (paliers non lubrifiés),
- en introduisant des billes ou des rouleaux entre les deux surfaces (roulements),
- en interposant un film fluide entre les deux surfaces (paliers lubrifiés).

Le lubrifiant utilisé pour les roulements et les paliers lubrifiés peut être solide (film mince) ou fluide (graisse, liquide ou gaz). Les modes d'application du lubrifiant sont divers : circulation, bain, brouillard, graissage à vie, imprégnation d'un coussinet poreux, dépôt de revêtement, etc.

Les paliers à film fluide peuvent être classés en considérant le type du fluide utilisé et le mode de formation du film :

- hydrodynamique (palier autonome à liquide),
- hydrostatique (palier à liquide pressurisé par une pompe extérieure),
- aérodynamique (palier autonome à gaz),
- aérostatique (palier à gaz pressurisé par un compresseur extérieur).

Les domaines classiques d'utilisation de différents types de paliers radiaux et de butées non lubrifiés, hydrodynamiques ou poreux, ainsi que des roulements, sont présentés dans les figures 1 et 2 reproduites d'après Neale [1]. Ces diagrammes fournissent des indications pour choisir le type de palier ayant la capacité de charge maximale pour une vitesse de rotation et un diamètre d'arbre fixés. Ils sont basés sur une durée de vie de 10 000 heures pour les paliers non lubrifiés et les roulements. Des durées de vie plus importantes peuvent être obtenues en réduisant la charge et la vitesse. Pour les paliers lubrifiés, le diamètre est égal à la longueur ($L/D=1$) et le lubrifiant est une huile minérale de viscosité moyenne.

La figure 1 fournit des indications sur les capacités de charge maximale de différents types de paliers radiaux pour une vitesse de rotation et un diamètre d'arbre donné. Les paliers hydrostatiques peuvent être utilisés sur toute la plage de charge et de vitesse mais à vitesse élevée, l'énergie dissipée dans les alvéoles en écoulement turbulent, peut être très importante.

La figure 2 fournit des indications sur les capacités de charge maximales de différents types de butées pour une vitesse de rotation et un diamètre d'arbre donnés. Les butées hydrostatiques sont utilisables sur toute la plage de charge et vitesse mais à vitesse élevée, l'énergie dissipée dans les alvéoles en écoulement turbulent, peut être très importante.

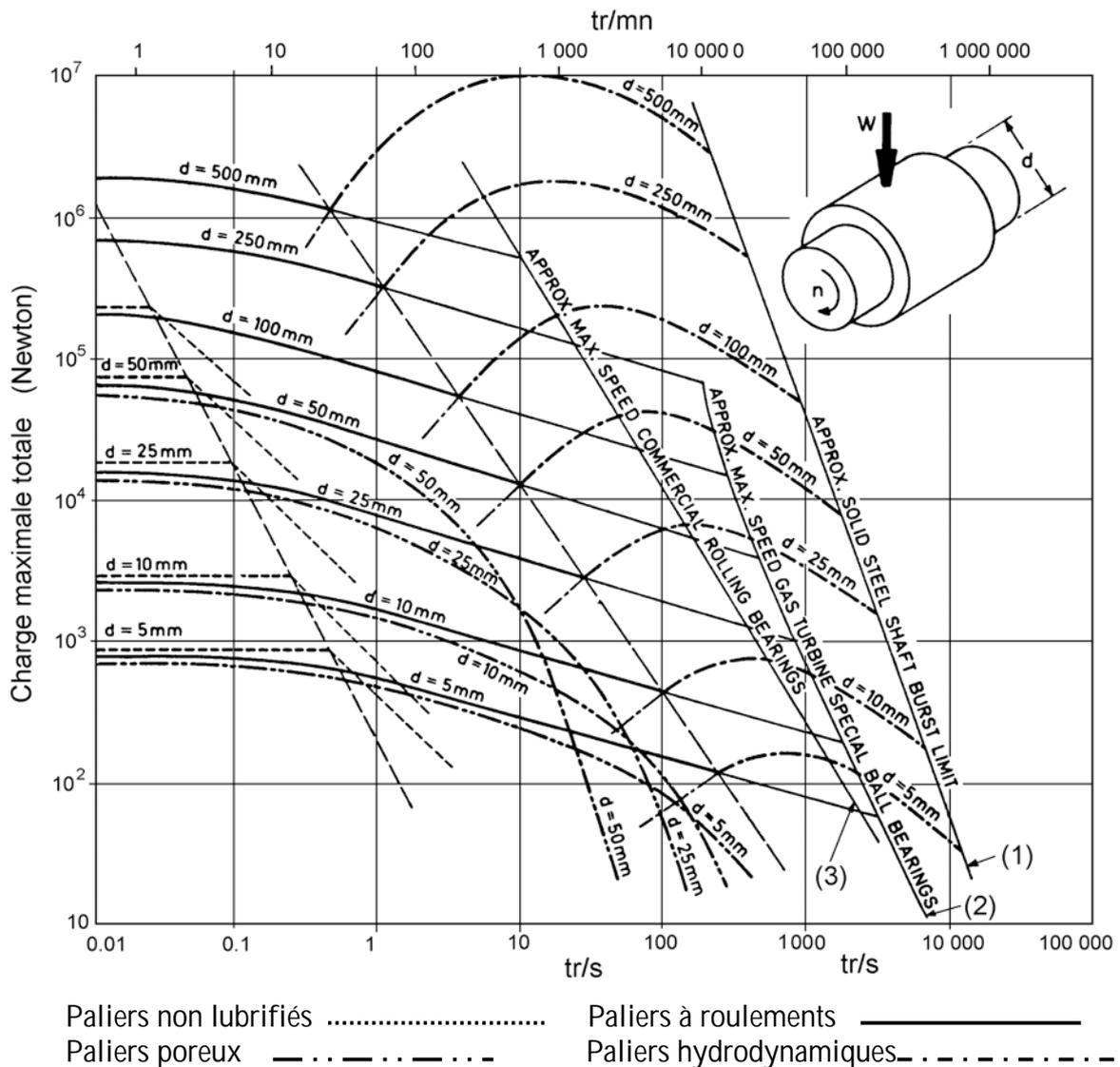


Fig. 1 : Sélection de paliers radiaux [1]

Remarque :

Pour la sélection des paliers radiaux et des butées, dans de nombreux cas, en plus de la capacité de charge, l'environnement du palier ou d'autres paramètres particuliers doivent être pris en compte.

Les paliers non lubrifiés ne sont utilisables que pour des vitesses de rotation faibles. Seuls les paliers fluides peuvent être utilisés aux vitesses et aux charges très élevées.

L'avant-projet d'un palier ou d'une butée nécessite en général des choix supplémentaires. Nous ne traiterons ici que l'avant-projet des paliers hydrodynamiques ; la même démarche peut être appliquée aux butées hydrodynamiques.

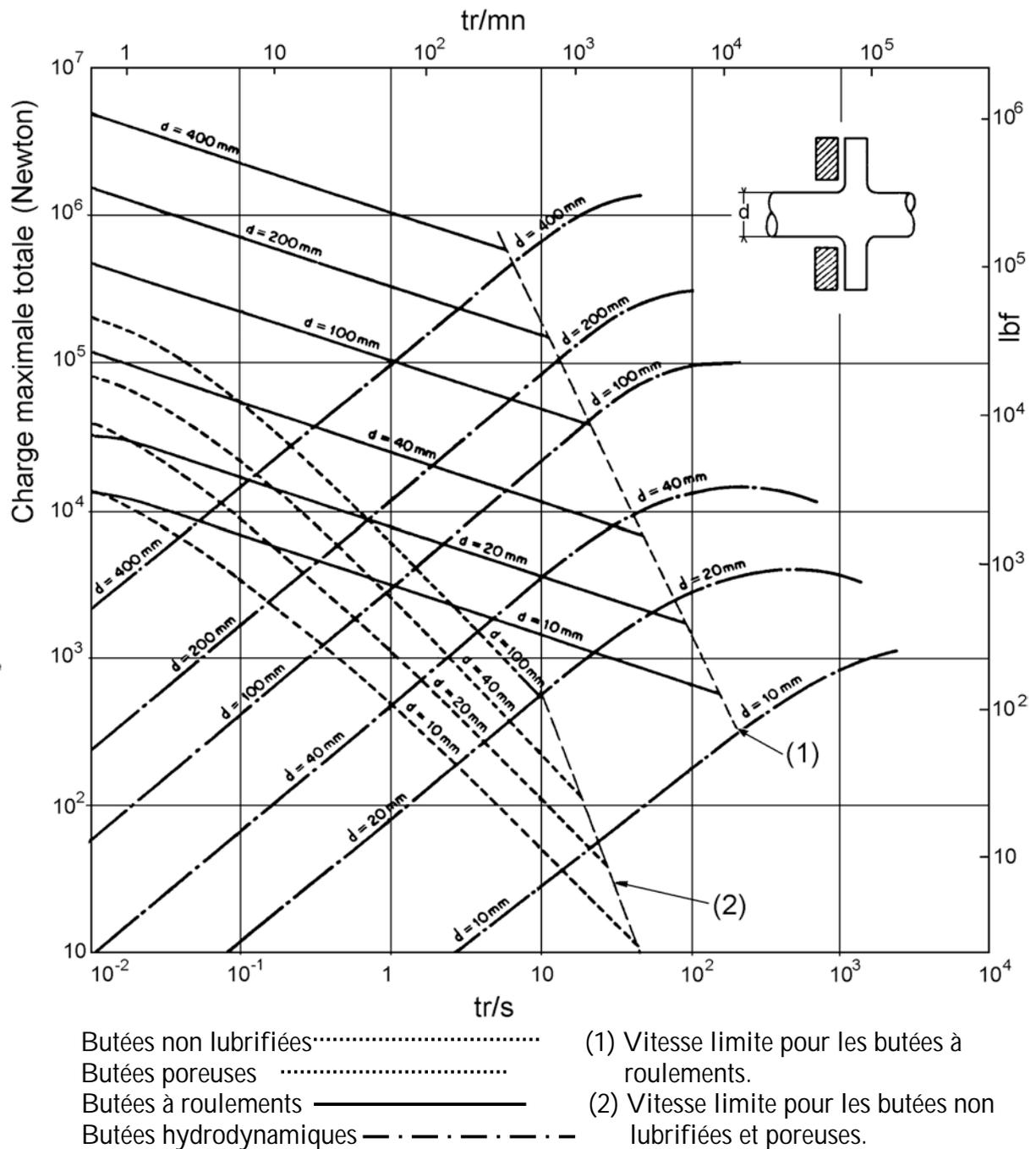


Fig. 2 : Sélection des butées [1]

2 - AVANT-PROJET DE PALIER HYDRODYNAMIQUE

Les principaux paramètres qui interviennent dans la définition d'un palier cylindrique sont :

- les paramètres géométriques : diamètre, longueur, jeu radial,
- les paramètres cinématiques : vitesse de rotation, charge,
- les paramètres dynamiques : charge variable, mode de rotation (continu ou alternatif), vibrations....
- les paramètres caractéristiques du lubrifiant : viscosité dynamique, masse volumique, chaleur spécifique.

Dans la majorité des cas, la charge, la vitesse de rotation et le diamètre sont les données les plus significatives pour la sélection du palier. Il ne faut toutefois pas oublier que d'autres données peuvent aussi influencer le choix du palier. Ce sont par exemple : la fréquence des démarrages, la durée des périodes d'arrêt, la charge au démarrage, la température ambiante, etc.

2.1-LIMITES DE FONCTIONNEMENT

Lors de l'avant-projet d'un palier, il est nécessaire de s'assurer qu'il fonctionne de façon satisfaisante pour les conditions imposées, mais aussi qu'il n'est pas trop près des limites mettant en cause sa fiabilité, ni qu'il est surdimensionné.

Pour un palier donné, les conditions limites de charge et de vitesse de rotation sont précisées fig. 3 [2].

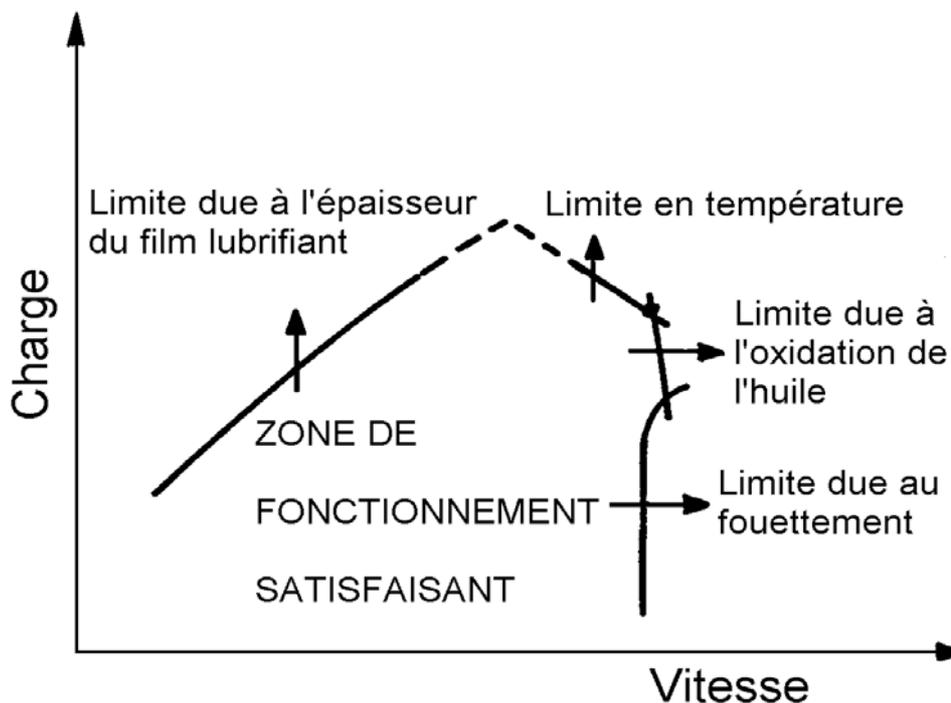


Fig. 3 : Conditions limites de charge et de vitesse [2]

A faible vitesse et à charge élevée, il y a risque de contact entre l'arbre et le coussinet dû à une épaisseur trop faible du film du lubrifiant. A vitesse et à charge élevées, il y a possibilité de fluage du régule soumis à des températures et des pressions trop importantes. Pour des vitesses plus élevées et une charge faible, la limite peut être due à l'oxydation du lubrifiant porté à une température trop élevée. Enfin pour des charges faibles et des vitesses élevées, le fouettement conduit généralement à des niveaux vibratoires inacceptables.

2.1.a - Epaisseur de film

Pour une épaisseur du film lubrifiant trop faible, il y a risque de contact des surfaces de l'arbre et du coussinet, pouvant conduire à une usure et à une destruction du palier. L'épaisseur du film doit être nettement supérieure à la somme des rugosités des surfaces antagonistes pour qu'un régime de fonctionnement hydrodynamique puisse s'établir.

Pour des conditions de fonctionnement usuelles les valeurs minimales d'épaisseur de film de lubrifiant sont précisées figure 4 pour différents diamètres d'arbre. Ces valeurs ont été établies par Martin [3] [4] à partir des valeurs usuelles de rugosité et en prenant un rapport 3 entre la somme des valeurs des hauteurs totales des rugosités de l'arbre et du coussinet et l'épaisseur minimale du film.

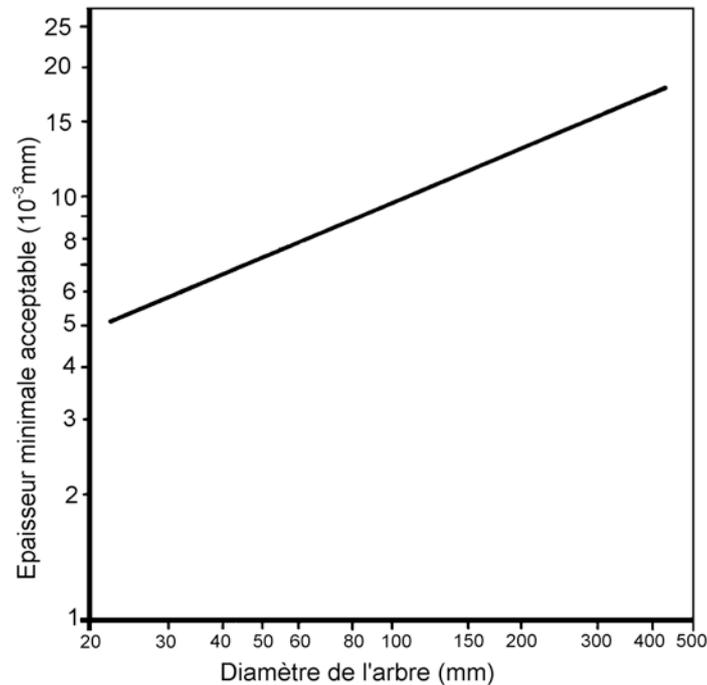


Fig. 4 : Valeurs acceptables d'épaisseur minimale [4]

2.1.b - Température du régule

Pour un couple température - pression de valeur trop importante, il y a danger de fluage du régule. Les valeurs limites des températures et des pressions dépendent de la nature du régule. Pour les régules habituellement utilisés, Booser [6] a montré que le fluage commençait vers 190°C pour une pression de $1,4 \cdot 10^6$ Pa (14 bar) et vers 130°C pour une pression de $7 \cdot 10^6$ Pa (70 bar).

Pour les régules usuels, Garner [2] préconise des températures d'utilisation inférieures à 120°C pour des charges statiques et 100°C pour des charges dynamiques. L'utilisation d'alliage d'aluminium ou de cuproplomb permet d'atteindre des températures respectives de 150 à 200°C .

2.1.c - Température de l'huile

Garner [2] préconise de ne pas dépasser une température de 75 à 80°C dans le réservoir d'alimentation pour les huiles minérales habituellement utilisées afin d'obtenir une durée de vie de plusieurs milliers d'heures.

La fig. 5 compare les températures limites d'utilisation de l'huile minérale et de différentes huiles synthétiques [7].

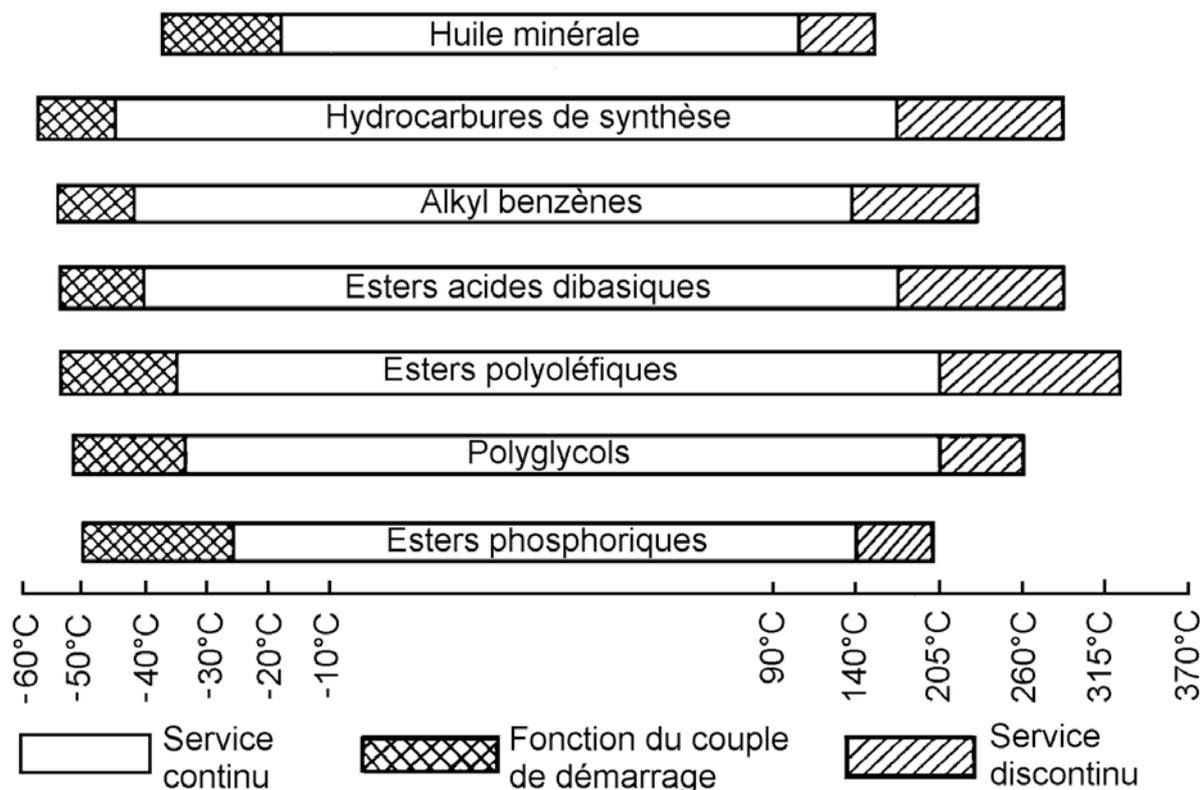


Fig. 5 : Température limites d'utilisation des huiles minérale et synthétiques [7]

2.1.d - Jeu

Le jeu est un paramètre très important. Un jeu trop important entraîne, pour des conditions de fonctionnement données, un accroissement du débit de fuite ainsi qu'une réduction de l'épaisseur minimale du film lubrifiant. Par contre, une valeur trop faible du jeu implique une augmentation des pertes par frottement et peut entraîner lors du démarrage ou lors d'un changement de régime, une perte totale de jeu (serrage) dû aux dilatations différentielles. Différentes relations empiriques ont été proposées.

O'Connor [5] propose les relations suivantes :

pour des surfaces rectifiées $2C = 7.10^{-4} D + 7,6. 10^{-3}$

pour des surfaces usinées $2C = 3.10^{-3} D + 10^{-1}$

C et D étant respectivement le jeu radial et le diamètre exprimés en millimètres. Garner [2] prenant en compte l'effet de la rotation présente le diagramme de la figure 6.

Constantinescu [7], se référant à la normé ISO, propose :

- pour les paliers usuels des ajustements de type H7/d8 ou H7/e8,
- pour des paliers de réalisation plus soignée :
 - en régime stationnaire H7/g6
 - en régime dynamique H7/h6

Ces relations sont à utiliser avec prudence car elles peuvent parfois conduire à la réalisation de paliers mal dimensionnés. Seule une étude des variations des différents caractéristiques du palier telles que l'épaisseur minimale du film, la puissance dissipée ou le débit en fonction du jeu, permet de fixer un jeu moyen et des tolérances de fabrication.

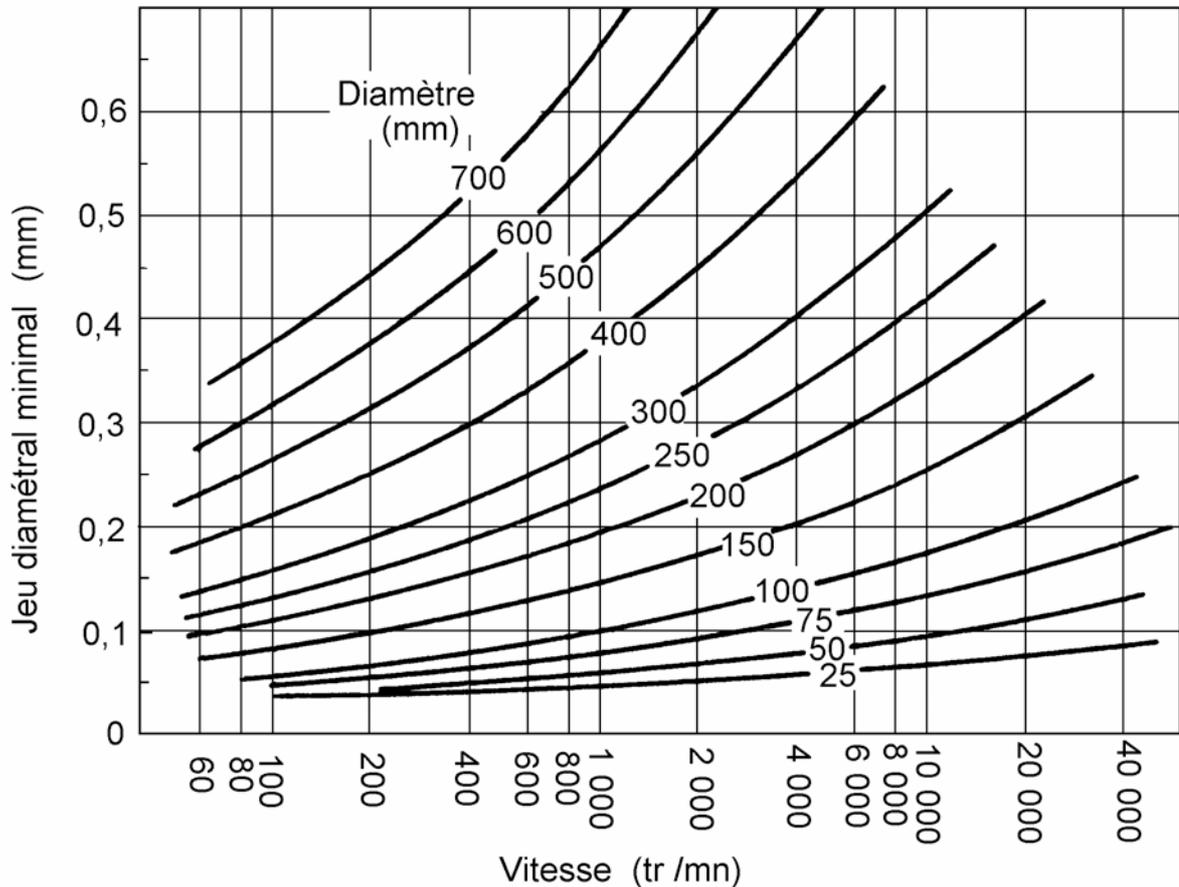


Fig. 6 : Valeur du jeu diamétrale en fonction de la vitesse [2]

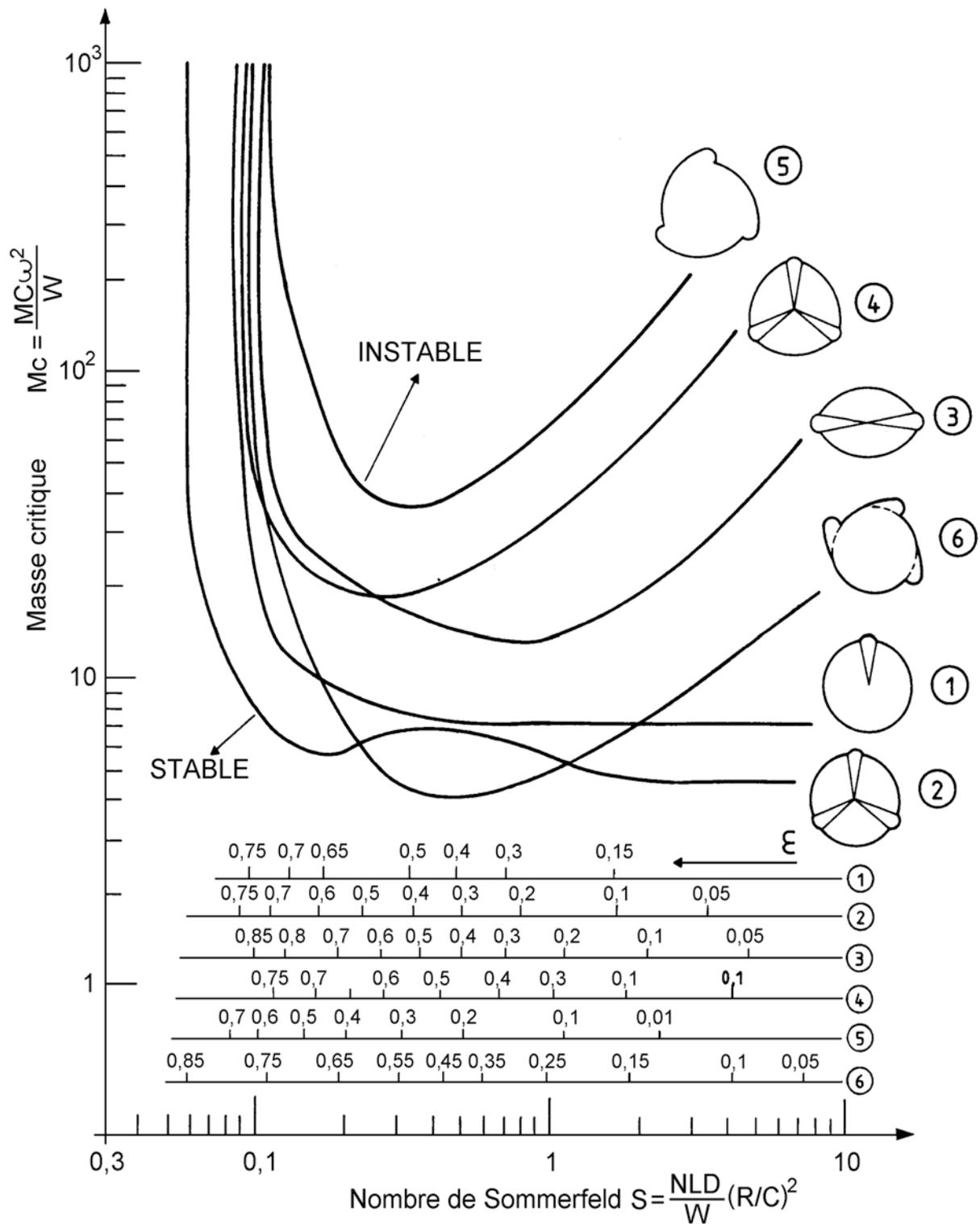
2.1.e - Géométrie

La forme retenue pour un palier est importante car elle intervient de façon significative sur les caractéristiques dynamiques du palier et modifie le comportement dynamique de la ligne d'arbre supportée par les paliers.

Le choix de la forme d'un palier est un compromis. Si les paliers non circulaires sont plus stables que les paliers circulaires, ils ont, par contre, une capacité de charge moindre, des pertes plus importantes et nécessitent un débit de lubrifiant plus élevé. Les paliers à patins oscillants sont presque toujours stables au fouettement, par contre, ils sont d'une réalisation plus complexe que les paliers de forme fixe. Garner [2] a comparé les caractéristiques statiques et dynamiques des formes de paliers les plus souvent rencontrées. Les figures 7 et 8 peuvent constituer un guide pour le choix préliminaire d'une géométrie.

Type palier	Capacité de charge	Résistance au fouettement	Rigidité ou amortissement	Remarques
Cylindrique, alimentation axiale				
Cylindrique, alimentation circonférentielle				Adapté aux charges tournantes
Alimentation circonférentielle partielle				Stabilité améliorée pour une charge dans une direction fixe.
Citron ou 2 lobes				Amortissement et rigidité horizontaux limités
4 lobes				
3 lobes				
Offset				Adapté pour un seul sens de rotation
Patins oscillants		Stable		

Fig. 7 : Comparaison de différents paliers [2]



- 1 Circulaire (une rainure)
- 2 Circulaire (trois rainures)
- 3 Citron

- 4 Trois lobes (symétriques)
- 5 trois lobes (asymétriques)
- 6 Trois poches

Fig. 8 : Courbes de stabilité de différents paliers [9]

2.2 - OPTIMISATION

Lors de l'avant projet d'un palier, il faut non seulement s'assurer qu'il ne fonctionne pas trop près des limites mettant en cause sa fiabilité, mais aussi optimiser sa conception. En effet, des économies importantes peuvent être réalisées. L'optimisation permet de réduire la puissance dissipée, la température maximale et le débit de lubrifiant.

Nous ne traiterons pas ici le problème de l'optimisation mais nous allons montrer, sur un cas simple, comment évoluent le débit axial Q , l'épaisseur minimale du film h_{\min} et la puissance dissipée P , lorsque le jeu radial et le rapport L/D de la longueur au diamètre du palier varient.

L'objectif est de réaliser un palier lisse cylindrique capable de supporter une charge $W = 10\,000\text{ N}$ à une vitesse de rotation de $3\,000\text{ tr/mn}$, soit $N = 50\text{ tr/s}$. Pour déterminer les grandeurs caractéristiques de ce palier, il faut choisir :

a) *Le rayon de l'arbre* : l'arbre doit présenter une résistance mécanique et avoir une rigidité suffisante afin de supporter la charge et transmettre les couples. Une valeur du rayon $R = 0,02\text{ m}$, est satisfaisante.

b) *La longueur du coussinet* : Celle-ci dépend en particulier de la charge à supporter, de l'espace disponible, des possibilités de mésalignement et du fléchissement du rotor. Le rapport L/D de la longueur au diamètre du palier est généralement compris entre 0,4 et 1,2. Trois valeurs de L/D (0,5 ; 0,8 et 1) seront envisagées. Notons que pour des raisons de mésalignement la tendance est d'utiliser des paliers dont le rapport L/D est inférieur à l'unité.

En fonction des relations précédentes, il vient :

$$17\ \mu\text{m} \leq C \leq 110\ \mu\text{m} \quad [5]$$
$$C \approx 60\ \mu\text{m} \quad [2]$$

soit des jeux radiaux relatifs :

$$8,5 \cdot 10^{-4} \leq \frac{C}{R} \leq 5,5 \cdot 10^{-3} \quad [5]$$
$$\frac{C}{R} \sim 3 \cdot 10^{-3} \quad [2]$$

c) *Le lubrifiant* : Celui-ci est souvent imposé par l'environnement, par ailleurs, seule la viscosité à la température d'entrée est connue. La recherche du champ de température, donc de viscosité, à l'intérieur du film lubrifiant est un problème compliqué. Nous supposons le régime isotherme et choisirons une viscosité constante égale à $0,065\text{ Pa.s}$ correspondant à la température du lubrifiant.

Etude de cas :

Il est alors possible par l'intermédiaire des courbes de la figure 9 de déterminer les caractéristiques du palier pour différentes valeurs du jeu C et du rapport L/D . Il faut souligner les points suivants :

a) L'épaisseur minimale du film lubrifiant peut être augmentée en augmentant la longueur du palier. Pour chaque valeur du rapport L/D, il existe un jeu optimal ; cependant, des paliers trop longs n'acceptent pas des mésalignements et des flexions d'arbre importants.

b) Une réduction des pertes de puissance peut être obtenue par une diminution du diamètre et de la longueur du palier ou par une augmentation du jeu. Dans le cas particulier étudié, le jeu minimal donné par la relation proposée par O'Connor [5] conduit à des pertes inacceptables.

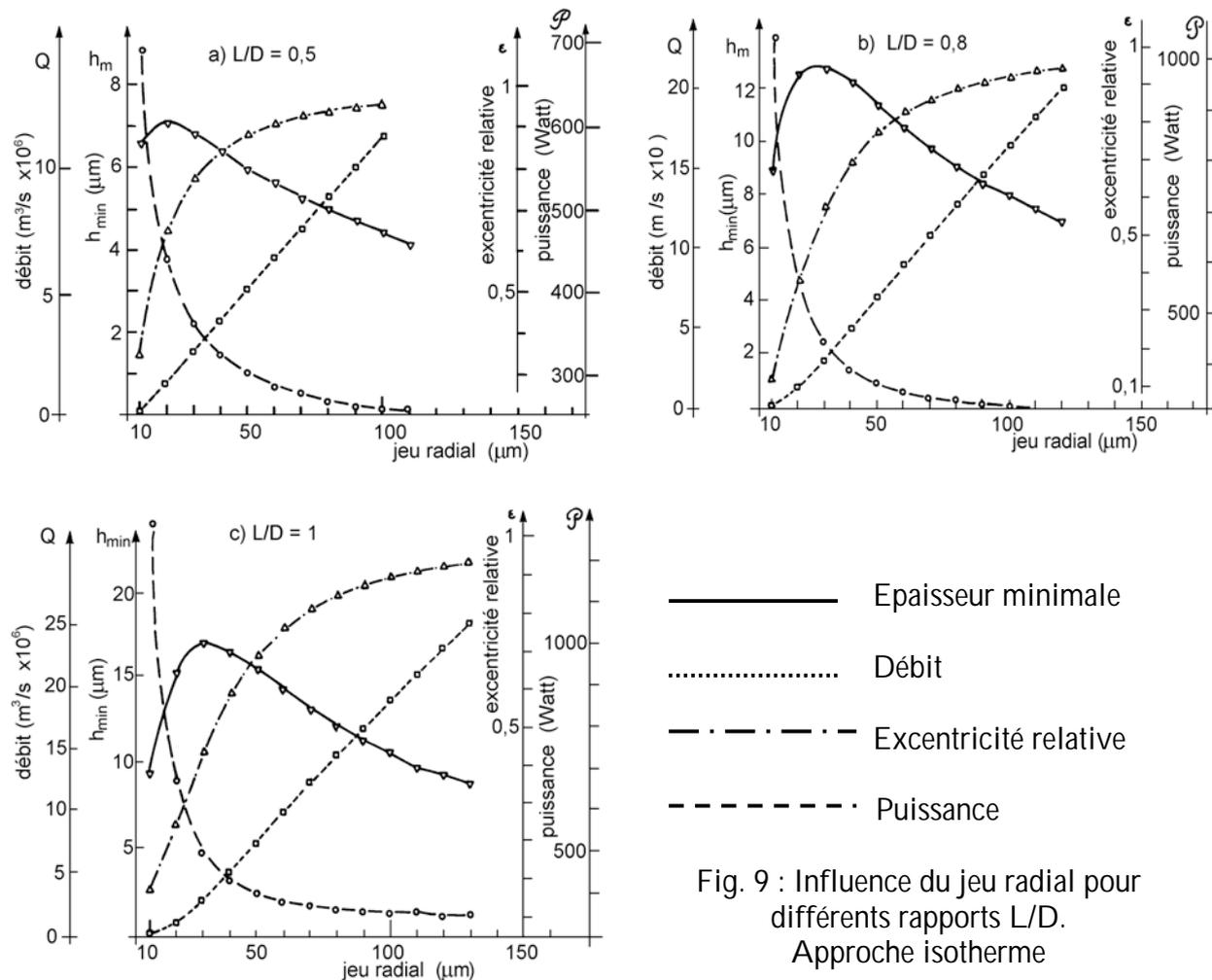


Fig. 9 : Influence du jeu radial pour différents rapports L/D. Approche isotherme

a) - L'épaisseur minimale du film lubrifiant doit toujours être supérieure à la limite inférieure admissible (fig. 4).

b) L'excentricité relative doit être supérieure à la valeur critique correspondant au seuil du fouettement (fig. 8).

c) - La température maximale de surface du palier peut être évaluée par la relation empirique [10] :

$$T_{\max} = T_e + 2 \Delta T$$

où T_e est la température d'entrée de l'huile et ΔT l'augmentation globale de la température, évaluée à l'aide d'un bilan thermique global.

Si la température maximale ainsi calculée est proche de la température maximale admissible pour le régule du coussinet, une analyse thermique plus précise doit être effectuée.

2.3. - MODE D'ALIMENTATION DES PALIERS LISSES

La position, la forme des rainures d'alimentation et la pression d'alimentation ont une influence sur les caractéristiques de fonctionnement d'un palier lisse.

2.3.a - Position et forme des rainures d'alimentation

Il y a deux types classiques de rainures : les rainures axiales, les rainures circonférentielles.

Rainures axiales :

Du point de vue du remplissage en huile du palier, pour les charges fixes en direction, la position la plus favorable pour la rainure axiale est située légèrement en aval de la génératrice pour laquelle l'épaisseur du film est maximale. Cependant, comme la position de la ligne des centres repérée par l'angle de calage est fonction, pour un palier donné, de la charge, de la vitesse et de la viscosité du lubrifiant, cette rainure est souvent située dans une zone comprise entre 90° et 135° en amont de la charge. Si le sens de rotation n'est pas fixe, on peut placer deux rainures diamétralement opposées à 90° de la direction de la charge, dans la zone d'épaisseur maximale du film (fig. 10). La présence de deux rainures d'alimentation est parfois justifiée par des considérations thermiques : Le rôle de la seconde rainure est alors de "limiter" la recirculation de fluide chaud et de mieux refroidir le palier. La position de la rainure axiale modifie très peu la valeur de la charge portante dès lors que cette rainure est située dans la partie supérieure non chargée, cependant elle peut avoir une certaine influence sur la valeur du couple de frottement.

Rainure circonférentielle :

La rainure circonférentielle, généralement placée dans la section médiane du palier, est utilisée lorsque la charge est variable en direction (charge tournante par exemple). Ce type de rainure diminue sensiblement la charge portante car elle substitue deux paliers de longueur $L' < L/2$ à un palier de longueur L (fig. 12). Aussi des rainures circonférentielles d'amplitudes limitées ou même des trous sont utilisés sur certains paliers de bielles de moteurs thermiques.

En pratique la géométrie du palier, la forme et le positionnement des rainures peuvent être plus complexes. Les paliers à section non circulaire ou les paliers à rainures multiples (fig. 13) sont plus stables du point de vue vibratoire mais leur capacité de charge est réduite.

2.3.b. - Rôle de la pression d'alimentation

Une alimentation sous pression améliore la sécurité de fonctionnement du palier car :

- elle établit une circulation forcée du lubrifiant et augmente ainsi l'évacuation de l'énergie dissipée dans le palier ;
- elle diminue les risques de cavitation en irriguant la zone inactive du palier.

Les valeurs de la pression d'alimentation modifient tous les paramètres de fonctionnement du palier cependant, c'est le débit qui est le plus influencé :

- le débit croît avec la pression d'alimentation
- le couple de frottement augmente et tend vers une limite qui correspond à la valeur calculée pour un palier entièrement plein d'huile.
- l'angle de calage augmente très légèrement car il est fonction du couple de frottement.
- la charge peut être augmentée ou diminuée selon la forme et la position de la rainure d'alimentation [11].

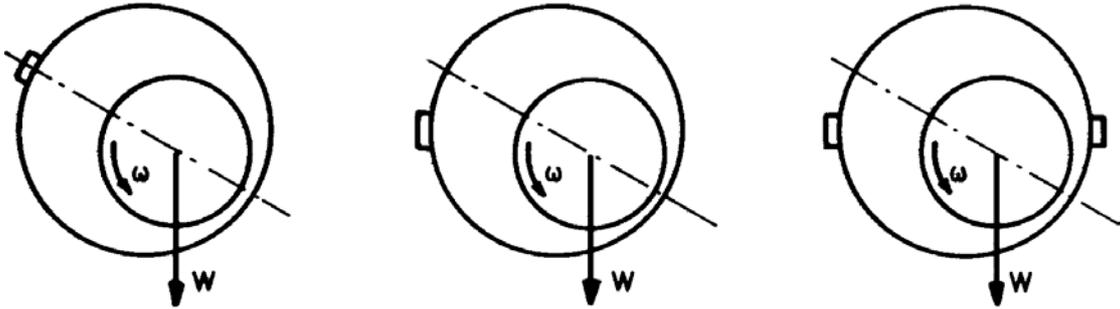


Fig. 10 : Position des rainures axiales

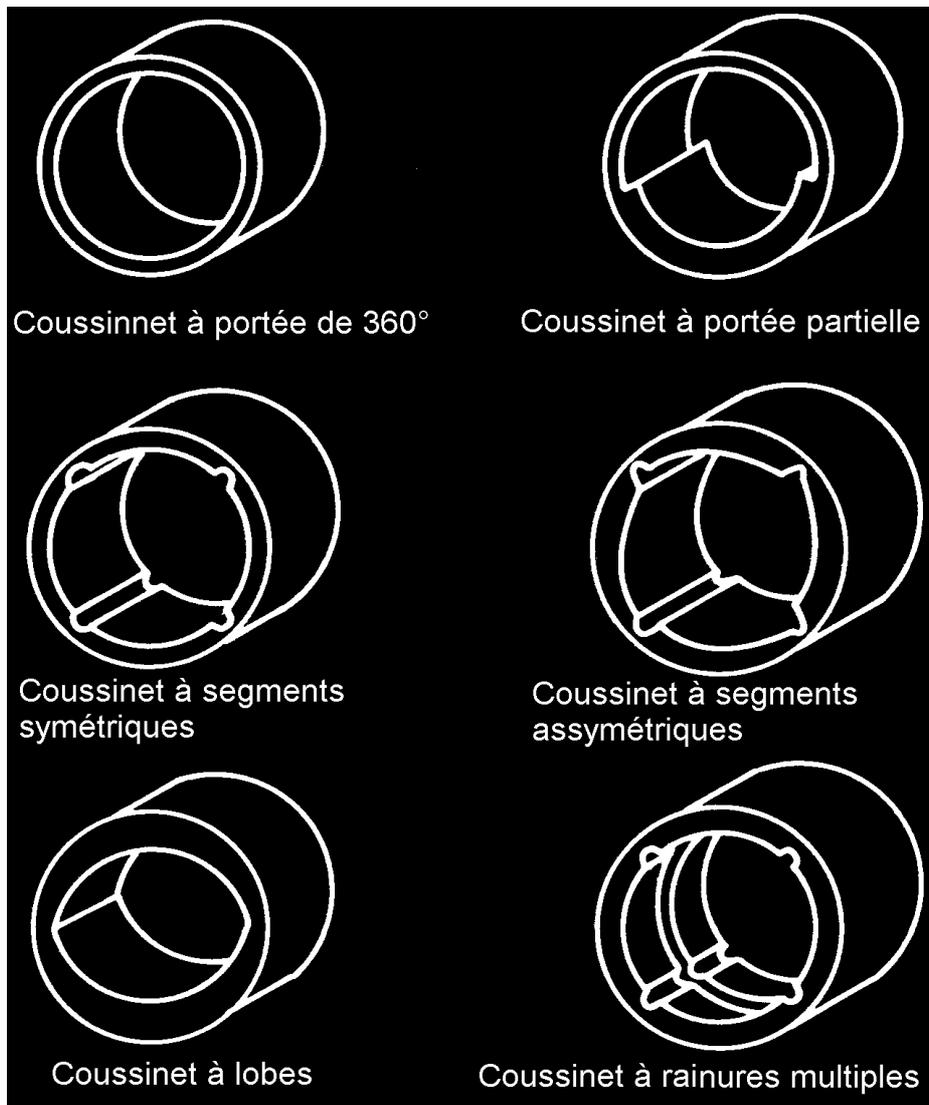


Figure 11 : Configuration du coussinet

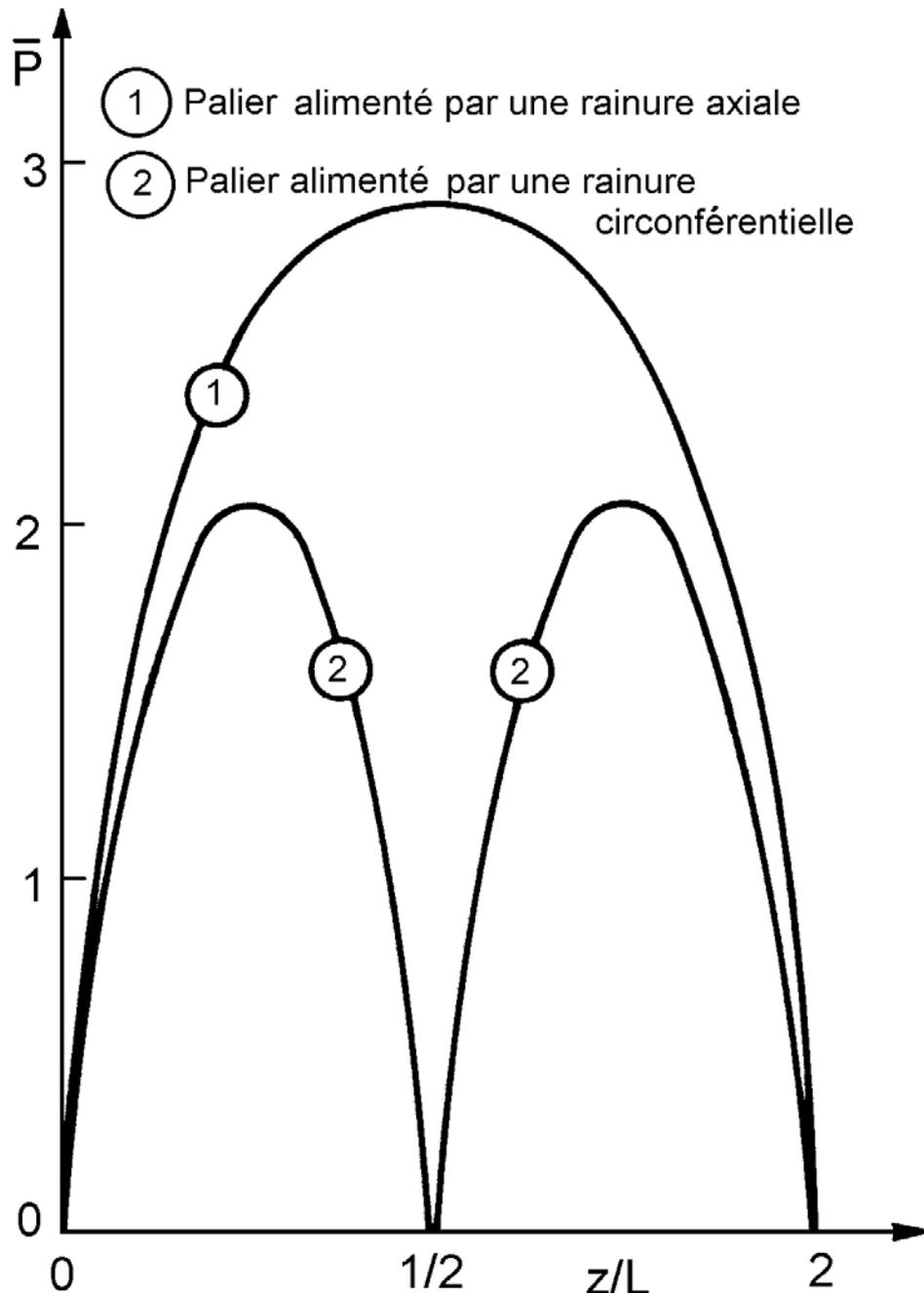


Figure 12 : Variation de la pression en fonction de la coordonnée axiale z .

2.4 - INFLUENCE DE MESALIGNEMENT

Dans un palier, les axes du coussinet et de l'arbre ne sont pas toujours parallèles. En pratique il existe toujours un mésalignement dont les causes peuvent être d'origines diverses : déformation thermique ou élastique de l'arbre, couples extérieurs ou mauvais alignement des paliers.

Dans le cas du palier aligné, un seul paramètre est nécessaire pour représenter l'épaisseur du film d'huile : l'excentricité. Pour un palier mésaligné, il est nécessaire d'utiliser 3 paramètres. Les plus généralement utilisés sont les suivants [12] :

- l'excentricité ε_0 dans la section médiane
- le module de la projection de la ligne des centres de l'arbre sur le plan défini par la section médiane : δ (fig. 14)
- l'angle que fait la projection de la ligne des centres de l'arbre avec la ligne des centres de la section médiane : β .

Dans le cas général, le torseur des forces extérieures agissant sur le coussinet peut être réduit à une charge verticale agissant dans le plan médian du coussinet et à un moment faisant avec la direction de la charge un angle quelconque. Si le mésalignement est dû à une charge W , non centrée, c'est-à-dire une charge appliquée à une distance l de la section médiane, le moment des forces extérieures est tel que :

$$M = l W$$

et l'angle entre ce moment et la charge est de 90° .

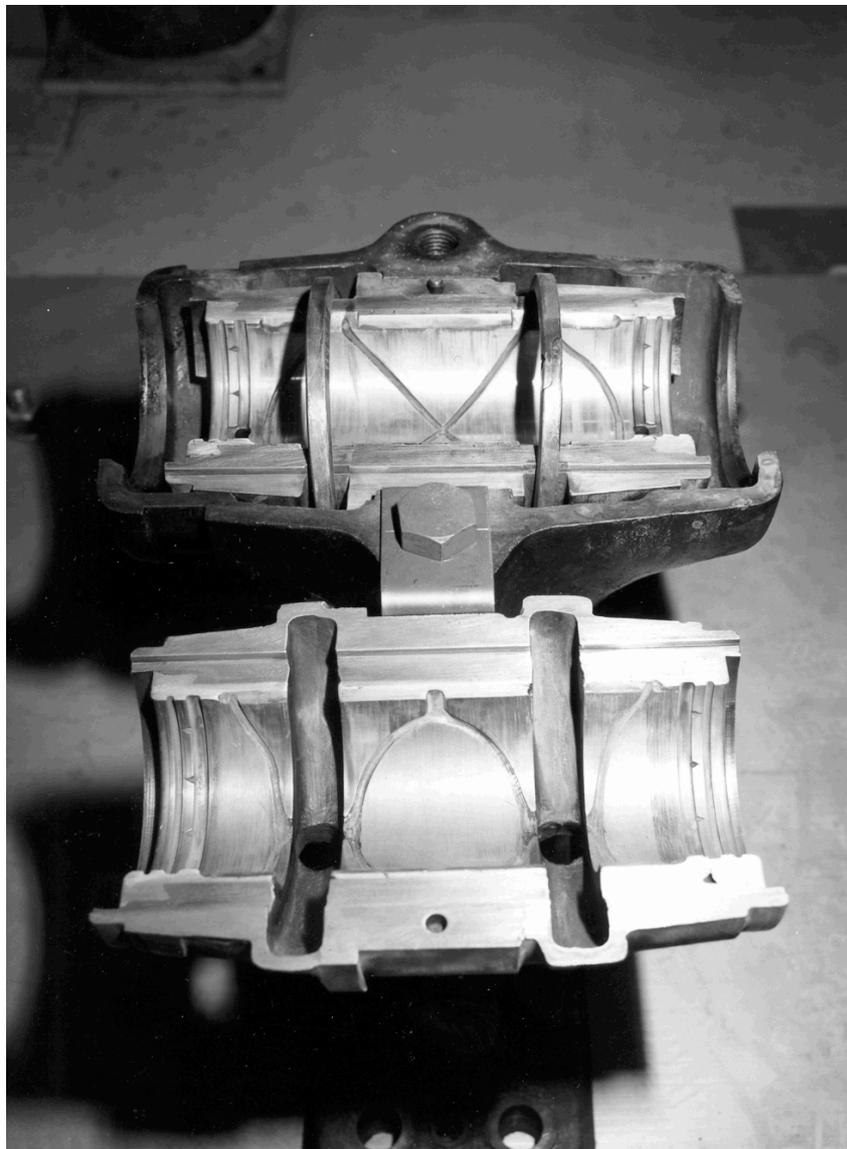


Figure 13 : Exemple de palier rainuré (DOCUMENT EDF)

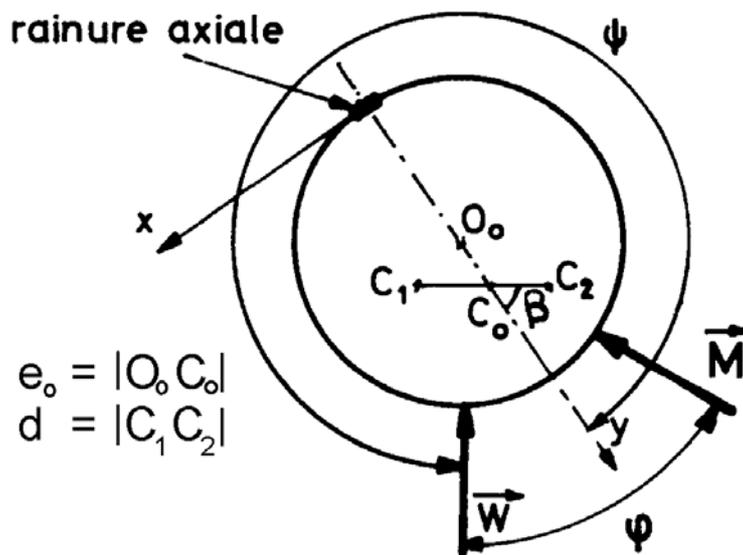
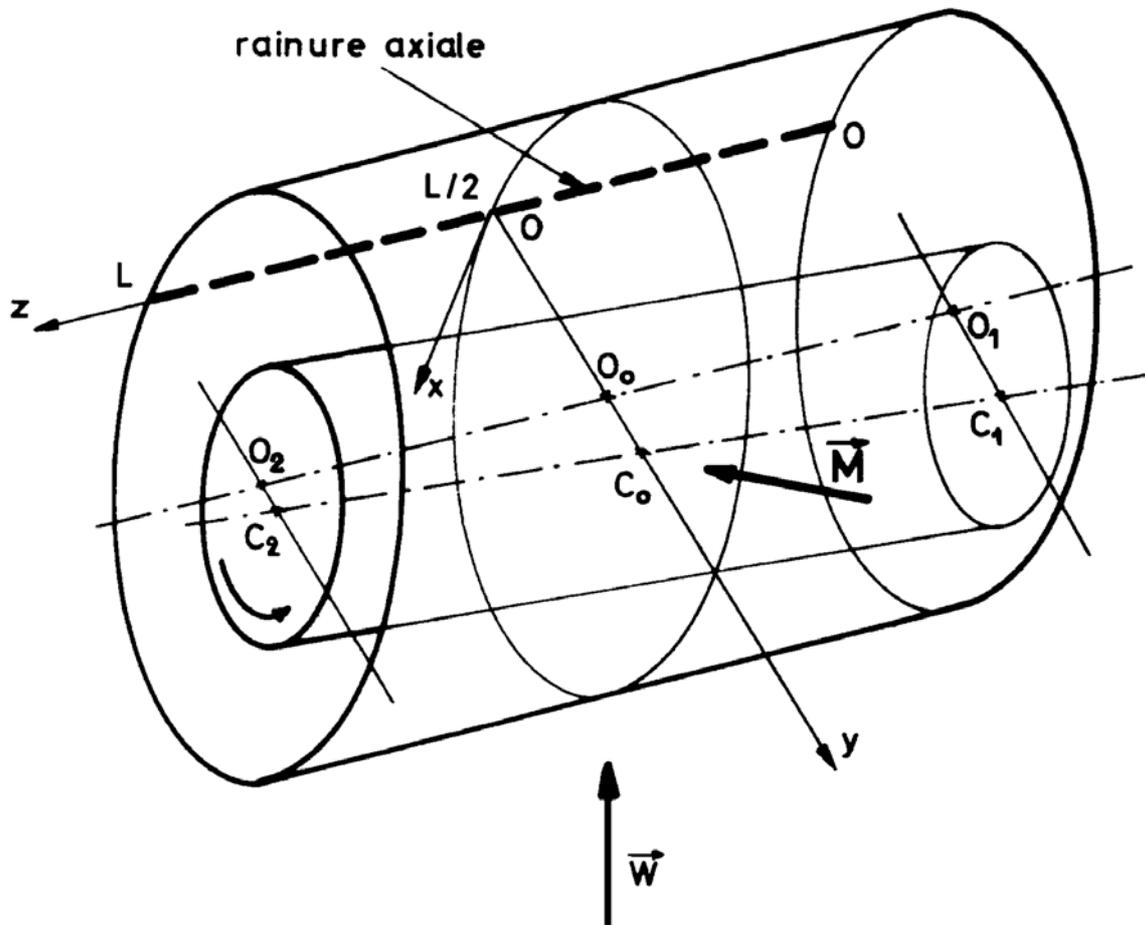


Figure 14 : Palier mésaligné

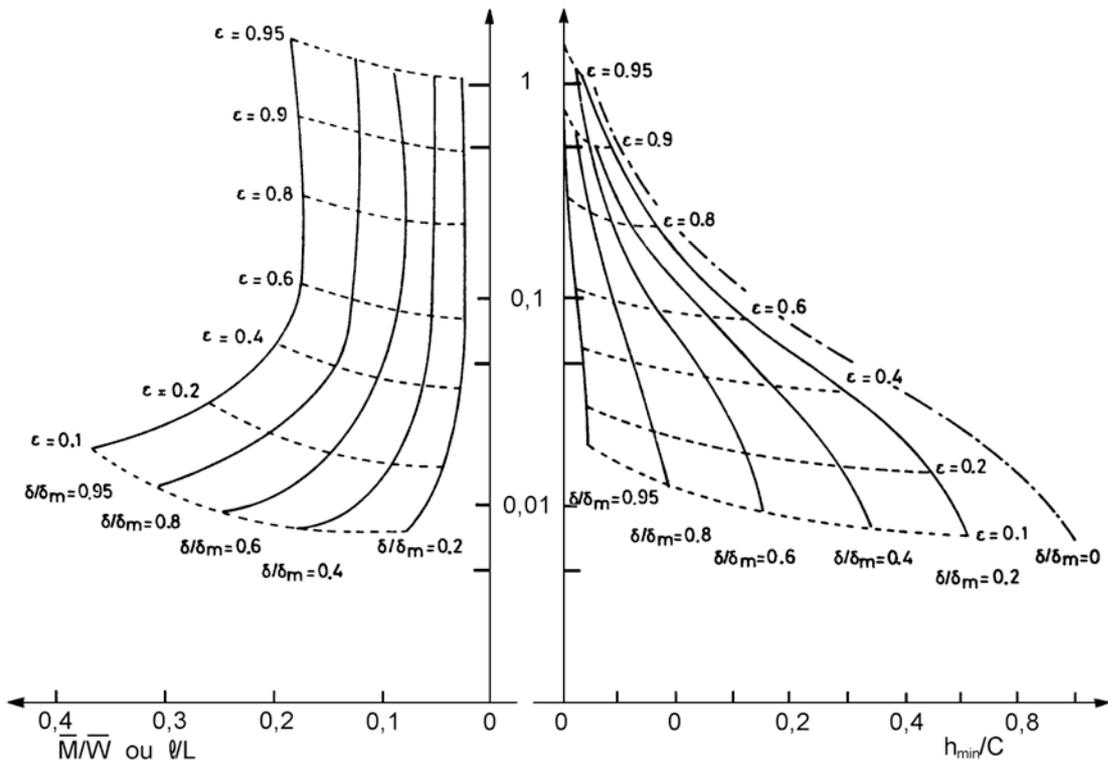


Fig. 15 : Variation de la charge sans dimension \bar{W} en fonction du rapport \bar{M}/\bar{W} et de l'épaisseur minimale du film

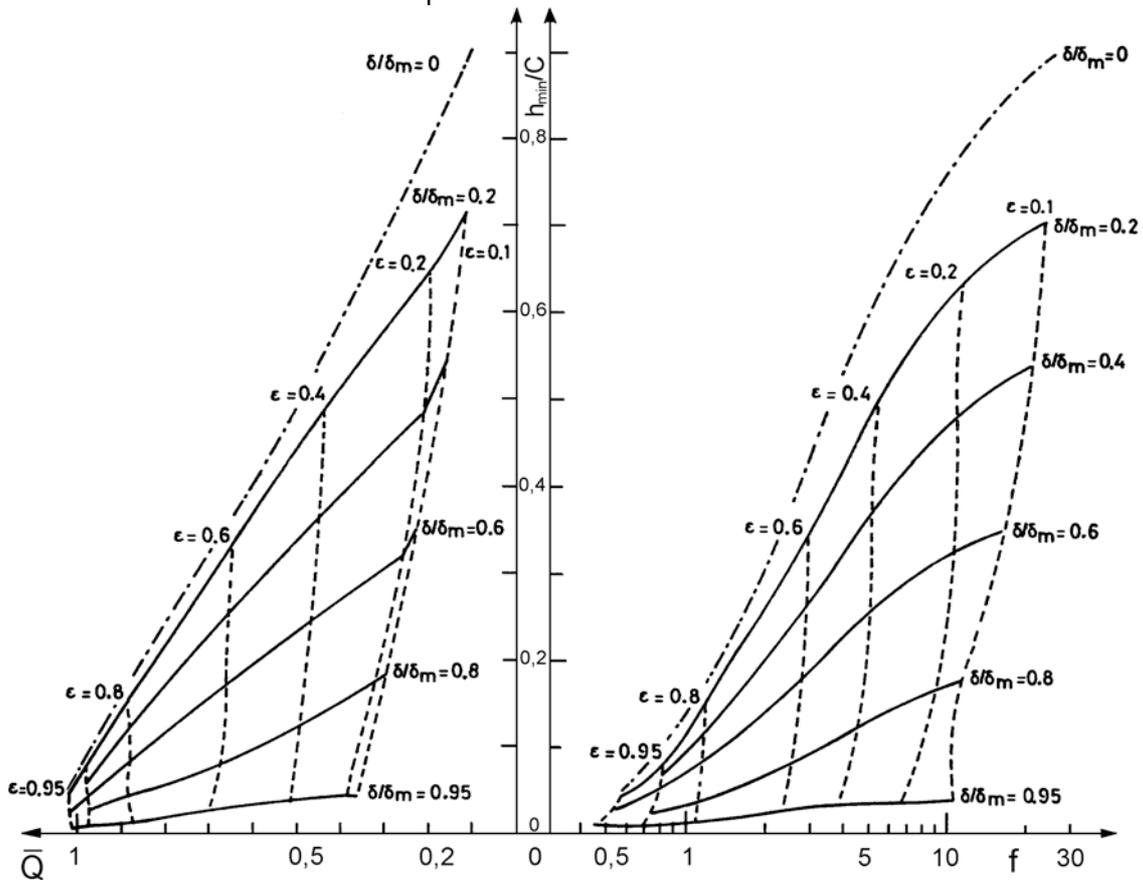


Fig. 16 : Variation du débit sans dimension \bar{Q} et du nombre de frottement en fonction de l'épaisseur minimale du film.

Sur la figure 15 sont présentées les variations de la charge sans dimension \bar{W} en fonction du rapport \bar{M}/\bar{W} (rapport identique à l/L), et de l'épaisseur minimale du film h_{mini}/C . La figure 16 donne les variations du débit de fuite \bar{Q} et du nombre de frottement f en fonction de h_{mini}/C . De façon générale, l'existence d'un mésalignement réduit l'épaisseur minimale du film d'huile, augmente la pression maximale et rapproche le point d'application de celle-ci, des extrémités libres du palier, ce qui risque d'entraîner la détérioration des surfaces.

Ainsi le palier présenté fig.13, réalisé au début du 20^{ème} siècle, n'est plus utilisé aujourd'hui car il est trop long et les nombreuses rainures réduisent considérablement sa capacité de charge.

2.5. - PALIERS AUTO-ALIGNANTS :

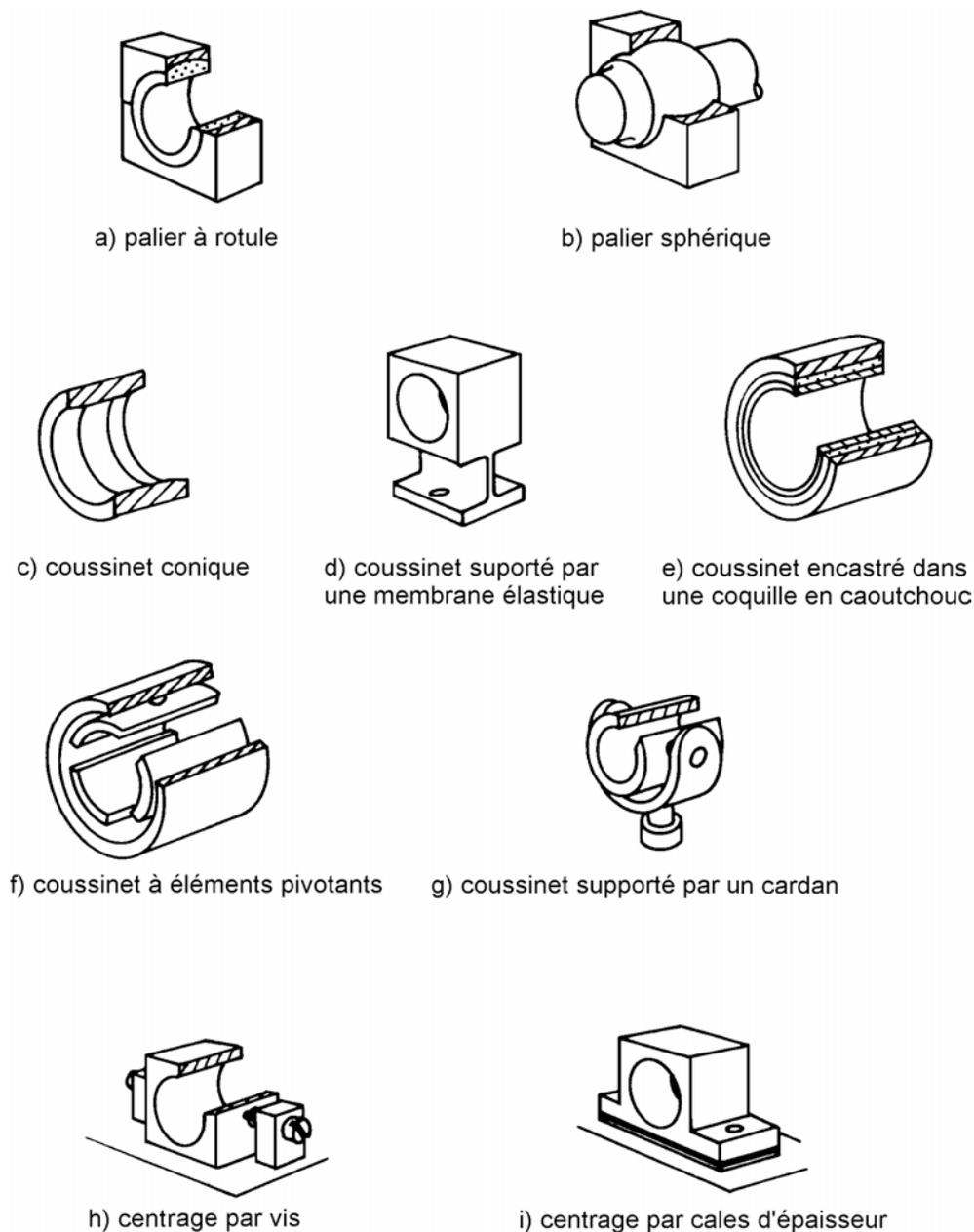


Fig. 17 : Systèmes de paliers auto alignants [13]

Différents systèmes peuvent être utilisés pour atténuer les effets du mésalignement [13]. Les plus utilisés sont :

- le palier à rotule (fig. 17a). Les frottements dans la rotule ne permettent pas toujours l'auto-alignement du palier.

- le palier sphérique (fig. 17b). Le fonctionnement de ce palier est très satisfaisant mais il ne permet pas de déplacement axial et sa fabrication est délicate.

- le coussinet conique. Le jeu radial est plus important aux extrémités du palier que dans la section médiane. Cette solution est utilisée pour atténuer les effets de flexion des arbres (fig. 17c).

- le coussinet est encastré dans une membrane élastique (fig. 17d) ou dans une coquille en caoutchouc (fig. 17e).

- le palier lisse à éléments pivotants (fig. 17f et 17g) élimine totalement le mésalignement angulaire.

- il est également possible d'utiliser des montages permettant de modifier le positionnement du coussinet (fig. 17h et 17i) Ces systèmes ne permettent pas de supporter des mésalignements accidentels.

3 - EXEMPLES DE REALISATIONS

3.1. - PALIERS RADIAUX HYDRODYNAMIQUES A PATINS

Des paliers hydrodynamiques à patins oscillants équipent les grands groupes turboalternateurs (fig. 18) et les compresseurs à grande vitesse de rotation (fig. 19).

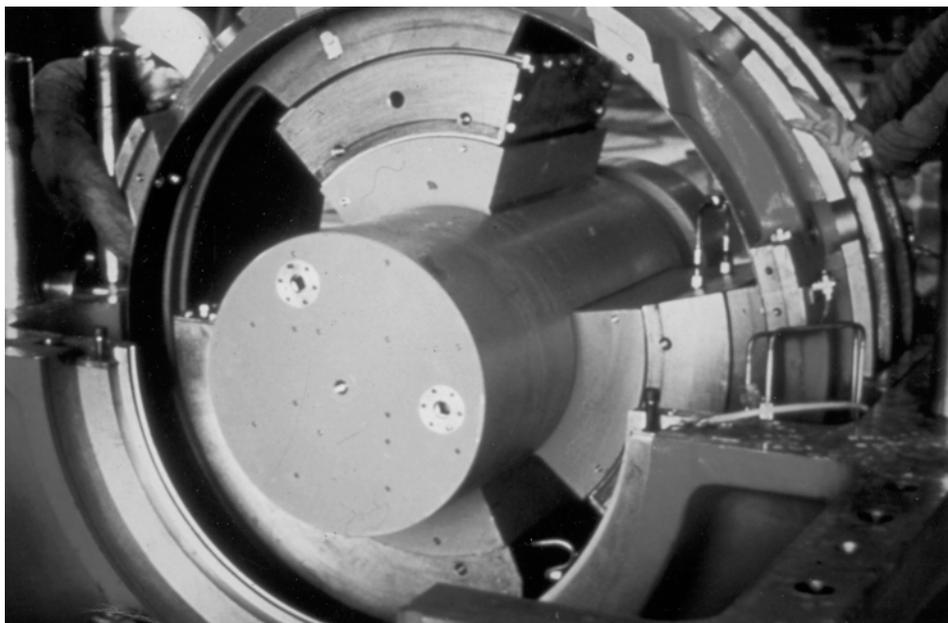
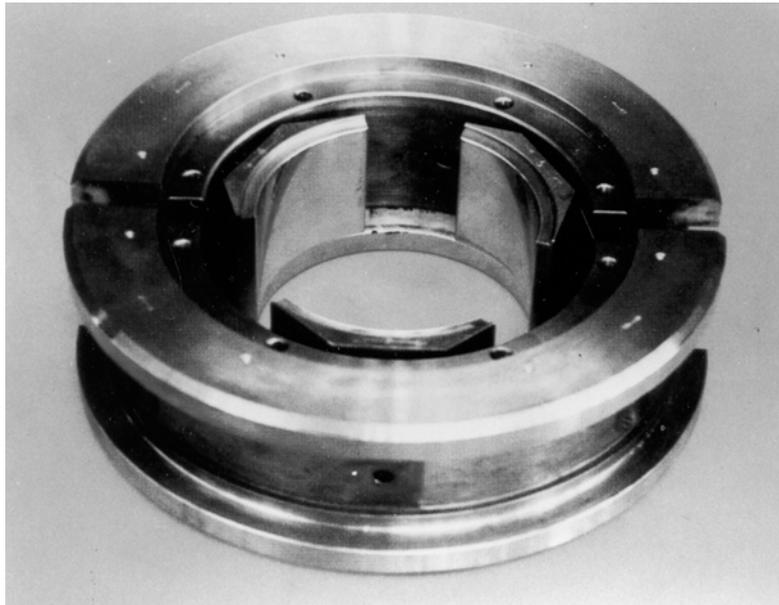


Fig. 18 : Palier à patins oscillants de grand groupe turboalternateur (**DOCUMENT EDF**)



Fig; 19 : Paliers à patins oscillants de compresseurs grande vitesse (DOCUMENT ALSTOM)

Un supportage hydraulique des patins à été mis au point pour permettre une répartition homogène des efforts et préserver les propriétés d'auto-alignement [14].

Les paliers hydrodynamiques à patins s'appliquent aussi aux turbines hydrauliques tournant à des vitesses relativement faibles 60 à 100 tr/min. Les charges supportées peuvent atteindre 3 à 4 MN. Ces paliers sont utilisés en particulier pour supporter les rotors des turbines hydrauliques.

3.2 - BUTEES HYDRODYNAMIQUES A FAIBLES PERTES

Des butées hydrodynamiques à faibles pertes ont été développées pour équiper les machines tournant à grande vitesse [15]. Le système de lubrification dirigée (fig. 20) élimine en grande partie les pertes parasites associées à la lubrification par barbotage et peut conduire à une diminution de la puissance consommée de l'ordre de 50%.

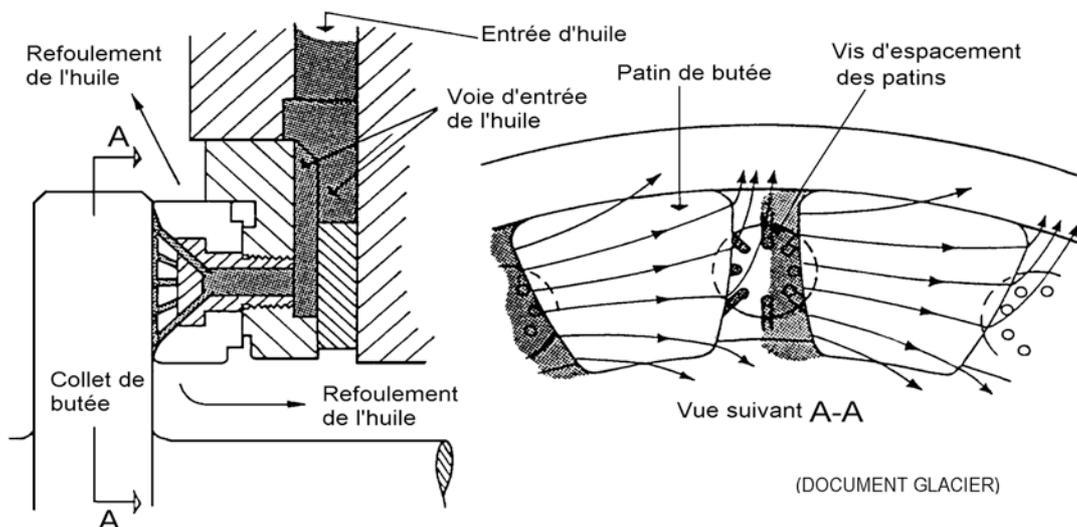


Fig. 20 : répartition de débit d'huile dans une butée à lubrification dirigée [15]

3.3 - BUTEES FORTEMENT CHARGEES

Les turbines hydrauliques de grandes dimensions à axe vertical comportent une butée supportant de très fortes charges. Celles-ci dépassent pour certaines machines 40 à 50 MN. Au-delà de 10 MN, l'équi-répartition automatique des charges entre les patins constitue un grand facteur de sécurité. L'égalisation des efforts sur les patins peut être réalisée par un ensemble de membranes toriques en acier de faible épaisseur, remplies d'huile et reliées entre elles par un circuit commun, et sur lesquelles appuient les patins. La figure 21 montre le montage d'une telle butée.

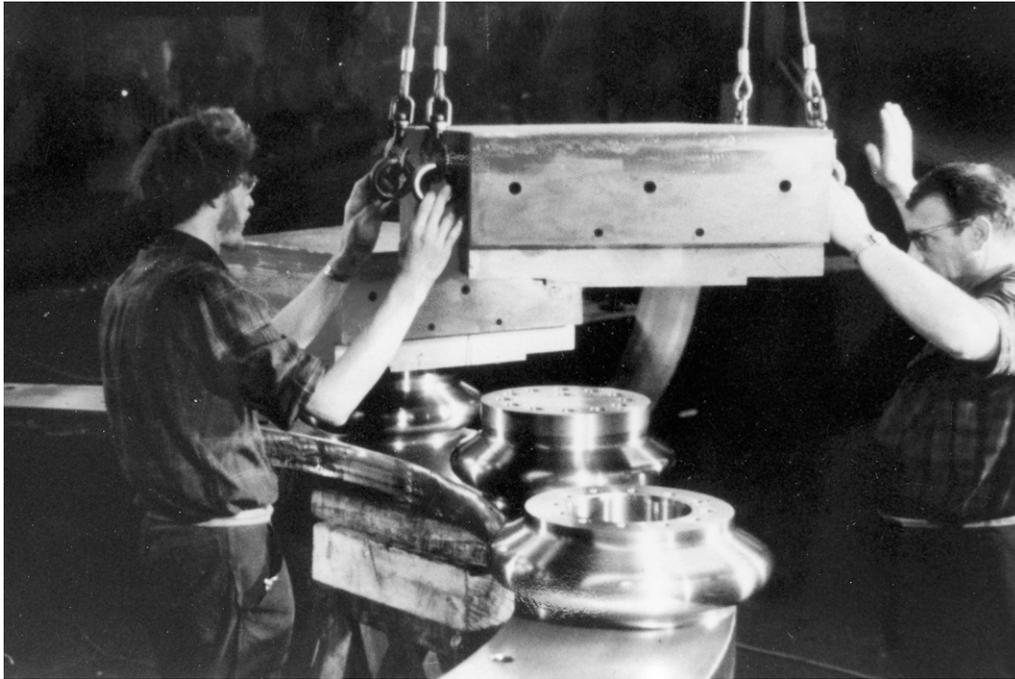


Fig. 21 : Montage d'une butée de turbine hydraulique (DOCUMENT NEYRPIIC)

3.4 - PALIERS HYDROSTATIQUES

Pour simplifier les problèmes associés aux étanchéités, les paliers de nombreuses pompes sont lubrifiées avec le fluide véhiculé. C'était le cas, par exemple, du palier inférieur de la pompe primaire de Super-Phénix (fig. 22). Ce palier hybride a un diamètre de 850 mm et une longueur de 300 mm, il comporte 12 alvéoles usinés sur l'arbre. Le lubrifiant utilisé est du sodium fondu dont la viscosité, à la température de fonctionnement, est plus faible que celle de l'eau.

4 - CONCLUSION

Les principaux paramètres à prendre en compte pour le choix préliminaire d'une technologie de palier ont été présentés. L'optimisation a été traitée pour une géométrie simple et en régime isotherme.

En fait, l'analyse isotherme ne permet d'obtenir des résultats acceptables que lorsque l'énergie dissipée par cisaillement dans le lubrifiant est faible et conduit à un échauffement et une diminution de viscosité peu importante, ce qui est en particulier le cas pour les paliers à l'eau ou pour les paliers tournant à vitesse modérée.

Pour les paliers industriels fonctionnant dans des conditions sévères, il est nécessaire d'utiliser des modèles de calcul plus complets de type thermohydrodynamique ou de type élasto-thermohydrodynamique prenant en compte, respectivement, la dissipation d'énergie en tout point du film lubrifiant, les échanges thermiques entre les différents éléments du palier et les déformations thermo-élastiques des matériaux.



Fig. 22 : Paliers hydrostatiques de la pompe primaire de Super Phénix (DOCUMENT EDF)

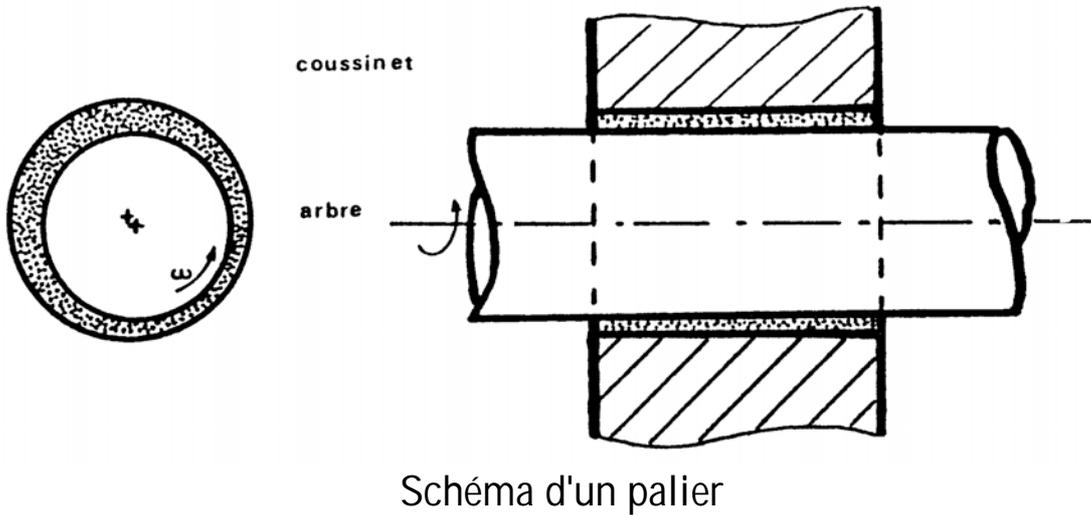
BIBLIOGRAPHIQUE :

- [1] M.J. NEALE : "Tribology Handbook, London, Butterworths" 1973, d'après ESDU ITEM 65007.
- [2] D.R. GARNER : "The use of design procedures for plain bearings", Leeds Conference, September 1980.
- [3] F.A. MARTIN : "Minimum allowable oil film thickness ins steadily loaded journal bearings", Proceedings Lubrification and Wear Convention, 1964, Vol. 178, Pt 3N, p. 161.
- [4] F.A. MARTIN, D.R. GARNER : "Plain journal bearings under steady loads = design guidance for safe operation", First European Tribology Congress, 1973, paper C313/73, Proceedings IME, p. 449.
- [5] O'CONNOR : "Standard handbook of lubrication engineering", Mc Graw Hill - ASLE 1968, p. 18.
- [6] E.R. BOOSER, F. D. RYAN, C. L. LINKINHOKER : "Maximum temperature for hydrodynamic bearings under steady load", Lubrication Engineering, July 1970, p. 226.
- [7] G. WILLS : "Lubrication Fundamentals", Marcel DEKKER, Inc.
- [8] D. CONSTANTINESCU, A. NICA, M. D. PASCOVICI, G. CEPTUZEANU, S. NEDELAI : "Sliding bearings", Alperon Press, 1985.

- [9] ABDUL WAHED, M.T. PASCAL, J. FRENE : "Stabilité et réponse à un balourd des grands paliers de turbines", Journée du GAMI, 12 janvier 1982, Mécanique Matériaux Electricité, n° 386-387, p. 132, 1982.
- [10] E.S.D.U. : "Calculation Methods for steadily loaded pressure hydrodynamic journal bearings", ITEM - 66023 - Inst. of Mech. Engineers 1966.
- [11] J. BOZET : "L'alimentation en fluide sous pression des paliers lisses dans le cas de la rainure circonférentielle", rev. Univers. Mines Belg., tome 113, n°2, p. 82-92, 1970.
- [12] D. NICOLAS : "Les paliers hydrodynamiques soumis à un torseur de forces quelconque", Thèse de docteur ingénieur présentée devant l'Université Claude Bernard, Lyon, 1972.
- [13]
- [14] J. POULAIN, J.P. BESSE : "Coussinets à huile à patins oscillants pour grandes turbomachines", Compte rendu de fin de contrat d'une recherche, DGRST, Contrat n°73.7.1780.00.221.75.01, nov. 1975.
- [15] Société GLACIER : "Butée à patins oscillants : lubrification dirigée", Notice technique n°5 - section 2

DIFFERENTS TYPES DE LUBRIFICATION

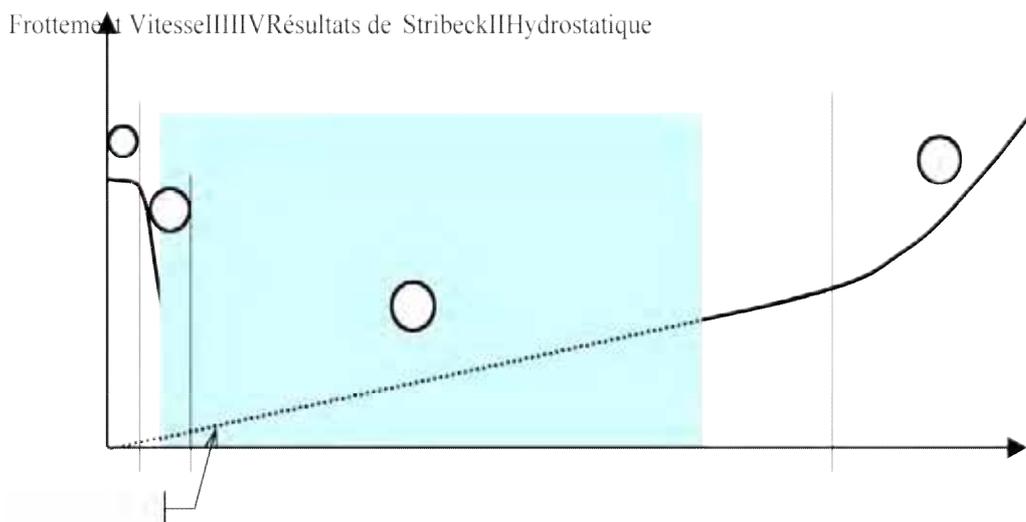
Paliers lisses – Butées – Garnitures Mécaniques
Contacts surfaciques



Contacts surfaciques ; pression moyenne faible :

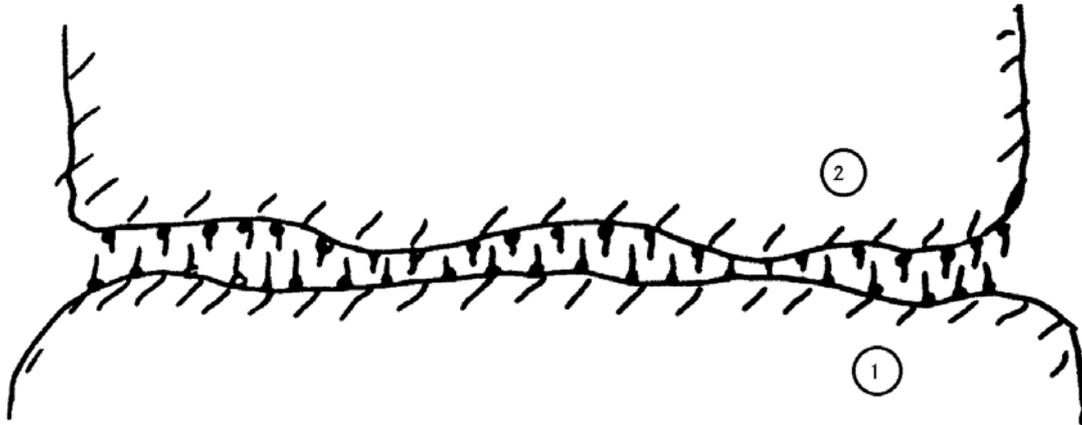
$$0,1 \text{ MPa} < p < 20 \text{ MPa}$$

Mais les charges peuvent être très élevées, jusqu'à plusieurs Méga Newton.



Courbe de STRIBECK (1902)

ZONE I : LUBRIFICATION LIMITE (HUILES POLAIRES)

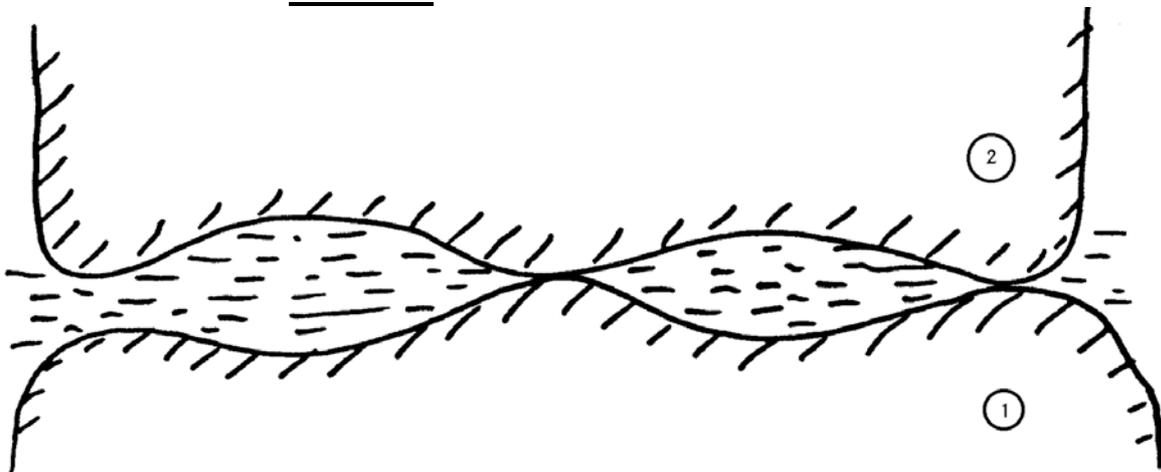


Molécules d'huile adsorbées (physico-chimie des surfaces et des lubrifiants)

Epaisseur des couches adsorbées : 50 \AA à 200 \AA

Coefficient de frottement : $0,02 < F < 0,2$

ZONE II : LUBRIFICATION MIXTE



Charge : $w = w_h + w_s$

Frottement : $F = F_h + F_s$ avec : $F_h \ll F_s$

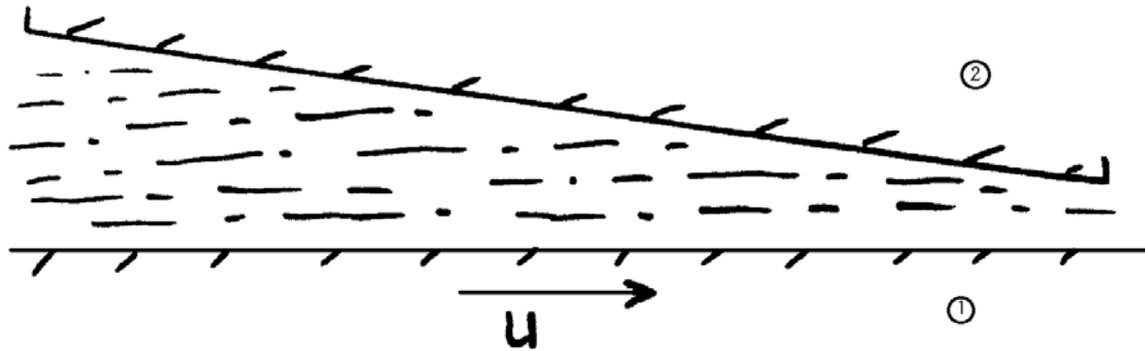
Coefficient de frottement : $0,001 < F < 0,2$

Si la vitesse croît, alors w_h croît et w_s décroît, ainsi le frottement F décroît.

ZONE III : LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE

Cas bien connu : le coin d'huile.

Le film est complet : $H_{\min.} >$ hauteur des aspérités des surfaces.



Le coin d'huile ou Blochet

- SURFACES LISSES : Equation de Reynolds + conditions aux limites :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \rho (U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 6 \rho (W_1 - W_2) \frac{\partial h}{\partial z} + 6 h \frac{\partial}{\partial x} [\rho (U_1 + U_2)] + 6 h \frac{\partial}{\partial z} [\rho (W_1 + W_2)] + 12 \rho V_2 + 12 h \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Cas simple : Ecoulement plan, fluide incompressible et isovisqueux :

$$\rho = \text{Cste et } \mu = \text{Cste}$$

$$\frac{dp}{dx} = 6 \mu (U_1 + U_2) \frac{h - h^*}{h^3}$$

- EFFETS THERMIQUES :

$$\mu = \mu_0 e^{-\beta(\theta - \theta_0)}$$

Equation de Reynolds généralisée

Equation de l'énergie dans le film

Equation de la chaleur dans les matériaux

Conditions aux limites sur la pression et la température.

- SURFACES RUGUEUSES : Equation de la Mécanique des Films Minces Visqueux.

- Défauts de formes
- Rugosités : études statistiques
- Effets des forces d'inertie dans le fluide.

Le coefficient de frottement en lubrification hydrodynamique n'a plus de sens : il peut varier entre 10^{-6} et ∞ .

ZONE IV : LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE NON LAMINAIRE

Cas des grandes vitesses, des grandes dimensions et/ou des fluides très peu visqueux :

- Tourbillons de Taylor dans les paliers
- Turbulences dans les paliers et les butées ainsi que dans certaines garnitures mécaniques à eau.

- CRITERES DE TRANSITION :

Paliers :

$$T_c = \frac{\rho V C}{\mu} \sqrt{\frac{C}{R}} = 63,3 \varepsilon^2 - 38 \varepsilon + 41,2$$

Butées et garnitures mécaniques :

$$580 < \frac{\rho \omega R_{\text{moy}} h_{\text{min}}}{\mu} < 800$$

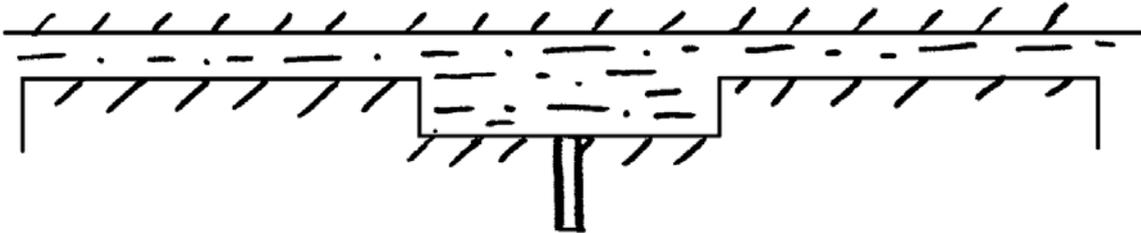
Equations de CONSTANTINESCU, NG, PAN ET ELROD.

Effets des forces d'inertie dans le fluide : cas des fluides très peu visqueux.

LUBRIFICATION HYDROSTATIQUE

Film complet : état de surface excellent

Source de pression extérieure au contact.



Lubrification hydrostatique

Equation de Reynolds :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 0$$

Charge portante et frottement pratiquement entièrement indépendants : à vitesse nulle le frottement est nul.

Coefficient de frottement à utiliser avec prudence.

$$10^{-8} < F < 10^{-2}$$

- UTILISATION :

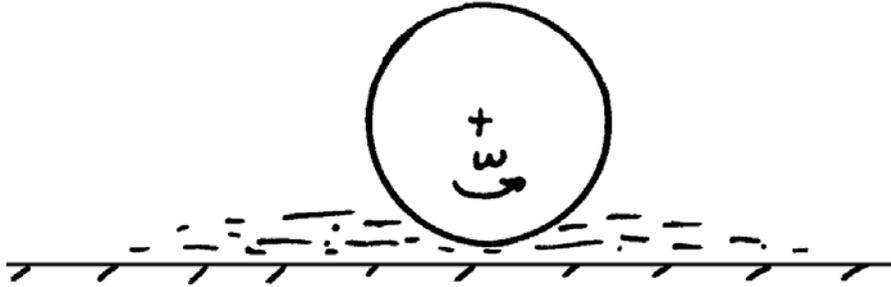
Guidages très précis

Faible frottement

Fluides très peu visqueux

ROULEMENTS – ENGRENAGES – CAMES

CONTACTS HERTZIENS



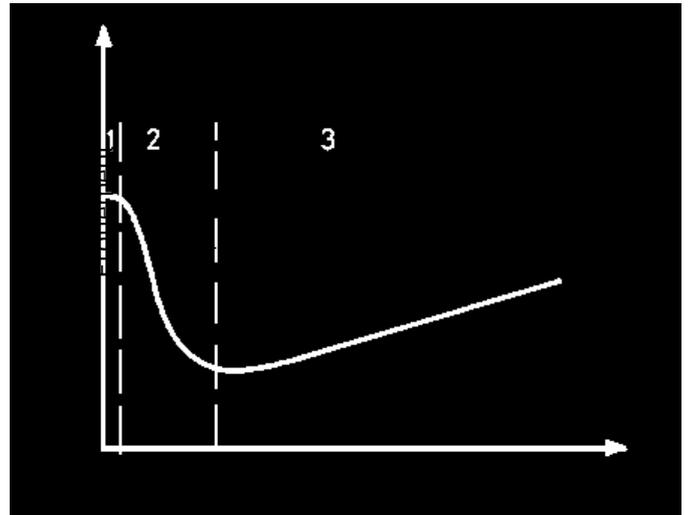
Contact cylindre / plan

Contacts linéaires ou ponctuels : pression moyenne très élevée :

$$100 \text{ MPa} < p < 3500 \text{ MPa} = 3,5 \text{ GPa}$$

Les charges ne sont pas nécessairement très élevées mais la surface du contact est très faible.

Il faut tenir compte des déformations élastiques des surfaces et même des déformations plastiques aux sommets des rugosités ; au moins pendant la période de rodage. Par ailleurs la viscosité du fluide varie considérablement avec la pression.



- EPAISSEUR DU FILM :

Elastohydrodynamique :
$$\frac{h_{\min}}{R} = 0,97 (\pi \alpha E)^{0,6} \left[\frac{\mu_0 (U_1 + U_2)}{\pi E R} \right]^{0,7} \left(\frac{\pi E L R}{W} \right)^{0,13}$$

Hydrodynamique :
$$\frac{h_{\min}}{R} = 2,44 \frac{\mu_0 (U_1 + U_2)}{W}$$

ZONE I : LUBRIFICATION EXTREME-PRESSION (E.P.)

Les surfaces sont protégées par un film formé par réactions chimiques et qui s'accroche fortement aux surfaces des matériaux.

Les additifs E.P. qui n'agissent qu'à pressions et températures élevées et sous forts taux de cisaillement sont des composés :

- Soufrés
- Chlorés
- Phosphorés - Soufrés

Les mécanismes d'action ne sont pas entièrement connus.

Coefficients de frottement : $0,02 < F < 0,2$

ZONE II : LUBRIFICATION MIXTE

Séparation progressive des surfaces par un film de lubrifiant fluide.

ZONE III : LUBRIFICATION ELASTOHYDRODYNAMIQUE

- . Equation de Reynolds dans le film
- . Equation de l'élasticité pour les matériaux
- . Piezoviscosité du lubrifiant.

- Comportement non Newtonien du fluide
- Rugosité des surfaces
- Alimentation du contact....

Coefficients de frottement faible : $0,01 < F < 0,1$

SOMMAIRE :

- LUBRIFICATION LIMITE
- LUBRIFICATION EXTREME PRESSION
- LUBRIFICATION MIXTE
- LUBRIFICATION HYDROSTATIQUE
- LUBRIFICATION HYDRODYNAMIQUE
- LUBRIFICATION ELASTOHYDRODYNAMIQUE
- FROTTEMENT SEC $\left\{ \begin{array}{l} \text{MATERIAUX METALLIQUES} \\ \text{MATERIAUX SYNTHETIQUES (PLASTIQUES)} \end{array} \right.$